

근사 극배치 개념에 의한 고정 차수 제어기 설계

\* 고종문\*, 허명준\*, 이석원\*\*  
 \*순천향대학교 전기전자공학부, \*\*호서대학교 제1공학부

A Fixed-order Controller Design by the Approximate Pole Placement

\* Jong Moon Ko\*, Myung Joon Hur\*, Suk Won Lee\*\*  
 \* Division of Electrical & Electronic Eng., Soonchunhyang University  
 \*\*Division of E. E. & Control Eng., Hoseo University

**Abstract** - The design procedure originally proposed by Manabe is involved, because experiences and manual skills are necessary, especially, in the case of designing low fixed-order controllers for high-order plants, and the concept of manual skills are not clearly defined. So, we propose a concept and a design procedure of Approximate Pole Placement that substitute for the manual skills. And the validity of the procedure is shown by example problems. Moreover, we also propose a procedure of adding the role of improving transient response performance to the feedforward compensator that previously has only the role of tracking in steady-state, the validity of the procedure is also shown by example problems.

방식이다. 이 때, 표준형의 변화 방법이 문제인데, 여기서는 시행착오횟수를 줄이고 설계절차를 단순화시키기 위하여, 등가 시정수(equivalent time constant)  $\tau$ 만을 변화시키는 방식을 택한다. 또한, CDM이론에서 제시한 전향보상기 설계방법은 전향보상기의 차수가 높아질 수 있는 단점을 지니고 있어 이를 보완하기 위해 전향보상기의 새로운 설계방식을 제안한다.

2. 문제의 설정

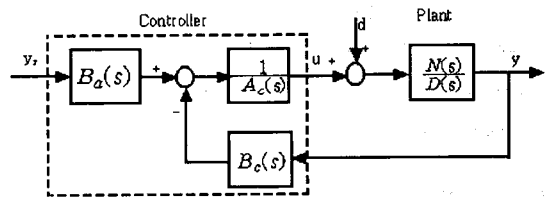


그림 2.1 제어시스템 구성

1. 서 론

CDM의 이론적 배경은, n개의 적분기와 다중루프 단일 피드백 구조인, 다중루프구조(Multi-Loop Structure)를 제안한 Kessler[1]의 이론에서 출발하였는데, 페루프 전달함수의 응답/안정도 특성이 1953년 Graha-m 등[2]의 ITAE 표준형에 비해 훨씬 개선된 특성을 갖는다. 하지만, CDM이론에서 제시된 Manabe 표준형은 이 이론보다도 더 훌륭한 응답특성을 보여주고 있다. 그러나 아직 이론적 보완과 실용성 제고에 관한 연구가 더 필요한 설계법이다. 특히 그가 권장한 계수도와 경험에 의한 설계절차[3,4]는 반드시 수작업을 거쳐야 하기 때문에 저차 플랜트에 대한 고정 차수 제어기 설계시에 더 쉬우나, 고차플랜트에 대한 저차의 고정차수 제어기 설계에 적용하기는 번거롭고, 불명료한 점이 많다. 그래서 본 논문에서는, 이미 언급한 바와 같이, 고차 플랜트에 대한 저차의 고정차수 제어기 설계시 계수도의 이용이 번거로우므로, 고차 플랜트에 대한 Manabe식의 준 극배치 개념을 저차의 고정차수 제어기 설계시에도 유지하는, 근사적인 극배치 방법을 제안하고자 하며, 이 방법을 "Manabe형 근사 극배치 설계법"이라고 명명하고자 한다. 또는 이 방법을 Manabe식 CDM과의 관련성을 강조하는 의미에서 "변형된 CDM" 또는 "수정된 CDM"이라고도 명명하기로 하자[5]. 저차의 고정차수 제어기 설계를 위한 변형된 CDM은, 원하는 특성다항식의 모든 극을 우선 Manabe의 표준형으로 정하고, 그 특성다항식을 이루는 계수로 열벡터를 형성하고 그 계수 벡터를 Sylvester 행렬의 열공간으로 직교사영(orthogonal projection)시켜, 제어기 계수벡터를 구하는 방식으로 예비설계를 한다. 만족할 만한 성능을 달성할 때까지 표준형을 변화시켜가며, 그 과정을 수차 반복하는

