

유전알고리즘을 이용한 적응 퍼지 제어기의 설계

허성희, 서호준, 박장현, 윤필상, 박귀태
고려대학교 전기·전자·전파 공학부

Design of an Adaptive Fuzzy Controller using Genetic Algorithm

Sung-hoe Huh, Ho-Joon Seo, Jang-Hyun Park, Gwi-Tae Park
School of Electrical Engineering, Korea University

Abstract - In adaptive fuzzy control, system designer develops an adaptive law for the output of the unknown plant to track a given signal. The adaptation gains of the adaptive law are critical elements in the overall system, however, they were used to be selected by the designer's experience or intuition. In this paper, genetic algorithm is used to search an optimal adaptation gain and simulation results will be presented to show the improved tracking responses.

1. 서 론

퍼지를 이용한 제어 시스템은 전문가의 지식을 직접적으로 시스템 설계에 이용할 수 있으며 제어대상 플랜트의 입출력 데이터만을 가지고도 복잡한 수학적 모델링의 절차 없이 효과적인 제어 성능을 얻게 할 수 있는 장점이 있다. [1] 또한 수학적으로 모델링이 어려운 플랜트를 제어하기 위해서 사용되어왔던 제어기법들(적응제어, 슬라이딩모드 제어 등)이 퍼지제어에 많이 적용되어 왔으며 리아프노프(Lyapunov) 관점에서의 안정도 및 강인성향상에 대한 연구가 진행되고 있다. [2,3]

적응 퍼지 제어 시스템은 알지 못하는 제어대상 플랜트의 출력이 원하는 궤적을 따라가도록 플랜트 또는 제어기의 파라미터에 적응 법칙을 적용한 것으로 퍼지 시스템으로 모델링 되어있는 플랜트 또는 제어기의 파라미터들은 적응 법칙에 따라서 페루프 시스템이 수행될 때마다 매시간 갱신된다. 적응 법칙의 형태는 리아프노프 후보 함수(Lyapunov candidate function)의 시간에 대한 미분이 음(negative)의 값을 갖도록 설계되는데 이때 파라미터의 갱신되는 정도의 크기, 즉 적응계인은 전체 시스템 성능에 크게 영향을 미친다. 따라서 설계자는 적응법칙과 함께 적절한 상수 값의 적응 계인을 결정해야하는데 잘못 선정되었을 경우 시스템이 진동(oscillation)하거나 발산하는 경우가 발생할 수 있다. 일반적으로 이러한 적응계인의 선정은 수많은 시행착오 및 모의실험을 거쳐서 이루어지기 때문에 해를 찾는 효율적인 방법이 필요하다.

유전알고리즘은 정해진 해(solution) 공간에서 최상의 결과를 내는 해를 찾는 방법중의 하나로써 근래들어 제어분야에 효과적으로 적용되고 있다. [4] 본 논문에서는 알지 못하는 제어대상 플랜트가 원하는 추종성능을 얻을 수 있도록, 유전 알고리즘을 이용해서 최적의 적응계인 값을 찾는다.

논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 기존의 적응 퍼지 제어기를 보이고 3장에서는 유전알고리즘의 원리 및 구현 방법, 그리고 4장에서는 유전알고리즘을 이용한 최적의 적응 계인을 찾는 절차 및 결과 식을 보일 것이다. 마지막 5장과 6장에서는 모의실험 결과 및 고찰을 보인다.

2. 적응 퍼지 제어기의 설계

제어 대상 플랜트로서 다음과 같은 n차원의 어핀(affine) 시스템을 고려한다

$$\dot{x}^{(n)} = f(x) + g(x)u \tag{1}$$

여기서 $f(x)$ 와 $g(x)$ 는 미지의 연속함수이고 $u \in R$ 과 $x \in R^n$ 은 각각 시스템의 입력과 출력이다. 그리고 $x = (x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})^T \in R^n$ 은 측정 가능한 상태 변수 벡터이다. (1)이 제어가능하기 위해서는 다음이 성립하는 g_f 이 존재한다는 가정이 필요하다.

$$0 \leq g_f \leq g(x) \tag{2}$$

추종 오차를 $e = y_m - y$ 라고 정의하면 시스템 (1)의 제어 목적은 다음과 같다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0 \tag{3}$$

여기서,

$e = (e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)})^T$, $k = (k_n, \dots, k_1)^T \in R^n$ 이라고 정의하며, k 는 다항식 $h(s) = s^n + k_1 s^{n-1} + \dots + k_n$ 의 모든 근이 s 평면의 좌 반면에 위치하도록 결정된다.

