

## 다중계측기 신호의 통계적 추정방법

이은기, 김용배  
한국전력공사 전력연구원

### Statistical Estimation of Multi-Point Detector Signal

EunKi Lee, KuneHo Cha  
KEPRI

**Abstract** - 본 논문은 통계적 Regression방법인 Alternating Conditional Expectation (ACE) 방법을 적용하여 다중계측기를 이용한 공간 변수의 분포에 대한 추정 혹은 재구성 문제를 분석하는 방법을 제시하고 있다. 한다. 계측기 설치 비용 및 설치 위치의 한계로 인해 완벽하게 이루어지기 힘든 공간 변수의 연속적인 분포 추정은 공정 시스템이나 안전성 관련 변수의 감시분야에 많이 응용되고 있다. 본 논문은 계측기 추가에 따르는 비용을 줄이거나 동일한 수의 계측기로 측정오차를 감소시킬 목적으로 가상계측기의 개념을 도입하고 이를 적용하기 위한 통계적 추정 방법론을 기술하고 있다. 수치모사를 통한 분석결과 본 방법은 비선형성이 큰 변수분포에 대해서도 Robust한 결과를 주는 것을 확인하였다.

#### 1. 서 론

공간 변수의 분포에 대한 추정 혹은 재구성은 계측기 설치 비용 및 설치 위치의 한계로 인해 완벽하게 이루어지기 힘들며 특히, 공정 시스템이나 안전성 관련 변수의 감시분야에 많이 응용되고 있다. 본 논문은 계측기 추가에 따르는 비용을 줄이거나 동일한 수의 계측기로 측정오차를 감소시킬 목적으로 가상계측기의 개념을 도입하고 이를 적용하기 위한 방법론을 기술하고 있다.

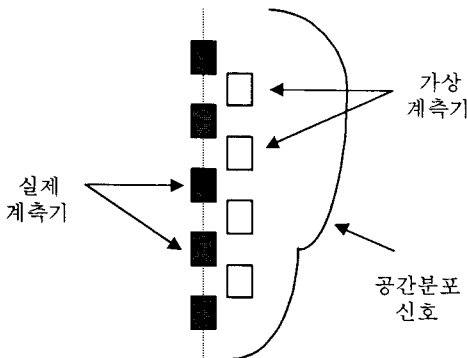


그림. 1. 1차원 가상계측기 구성

일반적으로 공간 변수의 분포에 대한 추정은 측정지점의 data 를 이용하여 연속적인 공간분포를 fitting하는 형태로 수행된다. 따라서, 가상계측기를 도입하기 위해서는 측정자료로부터 가상계측기 위치의 정보를 정확히 유추하는 과정이 반드시 필요하다. 본 논문에서는 가상계측기 정보 계산에 Alternating Conditional Expectation (ACE)<sup>(1,2,3)</sup> 방법을 적용한다. ACE 방법은 일반적인 비선형 시스템의 신호를 fitting 방법으로 특정형태의 fitting 기저함수를 미리 결정하지 않아도 되며, 독립변수와 종속변수간의 관계를 그림으로 확

인할 수 있는 장점이 있다. ACE 방법을 분석대상 시스템을 기술하는 공간에 대한 편미분방정식의 해와 결합하여 실제계측기와 가상계측기의 관계식을 구한 후 적절한 fitting 방법을 적용하면 계측기의 수가 증가하는 효과를 얻을 수 있어 측정오차를 크게 감소시킬 수 있다.

본 논문에서는 그림 1.과 같은 1차원 공간에 5개의 계측기로 구성된 채널이 45개 존재하고 구하고자 하는 변수는 45개 계측기 채널의 평균값이며, 각 계측기 사이에 1개씩 4개의 가상계측기를 추가하는 경우의 문제에 개발된 방법론을 적용하고 측정오차를 분석하였다. 즉, 각 실제계측기 위치에서 측정된 5개 신호를 정규화하고 이를 Fourier fitting을 통해 연속적인 분포를 재구성하는 문제이다. 이 방법의 어려운 점은 측방향으로 5개 지점의 계측기 정보만을 이용하므로 측방향분포가 말안장 형태(saddle-type)가 되거나 상하부로 치우친 경우는 Fourier fitting에 의한 모사능력이 현저히 저하된다는데 있다. 특히, 원자료의 출력분포 등과 같이 안전성에 중요한 변수의 fitting 문제에 대해서는 매우 보수적 (conservative) 제한이 수반될 수밖에 없어 가능한 한 정확한 분포 계산을 위해 계측기 수를 늘리는 것이 바람직하나 큰 설계비용 상승의 원인이 될 수 있다. 이러한 문제를 해결하고 계산정확성 향상을 위해 가상계측기를 도입하고 실제계측기와와의 최적 상관 관계를 ACE 방법으로 도출하였다. 개발된 방법을 6,978개의 공간 분포자료에 대해 적용한 결과,

