

개선된 ESPRIT 알고리즘을 이용한 퍼진 신호의 신호도착방향 추정

정성훈*, 이동욱
 동국대학교 전기공학과

Estimation of Distributed Signal's Direction of Arrival
 Using Advanced ESPRIT Algorithm

Sung-Hoon Chung*, Dong-Wook Lee
 Dept. of Electrical Engineering, Dongguk Univ.

Abstract - In this paper, we introduce the direction of arrival(DOA) estimation of distributed signal based on the improved ESPRIT algorithm. Most research on the estimation of DOA has been performed based on the assumption that the signal sources are point sources. However, we consider a two-dimensional distributed signal source model using improved ESPRIT algorithm. In the distributed signal source model, a source is represented by two parameters, the azimuth angle and elevation angle. We address the estimation of the elevation and azimuth angles of distributed sources based on the parametric source modeling in the three-dimensional space with two uniform linear arrays. The array output vector is obtained by integrating a steering vector over all direction of arrival with the weighting of a distributed source density function. We also develop an efficient estimation procedures that can reduce the computational complexity. Some examples are shown to demonstrate explicitly the estimation procedures under the distributed signal source model.

1. 서 론

여러 센서들로 구성된 센서어레이에서 얻어진 신호로부터 신호의 도착방향을 추정하는 어레이 신호처리 문제는 아주 오래 전부터 대단히 활발히 연구되어 왔고, 많은 분야에 응용되고 있다. 소나, 레이더, 음성신호처리, 영상신호처리 그리고 위성통신, 의학분야 등을 비롯한 많은 응용분야에서 활발하게 사용되고 있다.

그러나, 대부분의 신호도착방향 추정에 관한 연구는 센서어레이에 들어오는 신호가 점 신호원에서 발생했다는 가정 하에서 이루어지고 있다. 그러나 실제 환경에서 발생하는 대부분의 신호들은 점 신호가 아닌 퍼진 신호원으로 보는 것이 합당하다. 따라서 본 논문에서는 점 신호원 모델이 아닌 퍼진 신호원 모델을 사용하여 신호도착방향을 추정하는 기법을 소개한다.

전달되어지는 신호들의 신호도착방향을 추정하는 알고리즘들은 크게 Nonparametric 또는 Parametric 방법으로 나눌 수 있는데, 요즘에는 분해능이 높은 Parametric 방법을 주로 사용한다. Parametric 방법 중에서도 많이 이용되는 것으로 고유해석에 근거를 둔 MUSIC 방법과 ESPRIT 방법 등이 다수의 협대역 신호원의 신호도착방향 추정에 많이 응용되어왔다.

MUSIC 알고리즘은 데이터 모델의 공분산을 기초로 하여 고유분해를 사용해서 데이터의 파라미터를 추정하는 알고리즘이다. 그래서 이전의 추정 알고리즘보다 향상된 해상도를 가지는 결과를 얻을 수가 있다. 그렇지만 신호대잡음비가 높고 샘플링률이 높을 때는 성능이 좋아지지만 낮은 신호대잡음비에서는 그 성능이 많이 저하되는 것을 알 수 있다.

본 논문에서는 이런 단점을 극복하기 위해서 ESPRIT

알고리즘과 스펙트럼 밀도 함수를 사용하여 개선된 ESPRIT 알고리즘을 이용하여 신호도착방향을 추정하는 알고리즘을 소개한다. 소개된 알고리즘과 기존의 MUSIC 알고리즘의 성능을 비교 분석하기 위하여 컴퓨터에 의한 모의실험을 하였다. 그 결과는 낮은 신호대잡음비에서 개선된 알고리즘이 기존의 알고리즘보다 향상된 추정성능을 가진다는 것을 알 수 있었다.

2. 퍼진 신호원 모델 및 추정 알고리즘

2.1 어레이 신호처리

어레이 신호처리는 40여년전부터 활발하게 광범위하게 연구되어져 왔다. 이 신호처리는 외부에서 전달되어지는 신호를 어레이를 통해 그 신호를 해석해서 신호의 특성을 알아내는 것을 말한다.