- $y_r$  : 기준 입력
- $y$  : 출력
- $A_p$  : 플랜트의 분모
- $B_p$  : 플랜트의 분자
- $A_c$  : 제어기의 분모
- $B_c$  : 제어기의 분자
- $u$  : 제어기 출력
- $B_d$  : 전향보상기

제어시스템을 그림 2.1과 같이 RST보상기 구조로 구성한다. 이 구조에서 외란이 없다고 가정하면, 페루프 전달함수는 다음과 같이 표현되고,

$$\frac{Y(s)}{Y_r(s)} = \frac{B_d(s)B_p(s)}{A_p(s)A_c(s) + B_p(s)B_c(s)} \quad (2.1)$$

이 전달함수와 원하는 전달함수를 정합시키는 방식으로 설계를 한다. 이 모델정합은 페루프 극배치와 페루프 영점배치로 이루어진다. 먼저, 페루프 극배치를 살펴보면, 배치극을 결정하는 페루프 특성다항식  $P(s)$ 와 플랜트 다항식  $A_c(s)$ ,  $B_c(s)$  및 제어기 다항식이 다음과 같이 주어지면;

$$P(s) = a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0 \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} A_p(s) &= A_p^j s^j + \dots + A_2 s^2 + A_1 s + A_0, \\ B_p(s) &= B_m s^m + \dots + B_2 s^2 + B_1 s + B_0, \\ A_c(s) &= C_s s^l + \dots + C_2 s^2 + C_1 s + C_0, \\ B_c(s) &= D_k s^k + \dots + D_2 s^2 + D_1 s + D_0, \\ n &= j + l \end{aligned} \quad (2.3)$$

극배치를 위한 Diophantine방정식은

$$A_p(s)A_c(s) + B_p(s)B_c(s) = P(s) \quad (2.4)$$

와 같이 되고, 계수정합에 의한 행렬 방정식은 다음과

<주> 본 연구는 과학기술부 특정연구개발과제(과제번호: 97-I-01-03-A-101)의 지원으로 이루어진 것임.



## 5. 예 제

▶ 근사 극배치에 의한 고정차수 제어기와 전향보상기의 설계 예

그림2.1과 같은 RST보상기구조에서 플랜트

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{160(s+2.5)(s+0.7)}{(s^2+5s+40)(s^2+0.03s+0.06)} \quad (5.1)$$

가 주어지고, 설계명세가 다음과 같은 경우를 고려한다.

· 상승시간  $\leq 1$  sec · 백분율 오버슈트  $\leq 10\%$

이 설계명세를 만족하는 고정차수 1차 피드백 제어기를 근사 극배치 설계절차에 따라 설계하면, 다음과 같은 제어기를 얻을 수 있다.

$$A_c(s) = 1.6831s + 3.6244 \quad (5.2)$$

$$B_c(s) = 0.0065s + 0.8269$$

또한, CDM에서 제시한 설계 방법에 따라 설계한 전향보상기는 다음과 같다.

$$B_a(s) = \frac{318.5}{160(s+2.5)(s+0.7)} \quad (5.3)$$

이렇게 설계된 제어기들에 의한 단위 계단 응답은 그림 5.1과 같으며, 상승시간, 오버슈트는 각각 상승시간이 1.9(sec), 백분율 오버슈트가 0(%)임을 보여준다.

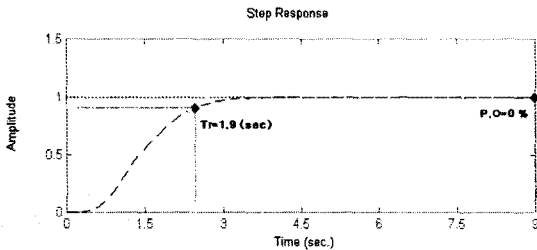


그림5.1 재 설계 전 전향보상기와 1차 피드백 제어기에 의한 단위 계단 응답

여기서, 상승시간이 설계명세를 만족시키지 못하고 있기 때문에, 제시한 전향보상기 설계절차에 따라 전향보상기를 설계하면, 식(5.4)의 전향보상기를 얻을 수 있으며, 전향보상기의 근사화를 통해 저차의 전향보상기 식(5.5)을 얻을 수 있다.