2.1 적응 법칙의 설계

(1)에서 $f(x)$ 와 $g(x)$ 는 미지의 연속 함수이므로 퍼지시스템 $\hat{f}(x, \theta_f)$, $\hat{g}(x, \theta_g)$ 으로 근사화 시키면 원하는 만큼의 정밀도를 얻을 수 있다. [1] 여기서

$$\hat{f}(x, \theta_f) = \frac{\sum_{i=1}^M \theta_{fi} \left(\prod_{j=1}^n \mu_{F_j}(x_j) \right)}{\sum_{i=1}^M \left(\prod_{j=1}^n \mu_{F_j}(x_j) \right)} \triangleq \theta_f^T \xi_f$$

$$\hat{g}(x, \theta_g) = \frac{\sum_{i=1}^m \theta_{g_i} \left(\prod_{j=1}^n \mu_{F_j}(x_j) \right)}{\sum_{i=1}^m \left(\prod_{j=1}^n \mu_{F_j}(x_j) \right)} \triangleq \theta_g^T \xi_g \quad (4)$$

이며, μ'_{F_i} 은 i 번째 상태변수에 대한 l 번째 퍼지 소속 함수를 나타낸다.

제어입력 u_c 를 다음과 같이 선정할 후

$$u_c' = \frac{1}{g} (-\hat{f} + y_m^{(n)} + k^T e) \quad (5)$$

(4)를 (1)에 대입하여 정리하면 다음을 얻는다.

$$\dot{e} = A_c e + b_c [(\hat{f}(x, \theta_f) - f(x)) + (\hat{g}(x, \theta_g) - g(x)) u_c] \quad (6)$$

여기서

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -k_n & -k_{n-1} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & -k_1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$b_c = \begin{bmatrix} 0 \\ \cdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

이다. A_c 는 안정한 행렬이므로 임의의 $n \times n$ 양정치(positive definite) 행렬 Q 에 대하여 다음과 같은 관계를 만족하는 양정치 대칭행렬 P 가 존재한다.

$$A_c^T P + P A_c = -Q \quad (8)$$

전체 폐루프 시스템의 제어 목적은 시스템의 모든 신호들을 전역안정(globally stable)화 시키면서 플랜트의 출력이 원하는 궤적을 추종하도록 하는데 있다.

이와 같은 목적에 따라 다음과 같이 적응 법칙을 설계할 수 있다.[2]

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_f &= -\gamma_f e^T P b_c \xi_f(x) \\ \dot{\theta}_g &= -\gamma_g e^T P b_c \xi_g(x) u_c \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 γ_f, γ_g 는 적응계인을 나타내며 전체 계통의 성능에 직접적인 영향을 미친다.

3. 유전 알고리즘

정해진 해 공간(solution space)으로부터 최적의 해를 찾는 문제에서 유전 알고리즘은 여러 해를 동시에 탐색하는 전역 탐색(global search)법을 수행한다. 따라서 전역적인 최적해(globally optimal solution)를 찾을 확률이 기존의 최적화 탐색방법에 비해 크다고 할 수 있다. 특히 해를 탐색하는 과정에서 파라미터 영역의 연속성과 미분치의 존재와 같은 제약 조건이 필요 없으며 다른 탐색 방법에서 필요로 하는 보조적인 정보가 필요 없다는 장점을 갖고 있다. 유전 알고리즘에 쓰이는 연산자

