

적분기와 큰 시간지연을 가지는 플랜트에 대한 응답특성 개선

양승현*, 박용식**, 허명준***, 이석원*

*호서대학교 제어계측공학과, **영지대학교 전기정보제어공학부, ***순천향대학교 전기전자공학부

Improved Response of the Plant with an Integrator and Long DeadTime

Seung-Hyun Yang*, Yong-Sik Park**, Myung-Jun*** Hur, Suk-Won Lee*,

*Dept. of Control & Instrumentation Eng. Hoseo Univ.

**Division of Electrical, Information & Control Eng. Myungji Univ.

*** Division of Electrical & Electronic Eng. Soonchunhyang Univ.

Abstract - This paper considers the design of the effective controllers for the plant with an integrator and a long deadtime. The structure of the new DTC(DeadTimeCompensator) that has an additive filter is proposed. Our DTC shows the improved performance in set-point response and disturbance rejection. Especially the bad effect of the long deadtime in the disturbance rejection is fairly reduced by using the additive filter. Illustrative examples are provided to show the availability of the proposed controller.

1. 서 론

플랜트에 존재하는 시간지연은 제어시스템을 설계하고 해석하는데 많은 어려움을 줄 뿐만 아니라 실제 적용에 있어서도 시스템의 안정도에 영향을 주어 효과적인 제어를 기대하기 어렵다. 이러한 문제를 해결하기 위해 많은 설계방법이 제안되었는데, 초기에 SP(Smith Predictor)라 불리는 제어구조가 제안되어, 시간지연 요소를 특성방정식에서 소거함으로써 그 영향을 받지 않는 제어기의 설계가 가능하도록 했으나, [1] 플랜트와 모델의 파라미터들이 완전히 일치해야 한다는 제약조건이 있고, 적분기를 포함하는 플랜트인 경우에는 부하 외란에 대한 정상상태 오차가 항상 존재하게 된다. [2] 이러한 단점을 보완하기 위해 다양한 방법으로 새로운 구조가 많이 제안되었다. 이러한 시간지연 보상기(Dead Time Compensator)[3,4,5,6,7]들은 고전적인 PID 제어기 보다 결정해야할 파라미터의 수가 늘어나 실제의 산업공정에서 DTC를 응용하는데 장애가 된다.

Watanabe[6]는 처음으로 SP가 적분기를 가지는 플랜트에 적용될 경우 정상상태 오차가 항상 발생함을 보이고 정상상태 오차를 제거하는 방법을 제안하였고, Astrom [4]등은 Smith predictor에 적분기가 존재할 경우에 대해서 발생하는 정상상태 오차를 완전히 제거하는 변형된 구조를 제안하였다. 하지만 이러한 구조들은 시간지연 값이 큰 경우에는 적용하기가 곤란할 뿐만 아니라, 또한, 결정해야할 매개변수가 많다는 단점을 가지고 있다.

Matausek[7]등은 결정해야할 매개변수를 줄이면서 큰 시간지연에서도 응답특성을 개선하는 구조를 제안하였으나, 시간지연이 클수록 부하 외란에 대한 응답 속도가 늦어지는 경향이 있다.

본 논문에서는 적분기가 존재하는 플랜트에 대하여 변형된 구조를 갖는 시간지연 제어기를 제안하여 시간지연이 큰 플랜트에 대해서 기준 입력에 대한 정상상태 오차가 제거되는 성질을 유지하면서 부하 외란에 대한 응답특성이 더욱 개선됨을 보였다.

2. 제안된 DTC(DeadTimeCompensator)구조

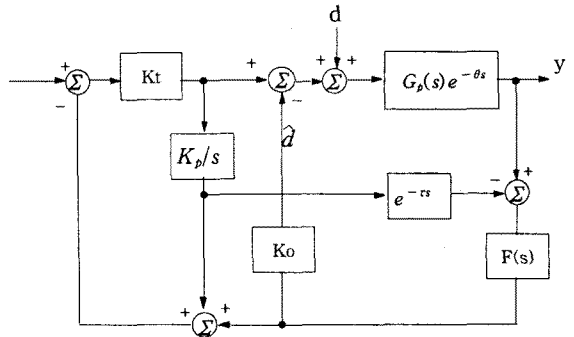


그림 1. 제안된 DTC 구조

그림(1)은 적분기와 긴 시간지연을 가지는 플랜트에 대해 제안된 DTC의 구조를 보여준다. 여기서 $G_p(s)$ 는 플랜트, θ 는 플랜트의 시간지연 크기, K_p/s 는 플랜트의 모델, τ 는 모델의 시간지연 크기이고, K_o 는 이득상수, r 은 기준입력, d 는 외란을 말한다.