어레이 신호처리의 주된 목적은 신호의 근원지에서 전달되어지는 신호를 어레이에 의해서 집중시켜서 신호처리하는 것이다. 신호처리한다는 것은 전달되어지는 신호들의 유용한 특성을 해석하는 것이다. 특히 신호들의 크기, 주파수, 신호도착방향을 말한다. 대부분의 어레이 신호처리에서는 받아들여지는 신호의 신호도착방향을 추정하는 데 주로 사용하고 있다.

어레이 신호처리는 많은 분야에서 응용되어지고 있다. 어레이 신호처리의 응용분야는 레이더, 소나, 영상신호처리, 음성신호처리, 천문학, 통신분야 그리고 의학분야 등이 있다.

2.2 2차원 퍼진 신호원 모델

대부분의 신호도착방향 추정에 대한 연구에서는 어레이에 들어오는 신호가 점 신호원이라는 가정에서 출발을 하였다. 그러나 실제로 발생하는 신호들은 점 신호가 아니다. 본 논문에서는 점 신호가 아닌 퍼진 신호를 제안하여 신호의 신호도착방향을 추정하였다.

퍼진 신호원 모델은 2차원(방위각, 고도) 점 신호원 모델을 기초하여 퍼진 신호원 밀도 함수를 사용하여 퍼진 신호원 모델을 제안하였다. 다음의 식 (1)을 기초로하여 퍼진 신호원 모델을 설명하겠다.

$$y(t) = A(\theta, \psi)s(t) + n(t) \tag{1}$$

여기서 $y(t)$ 은 어레이의 출력, $s(t)$ 은 받아들여진 신호, $n(t)$ 는 부가적인 잡음이다. 그리고 $\theta = [\theta_1, \dots, \theta_L]^T$ 방위각의 벡터이고, $\psi = [\psi_1, \dots, \psi_L]^T$ 고도의 벡터이다. $A(\theta, \psi) = [a(\theta_1, \psi_1), \dots, a(\theta_L, \psi_L)]^T$ Steering 벡터가 된다. 퍼진 신호원 모델은 점 신호원과 퍼진 신호원 밀도를 가지고 퍼진 신호를 제안할 수가 있다. 2차원적인 퍼진 신호원 밀도 함수는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$s(\theta, \psi, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} g_{mn}(t) e^{-jm\theta} e^{-jn\psi} \tag{2}$$

여기서 $g_{mn}(t) = \sum_{k=1}^L s_k(t) \rho_k^m e^{jm\theta_k} \eta_k^n e^{jn\psi_k}$ 이 된다. 그리고 ρ 와 η 는 퍼진 계수가 되고, θ 와 ψ 는 방위각과 고도가 된다. 다시 식 (2)를 다시 나타내면

$$\begin{aligned} s(t) &= \sum_{k=1}^L s_k(t) \sum_{m=0}^{\infty} \rho_k^m e^{-jm(\theta-\theta_k)} \sum_{n=0}^{\infty} \eta_k^n e^{-jn(\psi-\psi_k)} \\ &= \sum_{k=1}^L \frac{s_k(t)}{(1-\rho_k e^{-j(\theta-\theta_k)})(1-\eta_k e^{-j(\psi-\psi_k)})} \quad (3) \\ &= \sum_{k=1}^L s_k(t) I_k(\theta, \psi) \end{aligned}$$

여기에서 $I_k(\theta, \psi)$ 는 k 번째 신호원의 세기함수가 된다. 그러므로 식 (1)과 식 (3)를 이용하여 퍼진 신호원 모델의 어레이 출력식은 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$y(t) = \sum_{k=1}^L \frac{s_k(t)}{4\pi^2} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} a(\theta, \psi) I_k(\theta, \psi) d\theta d\psi + n(t)$$

식 (4)에 의한 퍼진 신호원 모델의 모양은 그림 2.1처럼 나타난다.