- 1) 5개 계측기 정보만을 이용하는 기존 방법에 비해 계산 오차가 대폭 감소하였으며,
- 2) 계산에 필요한 최적 상관 관계 상수가 864개로서 전산메모리 부담이 크지 않으며,
- 3) 특히, 비선형성이 큰 변수분포에 대해서도 Robust한 결과를 주는 것을 확인하였다.

또한 개발된 방법론의 정확성을 확인하기 위해 5개 계측기 신호와 Reference 계산에 사용된 측방향 노드 (20개) 각각의 최적 상관 관계를 ACE방법을 사용하여 구하고 이를 가상계측기로 취급하여 계산한 결과(그림 4,5,6의 Stochastic 방법)와도 비교하였다. 이 방법은 통계적방법으로 간주할 수 있으며 fitting 단계가 필요 없으므로 정확성은 향상되나, 20개 노드 분포계산에만 적용할 수 있고, 상관관계 상수가 과도하게 증가하는 단점이 있다.

#### 2. 본 론

##### 2.1 ACE 방법론

본 논문의 핵심이 되는 ACE 방법은 측정자료 ( $y, x_1, x_2, \dots, x_p$ )에 대해 종속변수  $y$  와 독립변수  $x_1, x_2, \dots, x_p$  사이의 최적 상관 관계식을 도출하는데 매우 유용한 통계적 방법이다. ACE 방법은 ( $y, x_1, x_2, \dots, x_p$ )의 자료 집합이  $N$ 개 존재할 때 종속변수  $y$  및  $x_i (i = 1, \dots, P)$ 의 최적변환자료(optimal transformation

data)는 각각 다음과 같이 표현된다.

$$\phi_n(x_n) = E \left[ \theta(y) - \sum_{d=1}^5 \phi_d(x_d) \right] \quad (n=1, \dots, 5) \quad (1)$$

그리고

$$\theta(y) = \frac{E \left[ \sum_{d=1}^5 \phi_d(D_d) \right]}{E \left[ \sum_{d=1}^5 \phi_d(D_d) \right]} = \frac{E \left[ \sum_{d=1}^5 \phi_d(D_d) \right]}{E \left[ \sum_{d=1}^5 \phi_d^2(D_d) \right]} \quad (2)$$

여기서 E는 기대값(Expectation), 즉 평균을 의미한다. 상기한 두 식의 해는 반복계산을 통해 구하는데 회귀분석에 의한 오차가 최소가 되도록 반복계산을 수행한다. 오차는 식 (3)으로 표현된다.

$$e^2 = \frac{1}{N} \sum_j \left[ \theta(y) - \sum_{d=1}^5 \phi_d(D_d) \right]^2 \quad (3)$$

ACE 방법은 변환된 자료가 fitting하기 매우 좋은 형태의 그림으로 나타낼 수 있다는 점에서 큰 장점을 갖고 있다.

식 (1), (2)를 이용하여 임의의  $i$  위치의 최적 변환값, 즉  $\phi_i(x_i)$ 나  $\theta(y_i)$ 을 구하기 위해 그 위치로부터 특정구간( $(i-M, i+M)$ ,  $M$ 은 입력으로 주어짐)에 존재하는 모든 자료를 대상으로 가중 평균을 수행한다. 반복계산을 통해 일련의 최적 변환 자료가 구해지면 이를 모사하기 위한 연속함수를 최소자승법으로 구하는데 각각의 최적 변환자료 세트를 3개 구간으로 구분, 양 끝단의 경우는 외삽을 고려하여 1차식으로 근사하고, 가운데 구간은 최대 9차 다항식까지 적용하여 그 계수를 구한다.

## 2.2 평가 자료 및 공간분포 계산 방법

새로운 방법의 적용 가능성을 확인하기 위해 2가지 plant에 대해 20개 측정항 reference 노드값과 5개 계측기 정보를 하나의 자료 세트로 취급하여 총 6,978개의 자료세트에 대한 오차분석을 수행하였다. ACE 방법에 의한 최적상관관계 상수들이 결정되면, 5개 계측기 정보를 입력으로 6,978개의 측정항 분포를 재생산하여 수치해법으로 구한 Reference 측정항 분포와 비교, 평가하였다.