만일 그림(1)의 구조에서 $F(s)$ 가 1이라면 Matausek [5]이 제안한 변형된 SP와 같은 구조를 나타나게 되고, $F(s)$ 가 1이고, K_o 가 영이면 SP와 같은 구조가 된다. 여기서 필터는 다음과 같다.

$$F(s) = \frac{\beta + 1}{\alpha + 1} \tag{1}$$

기준입력과 부하외란에 대한 응답은 아래와 같다.

$$Y(s) = H_r(s)R(s) + H_d(s)D(s) \tag{2}$$

여기서, 기준입력에 대한 전달함수는

$$H_r(s) = \frac{KpKe^{-\theta s}}{s + KpKr} \tag{3}$$

이고, 부하외란에 대한 전달함수는 다음과 같다.

$$H_d(s) = \frac{Kpe^{-\theta s}[s + KpKr(1 - e^{-\tau s})F(s)]}{[(s + KpKr)(s + KoKpe^{-\theta s})F(s)]} \tag{4}$$

식(3), (4)를 보면 추가된 $F(s)$ 는 기준입력에 대한 응답과는 무관하며 외란에 대한 응답에만 작용함을 알 수 있다. 또한, 제안된 DTC에서도 식(3)과(4)로부터 다음과 같은 성질이 그대로 유지되어 부하외란에 대한 영향

이 제거된다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{d}(t) = d \quad (5)$$

플랜트를 다음과 같이 가정한다.

$$G_p = \frac{K_p}{S}, \quad \tau = \theta \quad (6)$$

시간지연 항에 대해 아래와 같은 근사식을 이용하면,

$$e^{-\theta s} = e^{-\tau s} \approx (1 - \frac{\tau}{2}s) / (1 + \frac{\tau}{2}s) \quad (7)$$

식(4)는 아래와 같이된다.

$$H_d(s) = \frac{K_p e^{-\theta s} [s + K_p K_r (1 - \frac{1 - \frac{\tau}{2}s}{1 + \frac{\tau}{2}s}) F(s)]}{[(s + K_p K_r)(s + K_o K_p \frac{1 - \frac{\tau}{2}s}{1 + \frac{\tau}{2}s})] F(s)} \quad (8)$$

윗 식에 필터 F(s)를 대입해서 다시 표현하면 다음과 같다.

$$H_d(s) = \frac{K_p e^{-\theta s} [s + K_p K_r (1 - \frac{1 - \frac{\tau}{2}s}{1 + \frac{\tau}{2}s}) \frac{1 + \beta s}{1 + as}]}{[(s + K_p K_r)(s + K_o K_p \frac{1 - \frac{\tau}{2}s}{1 + \frac{\tau}{2}s}) \frac{1 + \beta s}{1 + as}]} \quad (9)$$

여기서, α, β 값을 아래 식과 같이 선택하여

$$\alpha = 1, \quad \beta = \frac{\tau}{2} \quad (10)$$

근사화된 시간지연항의 극점과 필터의 영점이 제거되어 결국 부하외란에 대한 전달함수는 식을 정리하면 아래와 같이 된다.

$$\frac{K_p e^{-\theta s}}{(s + K_p K_r)} \cdot \frac{s(s + 1 + K_p K_r (1 + \frac{\tau}{2}))}{s^2 + (1 + K_o K_p \frac{\tau}{2})s + K_o K_p} \quad (11)$$

Matausek 등이 제안한 구조에서는 시간지연항의 근사화된 모델이 부하외란에 대한 전달함수의 특성방정식에 존재하게 되어 시간지연이 클 경우에 우세근이 되어, 외란에 대한 응답속도에 영향을 주지만, 식(11)에서는 근사화된 시간지연항의 극점이 특성방정식에서 제거됨으로써 \hat{d} 가 d에 더 빨리 수렴하게되고 그 결과 외란에 대한 응답속도가 더 커짐을 기대할 수 있다. 이득상수 K_o 는 식(4)의 특성방정식을 이용하여 안정한 값을 다음과 같은 절차로 구할 수 있다. 특성방정식을 다시 쓰면 아래와 같다.