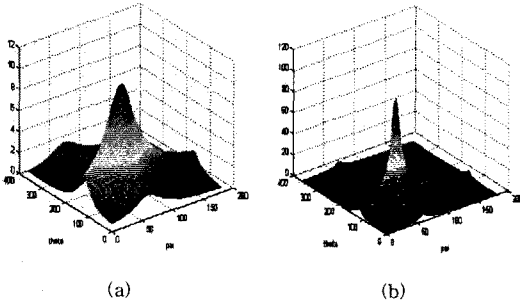


그림 2.1 퍼진 신호원 모델 모양

- (a) 퍼진 계수가 0.9일 때(방위각:120도, 고도:60도)
- (b) 퍼진 계수가 0.7일 때(방위각:120도, 고도:60도)

2.3 MUSIC 알고리즘

신호도착방향 추정에 대한 문제는 공간상의 상관행렬을 고유분해하여 얻은 고유치와 고유벡터를 가지고 다수의 협대역 신호의 신호도착방향을 추정하는 알고리즘이 MUSIC 알고리즘이다.

L개의 협대역 신호가 서로 다른 방향에서 M개의 센서로 이루어진 선형 어레이로 평행 입사하며 잡음은 공간적으로 상관관계가 없고 가우시안이라고 가정하면 다음과 같은 어레이 출력식을 나타낼 수 있다.

$$y(t) = \sum_{k=1}^L a(\theta_k) s_k(t) + n(t) \quad (5)$$

어레이 출력을 가지고 다음과 같이 공분산을 구하면

$$R_y = E[y(t)y^H(t)] \quad (6)$$

된다. 여기서 H 는 Hermitian이다.

공분산 R_y 를 고유분해에 의해서 고유치와 고유벡터를 계산할 수 있다. 다음의 조건을 만족하여 신호부공간 S_{MUSIC} 과 잡음부공간 G_{MUSIC} 으로 나눌 수 있다.

$$\begin{aligned} \lambda_1 > \dots > \lambda_L = \dots = \lambda_M = 0 \\ S_{MUSIC} = [e_1, e_2, \dots, e_L], \quad G_{MUSIC} = [e_{L+1}, e_{L+2}, \dots, e_M] \end{aligned} \quad (7)$$

MUSIC 알고리즘은 잡음부공간과 Steering 벡터가 직교

한다는 성질을 이용하여 추정하는 방법이다. 그러므로 식 (9)에 의해서 최대값을 가지는 방향이 신호도착방향이 된다.

$$a^H(\theta) G_{MUSIC} = 0 \quad (8)$$

$$\hat{\theta}_k = \arg \max [f_{MUSIC} = \frac{1}{a^H(\theta) G_{MUSIC} G_{MUSIC}^H a(\theta)}] \quad (9)$$

여기서 $\hat{\theta}_k$ 는 추정된 신호도착방향이다.

2.4 개선된 ESPRIT 알고리즘

MUSIC, ML 등은 오차가 적고 해상도가 높은 결과를 얻을 수 있지만 낮은 신호대잡음비에서는 그 성능이 저하되는 것을 알 수 있다. 그것을 보완하기 위해서 공분산의 차이 알고리즘인 ESPRIT 알고리즘과 스펙트럼 밀도 함수를 사용하여 개선된 알고리즘을 제안하였다.

ESPRIT 알고리즘은 기준 측정과 어레이의 방향성을 α 만큼 회전시킨 후의 측정에서 얻은 데이터로부터 각각 계산된 공분산 행렬과 그 차로 구한 공분산 차이 행렬을 구한다.

$$\begin{aligned} \hat{R}_{1k} &= A_{1k} P_{1k} A_{1k}^H + N \\ \hat{R}_{2k} &= A_{2k} P_{2k} A_{2k}^H + N \\ \hat{D}_k &= \hat{R}_{1k} - \hat{R}_{2k} \end{aligned} \quad (10)$$

이상적으로 \hat{D}_k 는 잡음성분을 갖지 않고 고유치가 실수인 행렬이 된다. 개선된 알고리즘은 공분산 차이 행렬 \hat{D}_k 과 스펙트럼 밀도 함수를 사용하여 다음의 식을 정의할 수 있다.