## 2.3 실제계측기와 가상계측기와의 관계

그림 2는 계측기 4번과 5번 사이에 존재하는 가상계측기(8번째)가 3번째 실제계측기와 어떤 관계가 있는지를 보여 주고 있다. 이 가상 계측기는 3번 계측기와 특별한 관계성을 예상하기 힘들 정도로 산만한 분포를 보이고 있다. 여기에 ACE 방법을 적용하면, 여러 단계의 통계분석을 거치지 않더라도 손쉽게 최적 상관 관계를 찾아낼 수 있다. 8번 가상계측기와 3번째 실제계측기에 대해 ACE 방법을 적용하여 찾아낸 최적 변환 자료가 그림 3에 표시되었다. 여기서는 ACE 방법의 장점 중 하나인 fitting의 용이성도 확연히 알 수 있다.

## 2.4 Fourier Fitting Method (FFM)

본 논문에서 고려한 측정항 분포 합성방법은 fourier Fitting이다. 즉, 임의의 측정항 위치에서 공간분포는 식(4)와 같이 표현된다.

$$P(z) = \sum_{n=1}^{ND} (a_n \cos n\pi B_c(z-0.5) + b_n \sin n\pi B_c(z-0.5)) \quad (4)$$

여기서

$n$  = 모드(mode) 갯수 ( $n=1, \dots, ND$ ),

$a_n, b_n$  =  $n$  모드에 대응하는 Fourier 계수,

$z$  = 정규화된 측정항 길이,

$B_c$  = fitting 인자

$ND$  = 계측기 정보의 총 수이다.

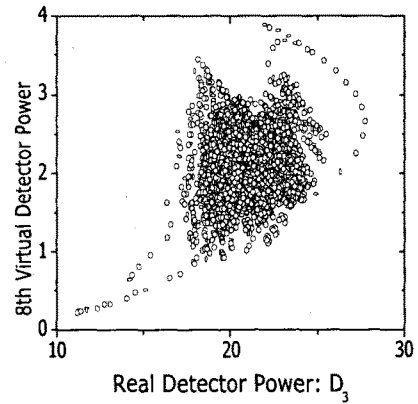


그림 2. 8번가상계측기와 3번실제계측기 간 상관 관계

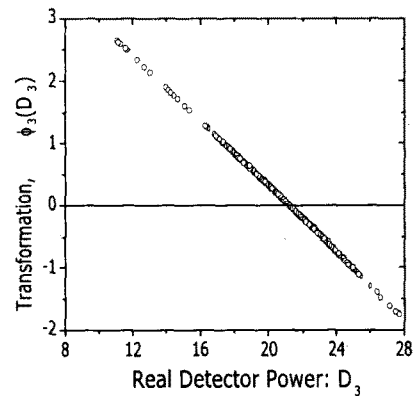


그림 3. 8번가상계측기에 대한 ACE 방법 적용 결과

Fourier 계수들은 식 (4)를 적분하여 각 계측기 위치에서 측정값이 일치되도록 함으로써 결정한다. 즉,

$$PD_m = \int_{Z_l}^{Z_h} P(z) dz, \quad (m=1, \dots, ND), \quad (5)$$

을 만족하며, 여기서  $Z_l, Z_h$ 는  $m$ 번째 계측기의 하단 및 상단위치를 나타낸다. 식 (5)에 의하면 fitting 인자가 고정된 경우 우변은  $ND \times ND$  행렬과 Fourier 계수 벡터, 좌변은 핵계측기 정보 벡터가 주어지므로 쉽게 Fourier 계수들을 계산할 수 있다. 9개 계측기가 있는 경우  $a_n, b_n$ 을 계산하기 위해  $9 \times 9$  행렬이 구성되지만 LU분해법 등을 이용하면 간단히 계산된다. 각 노드별 출력은 식 (5)에 따라 노드 하단부터 상단까지 적분하여 계산함으로써 출력을 구할 수 있다.

## 2.5 평가 결과

제안된 방법의 정확성은 그림 4, 5를 통해 확인할 수 있다. 그림4는 plant A의 3,489개 변수분포의

reference에 대한 절대오차 비교이다. 20개의 가상계측기를 도입한 경우와 제안된 방법의 평균 절대오차는 1% 정도이나 5개 계측기만을 사용하는 기존 방법은 3%에 가까움을 볼 수 있다. 그림 4.는 개발된 방법의 계산 정확성을 보여 주는 또 다른 그림으로 2개 plant에 대해 총 69780개 자료세트(3489세트×20 노드) 각각의 상대 오차 분포를 살펴본 그림이다. 기존 방법이 2%이내의 오차를 보이는 포인트가 약 4만개에 근접하는 반면 통계적 방법이나 제안방법은 1%이내의 포인트가 6만개, 2%까지 포함하면 6만 5천개를 상회한다. 즉, 전체의 93%이상이 2% 이내의 오차를 보일 정도로 제안된 가상계측기 이용 방법이 각 노드별 분포를 매우 정확하게 계산하고 있다.