$$B_{a1}(s) = \frac{265.4(s+1.2)}{160(s+2.5)(s+0.7)} \quad (5.4)$$

$$B_{a2}(s) = \frac{1.3082}{(s+1.15)} \quad (5.5)$$

또한, 그 결과를 그림5.2에 나타냈으며, 최종적으로, 그림5.3에 설계명세를 만족하는 단위 계단 응답을 보였다. 이 그림에서 보면, 상승시간이 0.61, 0.8(sec), 백분율 오버슈트가 10, 10(%)임을 알 수 있다.

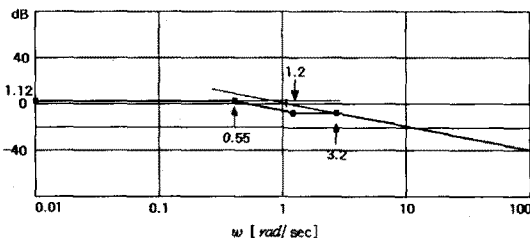


그림5.2 CDM의 보오드선도 작도에 의한 근사화

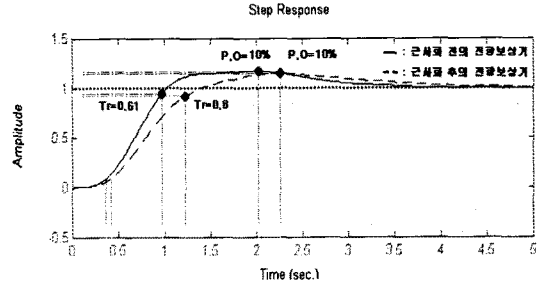


그림5.3 재 설계 후의 전향보상기와 1차 피드백 제어기에 의한 단위 계단 응답

## 6. 결 론

본 논문에서는 저차의 고정차수 피드백 제어기 설계에 있어서, Manabe가 제시한 계수도상의 수작업에 의한 설계방법이 번거롭고, 수작업 경험이 불충분하면, 고차 플랜트에 대한 고정차수 제어기의 설계가 어렵기 때문에 근사 극배치 설계법을 제안하였다. 이 방법에 의해 임의의 플랜트에 대해서 임의의 고정차수 제어기를 모두 설계할 수는 없으나, 플랜트가 안정한 경우에는 임의의 고정차수 제어기를 거의 대부분 설계할 수 있다는 사실을 경험적으로 알 수 있었다. 또한, 전향보상기  $B_a(s)$ 는 본래 추종성능을 위해 패루프 정상상태이득을 1로 만들기 위한 것이나, 여기에 극점이나, 영점을 적절히 추가함으로써, 과도응답성능을 개선하는 역할을 맡을 수도 있으며, 그 추가방법을 제시하였다.

### [참 고 문 헌]

- [1] C. Kessler, "Ein Beitrag zur Theorie mehrschleifiger Regelungen", Regelungstechnik, vol. 8, No. 8, pp.261~166, 1960.
- [2] D. Graham, and R. C. Lathrop, "The synthesis of optimum transient response: criteria and standard forms." AIEE Transactions, Vol. 72, part, II, pp.273~288, 1953.
- [3] 眞鍋舜治, 制御系設計 理論 應用: 係數圖法, 東海大學, 日本.
- [4] S. Manabe, Note on an Algebraic Approach to Control System Design: Coefficient Diagram Method, Tokai Univ, 1997.
- [5] 허명준, 고종문 "고차플랜트를 위한 CDM." pp.792~794, Korea Automatic Control Conference, Pusan, 1998.
- [6] G. F. Franklin, et. al. "Feedback Control of Dynamic Systems", Addison-Wesley, 1994.
- [7] H. Anton, "Elementary Linear Algebra", John Wiley & Sons, 1994.
- [8] S. Manabe, "The Sufficient Condition for Stability by Lipatov as the Theoretical Basis of the Coefficient Diagram Method".
- [9] S. Manabe, "Coefficient Diagram Method, a Polynomial Design Approach", 35th IEEE Conference on Decision and Control, Kobe, Dec. 1996.