$$\hat{S}_l = \sum_{k=0}^{\infty} \hat{D}_k e^{-R_k l} \quad (11)$$

여기서 \hat{S}_l 는 스펙트럼 밀도 행렬이 되고, 고유분해를 한다. 그러면 $M-2L$ 개의 영 고유치가 존재하므로 다음과 같이 신호부공간 S_{ESPRIT} 과 잡음부공간 G_{ESPRIT} 으로 나눌 수 있다.

$$\begin{aligned} S_{ESPRIT} &= [e_1, e_2, \dots, e_{2L}] \\ G_{ESPRIT} &= [e_{2L+1}, e_{2L+2}, \dots, e_M] \end{aligned} \quad (12)$$

이것도 마찬가지로 잡음부공간과 steering 벡터가 직교한다는 성질을 이용한다. 그러므로 식 (13)에 의해서 최대값을 가지는 방향이 신호도착방향이 된다.

$$f_{ESPRIT}(\theta) = \frac{1}{[a^H(\theta) G_{ESPRIT} G_{ESPRIT}^H a(\theta) + a^H(\theta + \alpha) G_{ESPRIT} G_{ESPRIT}^H a(\theta + \alpha)]} \quad (13)$$

3. 실험 결과

이 실험은 컴퓨터 시뮬레이션을 통해서 퍼진 신호를 사용하여 MUSIC 알고리즘과 개선된 알고리즘을 비교, 분석하는데 목적이 있다. 실험의 조건은 수직 어레이와 수평 어레이를 각각 $M=5$ 샘플의 수는 180이고 퍼진계수는 0.9와 0.7일 경우이고, 신호대잡음비는 5dB부터 30dB이다.

각각 신호대잡음비에서의 MUSIC 알고리즘과 개선된 ESPRIT 알고리즘을 통한 신호도착방향의 결과를 다음의 표 1에 나타내었다. 실험결과를 통해서 개선된 알고리즘이 낮은 신호대잡음비에서 기존의 알고리즘보다 성능이 우수하다는 것을 알 수 있었다.

표 1. 실험 결과
(a) 퍼진 계수가 0.7일 경우의 실험결과

0.7		MUSIC 알고리즘							
SNR	5dB		10dB		20dB		30dB		
	실제	추정	실제	추정	실제	추정	실제	추정	
방위각	120	124.3	120	122.6	120	121	120	120	
고도	60	63.5	60	61.8	60	60.4	60	60	
0.7		개선된 ESPRIT 알고리즘							
SNR	5dB		10dB		20dB		30dB		
	실제	추정	실제	추정	실제	추정	실제	추정	
방위각	120	122.2	120	120.3	120	120	120	120	
고도	60	62.1	60	60.8	60	60	60	60	

(b) 퍼진 계수가 0.9일 경우의 실험결과

0.9		MUSIC 알고리즘							
SNR	5dB		10dB		20dB		30dB		
	실제	추정	실제	추정	실제	추정	실제	추정	
방위각	120	122	120	121.5	120	120.2	120	120	
고도	60	61	60	60.9	60	60.1	60	60	
0.9		개선된 ESPRIT 알고리즘							
SNR	5dB		10dB		20dB		30dB		
	실제	추정	실제	추정	실제	추정	실제	추정	
방위각	120	121	120	120.5	120	120	120	120	
고도	60	60.5	60	60	60	60	60	60	

