1999년도 대한전기학회 정기총회 및 추계학술대회 논문집 1999. 11. 20

전압원이 혼재된 대형 수동회로망의 기하학적 마디해석기법

황 재 호
대전산업대학교 전자공학과

A Geometric Node Analysis of Large-scale Passive Network Including Voltage Sources

Hwang Jae-ho
Taejeon National University of Technology

Abstract - 전압원을 포함한 대형회로망의 컴퓨터적 해법을 위한 도형적 접근 방법을 제시하였다. 기본적인 회로망 해석법으로 마디해석법을 사용하였고, 전압원은 등가변환이 어려운 직렬 임피던스가 없는 경우로 한정하였다. 방향성 그래프의 기하학적 작도와 전압원이 연결된 마디와 마디 사이의 상관 관계식에 의해 회로망 행렬을 구성하였다.

1. 서 론

대형회로망의 마디해석법은 회로망 도형의 모든 마디에서 어드미턴스와 전류의 분포를 가지고 $YV=I$ 형태의 행렬을 구성함에 의한다. 이 방식을 적용함에 전압원은 반드시 직렬로 임피던스가 연결된 경우에 한하였다. 이 직렬 임피던스가 없는 경우, 전압원 전류를 임의로 가정한 후 해석적 방법에 의해 수식을 하나씩 정립해 나갈 수밖에 없었다. 회로망이 간단한 경우에는 그런대로 수작업에 의해 해석 가능하지만, 복잡할 뿐만 아니라 다수의 단독 전압원이 회로망 상에 임의로 배치되는 경우에 이 방식을 그대로 적용하는 것은 거의 불가능하다. 모든 대형회로망의 기하학적 해법이 그러하듯이 기본적인 접근은 해석적 방법에 의해 수식들을 세워놓고, 그 수식들로부터 기하학적 규칙을 찾는 것이다. 본 논문에서도 단독 전압원의 회로망 수식 전개상의 법칙을 추출하여 기하학적 도형을 통해 구체화하였다.

마디해석법의 기하학적 접근에 관해서는 여러 기법들이 소개되었다.[1),2),3)] 마디들을 중심으로 마디와 연결된 가지의 모든 어드미턴스들의 합과 상대 마디의 어드미턴스 값들로 어드미턴스 행렬을 구성하고, 전류원들의 방향을 고려한 전원행렬을 만들었다. 전압원이 직렬 임피던스를 갖고 있는 경우에는 등가 변환에 의해 전압원을 전류원으로 변환시켜 전원 행렬을 구성한다. 그러나 단독 전압원은 등가 변환이 불가능하므로, 이 문제의 해결은 해석적 기법에만 의존하였었다. 기하학적 도형상에서 전압원이 연결된 두 마디와 인접 마디와의 회로적 특성을 단순한 작도에 의해 최종 행렬의 배열을 완성하는 기법을 제시한다. 기하학적으로 작도된 회로망의 방향성 그래프에서 전압원이 존재하는 가지의 두 연결 마디에서 고정마디와 흡수마디를 지정한 다음, 다른 마디와의 상관 작도법에 따라 전원부 행렬의 각 요소들을 찾아 행렬 형태의 전체 회로망 방정식을 완성하였다. 이러한 기하학적 기법은 종래의 수식 전개에 의존하지 않고, 간단히 대형회로망의 수식화를 가능케 하는 것으로 실제 회로 해석시 매우 유용하다. 또한 본 해석법의 기하학적 접근의 타당성을 수학적으로 증명하였으며 예제를 통해 확인하였다.

2. 본 론

단독 전압원들이 마디와 마디 사이에 연결되어 있는 대형회로망의 마디해석법에서 이를 기하학적으로 처리하려면, 먼저 전압원 값이 마디해석법에서 어떻게 작용하는가에 대한 회로적 고찰이 있어야 한다. 그리고 이 회로적 고찰의 도형적 구현과 함께 기하학적 작도에 의한 단순화가 필요하다.

2.1 단독 전압원의 회로적 처리

마디해석법은 마디에 붙어 있는 어드미턴스와 전류원의 관계로부터 수식을 정립하는 기법이다. 이 마디에 전압원이 임피던스와 직렬 연결되어 있는 경우에는 등가변환으로 전압원을 전류원으로 바꾼 다음 마디배석법을 적용하지만, 단독 전압원이 연결되어 있으면, 다음과 같은 요령으로 회로 수식을 세운다. 다음의 회로도에 대하여 고찰한다.

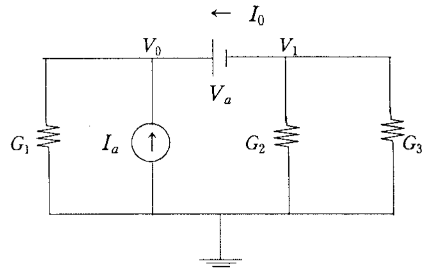

그림 2-1 전류원이 내재된 회로

위 회로에서 전압원 V_a의 전류을 I_0로 가정하고 두 개의 마디에 키르히호프의 전류 법칙을 적용한다.