는 난수 발생, 문자열 복제, 부분 문자열 교환 등 단순한 형태이지만 그 단순성에도 불구하고 전역적인 최적해를 찾는 데 있어서 뛰어난 탐색 기능을 발휘한다. 이러한 유전 알고리즘의 수렴 해석에 관한 연구는 스키마 이론에 기초하여 이루어진다.[5]

유전 알고리즘의 성능은 실제 파라미터의 부호화 기법(coding technique), 복제(reproduction), 교배(crossover), 돌연변이(mutation)등의 유전 연산자(genetic operator)와 평가 함수(evaluation function) 또는 최적화 함수(fitness function)의 설정 등에 크게 의존한다. 일반적인 이진 부호화 기법(binary coding technique)에 의하여 생물과 같은 복제, 교배, 돌연변이를 거쳐 다음 세대의 자손(offspring)을 만들어 내는 과정은 다음과 같다.

Step 1 부호화 및 초기화(coding and initialization)
생물의 유전 정보를 담고 있는 염색체(chromosome)와 같이 염색체에 해당하는 파라미터를 이진 코드로 부호화한다. 초기의 해 집단(initial population)은 파라미터를 유한 길이의 불규칙한 이진 문자열로 부호화 함으로써 만들어진다.

Step 2 적합도 평가(fitness evaluation)
각 문자열(염색체)을 복호화(decoding)하여 목적 함수에 대한 적합도를 계산한다.

Step 3 복제(selection to reproduction)
자연 선택의 개념을 기반으로 높은 적합도를 가진 문자열에 대하여 다음 세대의 유전자로 선택될 확률을 높게 한다.

Step 4 교배(crossover)
두 문자열을 임의로 선정하여 문자열 안에 있는 유전 정보(각 비트)를 서로 교환하여 새로운 정보를 갖는 문자열을 만든다.

Step 5 돌연변이(mutation)
문자열 안에 있는 비트의 일부를 임의로 바꾸어 새로운 정보를 갖는 문자열을 만든다.

Step 6 Step 2 ~ Step 5의 과정을 반복하여 최적의 해를 탐색한다.

4. 유전 알고리즘을 이용한 적응계인의 선정

적응법칙의 적응계인은 시스템의 출력에 직접적인 영향을 미치므로 설계자는 계인값 선정에 각별한 주의를 기울여야 한다. 잘못 결정되었을 경우 시스템출력이 진동(oscillation) 하거나 발산하는 경우가 발생한다. 일반적으로 이러한 적응계인의 선정은 제어기 설계자의 경험과 시행착오등 많은 시간과 노력을 통하여 이루어진다. 따라서 이에 대한 효율적인 방법이 필요하다. 본 논문에서는 유전 알고리즘을 이용하여 최적의 적응계인을 찾음으로써 이러한 단점을 해결하였다. 각 염색체의 적합도를 평가하기 위한 최적화 함수(fitness function) F_s 는 다음과 같이 선정하였다.

$$F_s = \sum_{t=1}^T \frac{1}{t} \frac{1}{w e^2} \quad (10)$$

여기서, t 는 시간에 대한 가중치이며 w 는 에러제곱의 가중치이다.

5. 모의 실험

본 논문에서 제시한 알고리즘의 유효성을 보이기 위해서 도입진자에 대한 제어기를 설계하여 모의실험을 수행하였다. 시스템의 상태방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{g \sin x_1 - \frac{m l^2 x_2^2 \cos x_1 \sin x_1}{m_c + m}}{l \left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{m_c + m} \right)} + \frac{\cos x_1}{m_c + m} \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 $g=9.8 \text{ m/s}^2$ 은 중력가속도, m_c 는 수레의 질량, m 은 막대의 질량, $2l$ 은 막대의 길이, 그리고 u 는 수레에 가해지는 힘으로서 제어입력이다. 모의실험에서 사용된 값들은 $m_c=1 \text{ kg}$, $m=0.1 \text{ kg}$, $l=0.5 \text{ m}$, $r=0.1$, $s_f(x)=s_g(x)=1$ 이고 기준 입력은 $y_m(t)=\frac{\pi}{30} \sin(t)$ 로 설정하였다. 그림1은 임의로 적응 계인값을 선정한 후의 출력을 나타낸다. ($\gamma_f=60$, $\gamma_g=0.1$)