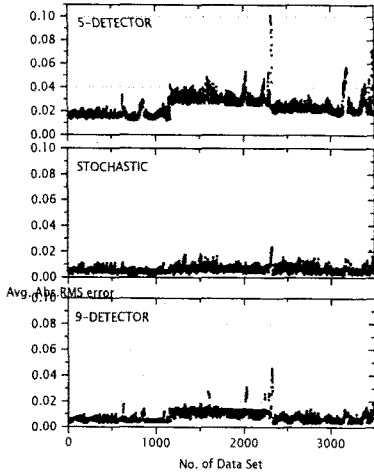


그림 4. 계산 방법론별 Avg. Absolute RMS error 분포 비교

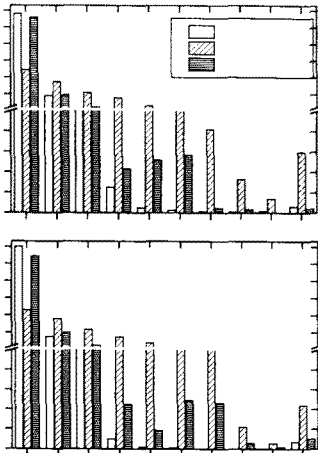


그림 5. 총 67890개 포인트(20개 노드\*3489개 분포)의 오차 분포도

그림 6.은 제안된 방법이 최대 RMS 오차를 보인 경우에 각 방법의 공간 변수 분포 비교이다.

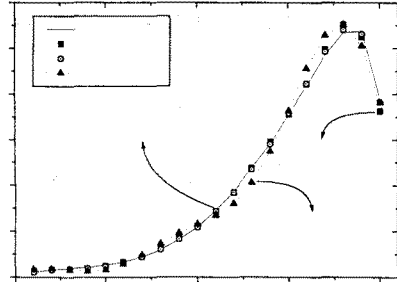
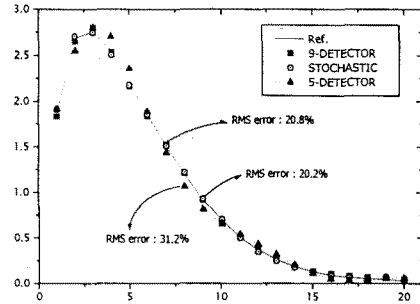


그림 6. 최대 RMS 오차가 발생한 자료의 계산방법론에 따른 분포 비교



### 3. 결 론

가상계측기를 도입한 새로운 공간 변수분포 fitting 방법은 가상계측기 정보의 적절한 평가여부에 그 성패가 좌우된다. 만약 이 정보를 정확히 알아낼 수 있다면 계측기 수가 많아진 만큼 기존 방법보다 훨씬 더 정확히 공간분포를 모사할 것이라 예상할 수 있다. 문제는 가상계측기와 실제계측기 간의 관계식을 정확히 알아내는 것이다. 이를 해결하기 위해 독립 변수와 종속 변수사이의 최적 상관 관계를 계산할 수 있는 ACE 방법을 이용하였다. 번 논문에 제안된 방법은 계측기 설치가 어렵거나 계측기 추가에 비용이 많이 소요되는 plant의 공간 변수분포 계산에 유용한 도구가 될 것으로 판단된다.

### (참 고 문 헌)

- [1] E. K. Lee, Y. H. Kim, K. H. Cha, and M. G. Park, "Calculation of Core Axial Power Shapes using the Alternating Conditional Expectation Algorithm," *Proc. KNS Autumn Meeting Seoul, Korea*, Vol. 1, p53, October (1998)
- [2] E. K. Lee, Y. H. Kim, K. H. Cha, and M. G. Park, "Reconstruction of Core Axial Power Shapes using the Alternating Conditional Expectation Algorithm," *Annals of Nuclear Energy*, 26, pp.983-1002 (1999)
- [3] L. Breiman and J. H. Friedman, "Estimating Optimal Transformations for Multiple Regression and Correlation," *Journal of the American Statistical Association, Theory and Method*, 80:391, 580-619 (1985).