마디 0 : $G_1 V_0 = I_a + I_0$ (2.1)

마디 1 : $(G_2+G_3)V_1 = -I_0$ (2.2)

위 두 식에서 I_0를 제거하고 V_a를 V_0와 V_1으로 나타낸다.

$$G_1 V_0 + (G_2+G_3)V_1 = I_a \quad (2.3)$$

$$V_1 = V_0 - V_a \quad (2.4)$$

식 (2.4)를 식 (2.3)에 대입한다.

$$(G_1+G_2+G_3)V_0 = I_a + (G_2+G_3)V_a \quad (2.5)$$

여기서 두 개의 마디는 하나의 마디로 되어 전압원 부분의 (-)측인 마디 1이 제거된다. 식 (2.5)를 가지고 회로를 다시 그리면 다음과 같다.

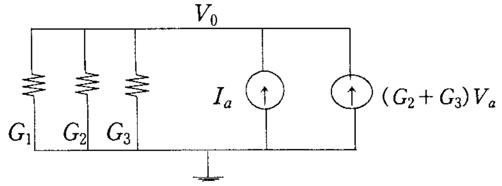

그림 2-2

2.2 단독 전압원의 기하학적 처리

앞의 회로적 처리에서 식 (2.5)에서 좌변의 어드미턴

스 부분과 우변의 전원 부분은 전압원의 (-) 극성 부분을 시점으로 전압원의 (+) 극성 부분으로 몰입하였음을 보여준다. 즉 마디 1에 붙어 있는 두 개의 어드미턴스는 마디 0을 통해 마디 1로 몰입하여 마디 1에 붙어 있는 가지처럼 수식의 어드미턴스 합을 형성하였고, 또한 이 두 어드미턴스 G_2, G_3는 전압원 전압값 V_a와 함께 마디 0에서 마디 1로 흡수되는 형태를 갖는다.

이러한 도형적 원리를 사용하여 단독 전압원이 있는 대형회로망의 기하학적 접근을 시도할 수 있다.

2.2.1 고정마디와 흡수마디

단독전압원의 (+) 극성과 연결되어 있는 마디를 고정마디, (-)극성과 붙어 있는 마디를 흡수마디로 정의한다. 흡수마디는 자신에 붙어 있는 어드미턴스들을 데리고 고정마디의 어드미턴스 합산식과 전원 결과식에 흡수되어 마치 고정마디에 모두 속해 있는 어드미턴스 내지는 전원인 것과 같은 역할을 하게 한다.

2.2.2 Y행렬과 V행렬의 완성

식 (2.5)에서 알 수 있듯이 고정마디는 흡수마디에 붙어 있는 모든 어드미턴스들을 마치 자신에게 붙어 있는 어드미턴스 처럼 마디해석법의 $YV=I$ 수식 가운데 행렬 Y와 행렬 V의 배열을 형성한다. 일반 마디의 경우는 종래의 마디해석법의 행렬 구성 방식대로 진행하고, 단독전압원이 있는 가지는 흡수마디에 붙어 있는 어드미턴스들을 모두 고정마디로 끌어 붙여 행렬의 배열을 완성한다.

$$\begin{pmatrix}\text{어드미턴스}\\ \\ \text{행렬}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\text{마디전압}\\ \\ \text{행렬}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\text{전원}\\ \\ \text{행렬}\end{pmatrix} \tag{2.6}$$

2.3 기하학적 마디해석법

이 과정을 단계별로 정리하면 다음과 같다.

단계 1) 전류원으로 등가변환이 가능한 전압원을 전류원으로 변환하고 간략화된 회로망을 작성한다.

단계 2) 회로망에 기준마디를 비롯하여 각 마디와 마디전압을 설정한다.

단계 3) 전압원이 마디사이에 단독으로 연결된 경우 고정마디와 흡수마디를 선정하여 회로망에 표시한다. 이때 직류전압원인 경우, (+)극성 쪽 마디는 고정마디로, (-)극성 쪽 마디는 흡수마디 한다.

단계 4) 행렬형태의 YV=I 를 구성한다. 이때 마디전압 가운데 흡수마디 전압은 수식에서 제외한다.

〈소단계 1〉 행렬 Y의 대각선 배열

① 고정마디와 흡수마디를 제외한 나머지 마디에서는 일반적인 마디해석법을 사용한다.

② 고정마디에서는 일반 마디와 연결된 어드미턴스 값은 물론이고 흡수마디가 일반마디와 연결된 모든 어드미턴스 값들까지 모두 합성한다. 이때 흡수마디분의 합성경로는 반드시 해당 어드미턴스와 흡수마디 및 전압원이 있는 가지를 경유한다.

〈소단계 2〉 행렬 Y의 대각선 배열 이외의 배열

① 일반 마디에서 고정마디나 다른 일반 마디와의 연결상태 어드미턴스 값은 일반적인 마디해석법과 같다.