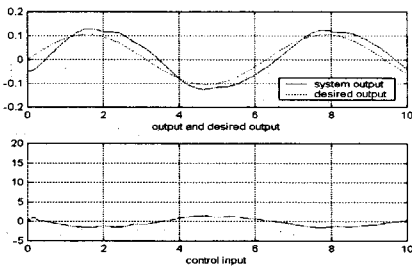


그림 1 상태변수 $x_1(t)$ 와 기준입력 $y_m(t)$

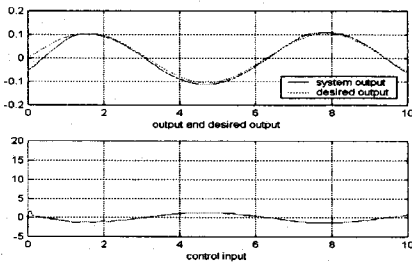


그림 2 상태변수 $x_1(t)$ 와 기준입력 $y_m(t)$

그림 2와 3은 유전 알고리즘을 이용하여 적응계인을 결정할 경우이다. 개체군의 크기(population size)는 30과 50, 세대(generation)수는 각각 20과 40으로 했다. 그림 2에서 $\gamma_f=40.2737$, $\gamma_g=0.4078$ 이며 그림 3에서는 $\gamma_f=47.8983$, $\gamma_g=0.7608$ 으로 선정되었을 때의 결과를 나타낸다.

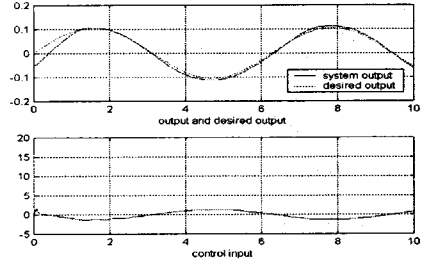


그림 3 상태변수 $x_1(t)$ 와 기준입력 $y_m(t)$

6. 결론

본 논문에서는 적응 퍼지 제어기를 설계하는데 있어서 시스템 출력에 직접적으로 영향을 미치는 적응계인을 유전알고리즘을 이용하여 결정하였다. 결정에 필요한 최적화 함수(fitness function)에는 시간의 가중치 및 에러제곱에 대한 가중치가 포함되었다. 유전 알고리즘에 의해 선정된 적응계인값에 의한 시스템의 출력 및 제어 입력은 임의로 선정되었을 때와 비교해서 과도상태 응답 및 정상상태 응답에서 나온 성능을 보였다. 개체군의 크기 및 세대수가 증가할수록 정해진 해 공간에서 해를 탐색하는 데에는 그만큼의 시간이 더 필요하지만 더 나은 결과를 얻는다고는 기대할 수 없다.

[참고 문헌]

- [1] L.-X. Wang, J. M. Mendel, "Fuzzy Basis Functions Universal Approximation, and Orthogonal Least-Squares Learning", IEEE Trans. Neural Network, vol. 3, no. 5, pp. 807-814, 1992.
- [2] Li-Xin Wang, "Stable Adaptive Fuzzy Controllers with Application to Inverted Tracking," IEEE Trans. Systems, Man, Cybernetics-Part B, vol. 26, No. 5, pp. 677-691, October 1996.
- [3] B. Yoo, W. Ham, "Adaptive fuzzy sliding mode control of nonlinear system," IEEE Trans. Fuzzy Systems, vol. 6, no. 2, pp. 315-321, 1998
- [4] M-Y. Shieh 外 2, "A GA-based Sugeno-Type Fuzzy Logic Controller for the Cart-Pole System", IEEE Int. Conf. on Ind. Elec. Con. and Ins. vol 3, 1998.
- [5] D.E. Goldberg, Genetic Algorithm in Search, Optimization and Machine Learning, Reading, MA: Addison-Wesley, 1989
- [6] 서호준 外 2, "유전 알고리즘을 이용한 슬라이딩 모드제어기의 설계", 대한 전기학회 하계학술대회, 1999.