$$(s + K_p K_r)(s + K_o K_p e^{-\theta s} F(s)) = 0 \quad (12)$$

여기서 안정도를 해석하기 위해 특성방정식의 두 번째 항만을 고려하면 된다. 특성방정식을 다음과 같은 형태로 표현한다.

$$1 + W(s) = 0 \quad (13)$$

여기서

$$W(s) = K_o K_p \cdot \frac{1 + \beta s}{s(1 + as)} \cdot e^{-\tau s} \quad (14)$$

이다. 위상 여유는

$$\phi_{pm} = \pi + \arg[W(j\omega_1)] \quad (15)$$

$$|W(j\omega_1)| = 1 \quad (16)$$

여기서 식(16)은 다음과 같다.

$$K_o K_p \frac{\sqrt{(\beta\omega_1)^2 + 1}}{\omega_1} = 1 \quad (17)$$

식(15)으로부터 ω_1 은 다음과 같고

$$\omega_1 = \frac{\frac{\pi}{2} - \phi_{pm}}{\tau - \beta} \quad (18)$$

식(16)에 의해서 구해지는 ω_1 는 아래와 같다.

$$\omega_1 = \frac{K_o K_p}{\sqrt{1 - (\beta K_o K_p)^2}} \quad (19)$$

식(18)과 식(19)의 두 식에 의해서 K_o 는 다음과 같이 제안된다.

$$K_o = \frac{\frac{\pi}{2} - \phi_{pm}}{K_p \sqrt{(\tau - \beta)^2 + (\frac{\pi}{2} - \phi_{pm})^2 \beta^2}} \quad (20)$$

결과적으로 항상 $\beta K_o K_p < 1$ 이 되어 식(19)의 조건을 만족시킨다.

극제어기의 이득상수 K_r 은 원하는 전체 폐루프 시스템의 T_r 에 의해 다음과 같이 결정한다.

$$K_r = \frac{1}{K_p K_r} \quad (21)$$

플랜트와 모델이 불일치 할 경우 다음과 같은 근사관계를 도입하면,

$$G_p(s) e^{-\theta s} \approx \frac{K_p}{s} e^{-\tau s} \quad (22)$$

마찬가지로 제안된 DTC 구조에서 외란의 제거효과가 더 커지게 됨을 기대할 수 있다. 여기서 τ 는 $\theta + T_e$ 이고, T_e 는 플랜트의 등가 시상수(equivalent time constant)이다. 하지만, 근사 관계식에 의한 해석결과 이므로 더 좋은 제어효과를 기대하기 위해서는 피드백 이득상수 K_o , 뿐만 아니라 필터의 계수 α 를 적절하게 선정해 주어야 한다. 많은 시뮬레이션 결과 필터의 미분 특성을 고려하여 $\alpha = \beta/3$ 가 적절하다.

3. 시뮬레이션 결과

예1. $G_p = \frac{1}{S} e^{-20s}$ 와 같은 플랜트일 경우.

기준입력은 단위 스텝이며, 외란은 70초 후에 단위 스텝 -0.1크기로 나타난다. 그리고, T_r 은 1/0.6로 정하며, 필터는 $\alpha = 1, \beta = 10$ 가 된다.

4. 결 론

본 논문에서는 적분기와 큰 시간지연을 가지는 플랜트에 대한 효과적인 제어기 설계문제를 다루었다. 미분특성을 갖는 필터를 추가시킨 새로운 DTC(Dead Time Compensator)구조를 제안하여, 기준입력에 대한 정상상태 오차가 영이되고 외란을 제거하는 능력을 나타낼 뿐만 아니라, 외란에 대한 응답에서 시간지연 항이 미치는 영향을 줄여줌으로써 기존의 변형된 Smith Predictor 보다 외란 제거 면에서 더욱 효과적임을 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 보였다. 다만 적절한 피드백 이득상수 및 필터의 계수를 선정하는 방법은 추가로 연구되어야 한다.