② 일반마디에서 흡수마디와 연결상태 어드미턴스 값은 흡수마디와 상대방 고정마디로 부터 고정마디-전압원-흡수마디-어드미턴스→일반마디로 이어지는 경로의 어드미턴스 값에 (-)를 취하여 해당 고정마디 배열 위치에 그 값을 기록한다.

③ 고정마디에서 일반마디와의 연결상태 어드미턴스 값은 일반적인 마디해석법에서와 같다.

④ 고정마디에서 흡수마디와의 연결상태 어드미턴스 값은 일반마디나 다른 고정마디-전압원-흡수마디-어드미턴스→고정마디로 이어지는 경로의 어드미턴스 값에(-)를 취하여 해당 마디 배열 위치에 그 값을 기록한다.

〈소단계 3〉 전원 행렬 I 의 구성

① 일반마디에서 고정마디나 다른 일반마디와 연결된 전류원의 경우는 일반적인 마디해석법에서와 동일하다.

② 일반마디-어드미턴스-흡수마디-전압원-고정마디로 연결된 경우, 해당 어드미턴스×전압원값을 그 마디로의 전류원으로 간주한다. 이때 전압원의 극성을 고려하여, 마디로 전류가 유입되면(+), 마디에서 유출되면(-)값을 취한다.

③ 고정마디에서 흡수마디로의 전원값은 흡수마디와 인접한 마디-어드미턴스-흡수마디-전압원-고정마디로 이어지는 경로를 따라 해당 어드미턴스×전압원값을 고정마디의 전원값으로 간주한다. 이때 ②에서 처럼 전압원의 극성을 고려해야 한다.

2.4 기하학적 작도법

2.3절에서 정리된 내용을 기하학적으로 작도하면 다음과 같다. 앞의 그림 2-1에 대하여 고찰한다. 이 회로망의 마디와 가지를 가지고 다음 그림 2-3과 같은 도형을 그릴 수 있다.

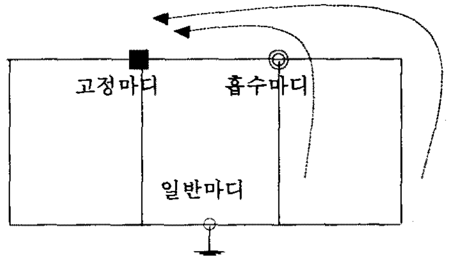

그림 2-3

[예 제] 다음과 같은 회로망를 해석하기 위한 회로망 방정식을 수립하라.

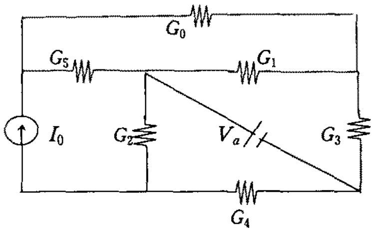

그림 2-4

[기하학적 마디해석법에 의한 풀이]

회로망 도형을 그리고 고정마디, 흡수마디를 표시한다.

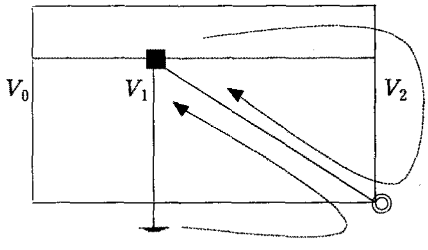

그림 2-5

문제의 회로는 마디가 5개로서 하나는 기준마디이고 나머지 4 개중에 두 개는 일반 마디, 두 개는 전압원에 연

결된 마디로서 그 중에 (+)극성측은 고정마디, (-) 극성측은 흡수마디로 잡는다. 앞 절의 단계별로 기하학적 작도법에 의해 행렬을 작성한다.

$$Y=\begin{pmatrix} G_0+G_5 & -G_5 & -G_0 \\ -G_5 & G_1+G_2+G_3+G_4+G_5 & -G_1 \\ -G_0 & -G_1-G_3 & G_0+G_1+G_3 \end{pmatrix}$$

$$V=(\,V_0 \quad V_1 \quad V_2)^{\,T}$$

$$I=\begin{pmatrix} I_0 \\ (G_1+G_4)V_0 \\ -G_3 V_0 \end{pmatrix}$$

3. 결 론

단독전압원이 내재된 대형회로망의 마디해석법을 고안하였다. 회로망 도형의 마디 가운데 단독전압원이 걸쳐 있는 마디 중에 하나가 마디에 붙어 있는 어드미턴스들을 동반하고 다른 마디에 종속됨을 수식을 통해 보였다. 이러한 마디를 고정마디와 흡수마디로 정의하였고, 회로망 도형의 기하학적 작도를 통해 흡수마디의 어드미턴스들이 회로망 행렬의 어드미턴스 행렬과 전원 행렬을 구성하게 된다.

[참 고 문 헌]

1) 황재호, 「회로망이론」,양서각, 1999.
2) 김수중, 「신편회로망이론」, 반도출판사, 1995.
3) 김창석외1, 「회로망해석과 합성」, 문운당, 1993.