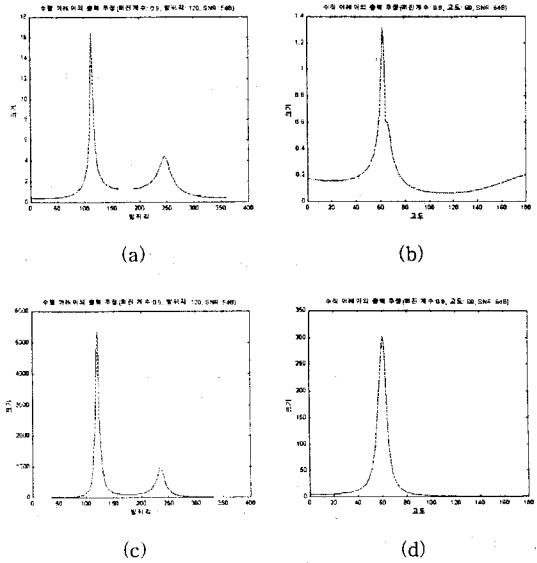


그림 3.2 퍼진계수가 0.9인 경우
(a),(b) 퍼진계수가 0.9일 때 방위각과 고도(MUSIC)
(c),(d) 퍼진계수가 0.9일 때 방위각과 고도(ESPRIT)

4. 결 론

신호도착방향 추정에 관한 연구는 어레이 신호처리분야에서 가장 많이 다루어지는 문제중 하나이다. 대부분의 신호도착방향에 관한 연구에서는 어레이에 들어오는 신호가 점 신호원에서 발생했다는 가정을 사용한다. 그러나 실제 환경에서 발생하는 신호들의 신호원들은 점 신호원이 아닌 경우가 대부분이다. 따라서 본 논문에서는 점 신호원 모델이 아닌 퍼진 신호원 모델을 이용하여 신호도착방향을 추정함으로써 해서 보다 정확한 추정이 가능하도록 하였다.

대부분의 추정 알고리즘들은 높은 신호대잡음비에서는 성능이 좋지만 낮은 신호대잡음비에서는 추정오차가 생겨서 해상도가 낮아지게 된다. 본 논문에서는 이런 단점을 극복하기 위해서 ESPRIT 알고리즘과 스펙트럼 밀도 함수를 사용하는 개선된 ESPRIT 알고리즘을 이용하여 신호도착방향을 추정하였다. 컴퓨터 모의실험 결과 낮은 신호대잡음비에서 개선된 알고리즘이 기존의 알고리즘보다 향상된 추정성능을 가진다는 것을 알 수 있었다.

(참 고 문 헌)

- [1] R. Roy and T. Kailath, "ESPRIT-Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Technique", IEEE Trans. ASSP. Vol 37, No 7, pp 984-995, July, 1989.
- [2] P. Stoica and A. Nehorai, "MUSIC, Maximum Likelihood, and Cramer-Rao Bound", IEEE Trans. ASSP. Vol 37, No 5, pp 720-741, May, 1989.
- [3] Don H. Johnson and Dan E. Dudgeon, "Array signal processing concepts and techniques", Prentice-Hall, 1993.
- [4] V. V. Krishna and A. Paulraj, "Direction of arrival estimation using eigenstructure method for maneuvering arrays", IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Vol 5, No 4, pp 2835-2838, Apr, 1990.
- [5] S. Valaee, B. Champagne and P. Kabal, "Parametric localization of distributed sources" IEEE Trans. Signal Proc. Vol 43, No 9, pp 2144-2153, Sep. 1995.

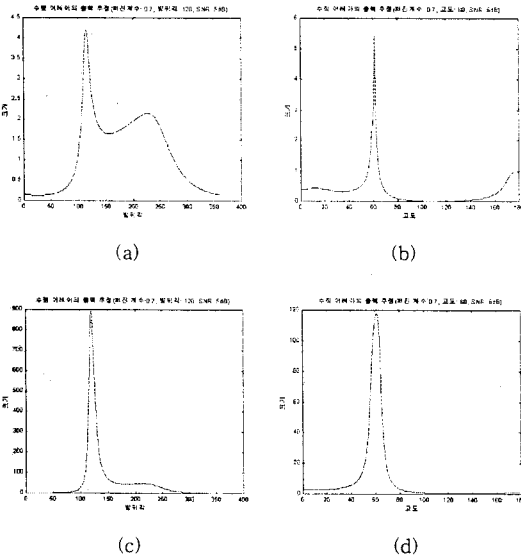


그림 3.1 퍼진계수가 0.7인 경우
(a),(b) 퍼진계수가 0.7일 때 방위각과 고도(MUSIC)
(c),(d) 퍼진계수가 0.7일 때 방위각과 고도(ESPRIT)