[참 고 문 헌]

- [1] O. J. Smith, "A Controllerto overcome dead time,"ISA J., vol. 6, no.2, pp.22-33, Feb.1959.
- [2] Keiji Watanabe and Masami Ito, "A Process - Model Control for Linear Systems with Delay", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. ac-26, no. 6, pp. 1261-1269, Dec. 1981.
- [3] J. E. Marshall, "Time-Delay Systems," *ELLIS HORWOOD, 1992*
- [4] K. J. Astrom, C. C. Hang, and B. C. Lim, "A New Smith Predictor for Controlling a Proces with an Integrator and Long Dead-Time", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 39, no. 2, pp. 343-345, 1994.
- [5] M. R. Matausek and A. D. Micic, "A Modified Smith Predictor for Controlling a Process with an Integrator and Long Dead-Time", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 41, 1996.
- [6] Keiji Watanabe Ito, "A Process - A New Modified Smith Predictor Control for Time-Delay System with ac Integrator", *ACC*, vol III-127 July 1997
- [7] M. R. Matausek and A. D. Micic, "On the Modified Smith Predictor for Controlling a Process with an Integrator and Long Dead-Time", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 41, 1996.

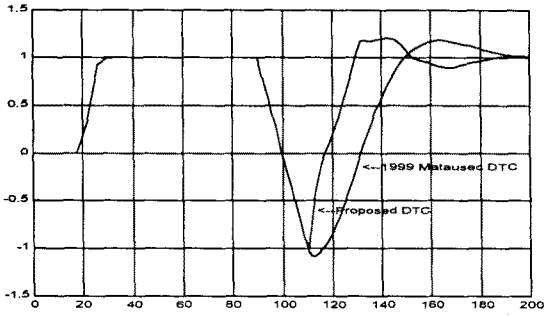


그림2. $G_p(s) = 1/s$ 이고, 시간지연이 20초일 경우

예2. 다음과 같은 플랜트가 주어졌을 경우.

$$G_p = \frac{1}{S(S+1)(0.5S+1)(0.2S+1)(0.1S+1)} e^{-30s}$$

$$G_m = \frac{K_p}{S} e^{-(30+T)s}$$

기준입력은 단위 스텝이며, 외란은 70초 후에 단위 스텝 -0.1 크기로 나타나며, $T_r = 1.8$, $T_e = 1.8$, $K_o = 0.0228$ 이 되고, 필터는 $\alpha = 5$, $\beta = 15$ 가 된다.

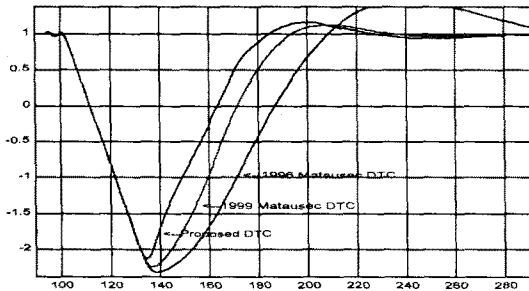


그림3. $G_p(s) = 1/S(S+1)(0.5S+1)(0.2S+1)(0.1S+1)$ 이고, 시간지연이 30초일 경우.

예3. 예2의 시간지연이 50초일 경우.

기준입력은 단위 스텝이며, 외란은 70초 후에 단위 스텝 -0.1 크기로 나타나며, $T_r = 1.8$, $T_e = 1.8$, $K_o = 0.014$ 이 되고, 필터는 $\alpha = 8.33$, $\beta = 25$ 가 된다

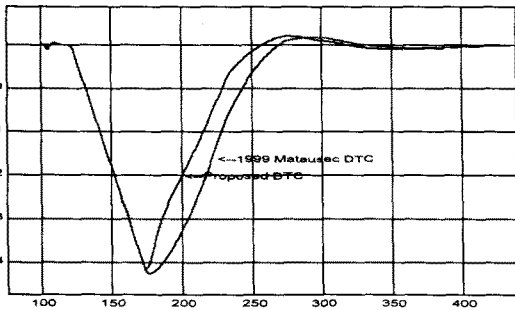


그림4. $G_p(s) = 1/S(S+1)(0.5S+1)(0.2S+1)(0.1S+1)$ 이고, 시간지연이 50초일 경우.