

# 균열모형을 이용한 암석거동의 수치해석

전 석 원<sup>1)</sup>

## Numerical Analysis of Rock Behavior with Crack Model Implementation

Seok-Won Jeon

### 1. 서 론

암석 내에 포함된 불연속면으로 인하여 암석은 압축하중 하에서 복잡한 거동을 한다. 이러한 복잡한 거동은 변형률강화(strain hardening), 변형률연화(strain softening), 부피팽창(dilatancy) 등의 비선형 거동을 포함하는데, 이들은 균열의 성장, 상호작용(interaction), 연합(coalescence) 등을 통하여 발생한다(Brace *et al.*, 1972; Kranz, 1983). 이와 같은 암석의 비선형적 거동을 설명하기 위하여 여러 형태의 균열모형이 개발된 바 있다(Costin, 1985; Nemat-Nasser & Horii, 1982; Wang & Kemeny, 1993; Jeon, 1998).

이 연구에서는 체계적인 균열망(fracture network)을 갖는 암석에 대한 균열모형 적용과 관련하여, 획득된 균열 자료로부터 균열모형의 타당성을 검증하고 이를 궁극적으로 복잡한 경계조건을 갖는 암석거동의 해석을 위하여 수치해석에 도입하는 방법을 제시하였다. 여기서는 균열분포의 특성화, 이로 인한 변형 및 파괴거동의 관찰, 수치해석을 위한 입력자료의 수집을 위하여 체계적인 균열망이 발달한 석탄을 시료로 선택하였다. 균열모형을 수치해석에 도입하기 위해서 상용되고 있는 유한요소프로그램에 일련의 수정을 가하였다. 우선, 압축하중에 의해 유도되는 이방성을 고려한 응력-변형률의 관계를 사용하여야 하며, 이 때 이방성의 방향을 결정하여야 한다. 또한 균열의 성장으로 인한 비선형거동을 설명하기 위하여 유효탄성계수의 변화를 구하여 이를 대입하였다. 해석에서는 실내 단축압축시험에 의한 시료의 변형 및 파괴 형태를 구하였으며, 시험에서 관찰된 형태와 일치되는 결과를 얻었다.

### 2. 균열자료수집

#### 2.1 실내 시험

실내 시험의 목적은 크게 다음과 같다. 첫째, 균열자료와 변형거동에 대한 일반적인 자료를 얻는다. 둘째, 균열의 길이, 방향, 간격 등 균열모형에 사용될 입력자료를 결정한다. 셋째, 시험결과를 모형이 예측하는 결과와 비교한다.

여기서는 앞서 언급된 시험의 목적을 위하여 압축하중을 받는 시료의 변형 및 파괴거동과 균열의 길이, 방향, 간격에 대한 관찰이 이루어졌다. 다른 종류의 균열자료를 수집하기 위하여 여러가지 종류의 시험이 수행되었는데, 시험 종류와 주요 결과는 Table 1에 요약되었다.

#### 2.2 균열자료와 변형거동

여기서 시료로 선택된 석탄의 특징적인 직교균열망(orthogonal fracture network)은 층리(bedding plane), 주탄리(face cleat), 그리고 부탄리(butt cleat)로 구성되어 있다. 대개의 경우, 층리는 수평방향으로 존재하고 있다. 시료의 파괴는 초기균열이 하중방향으로 성장하여 균열밀도가 증가하고 성장된 균열이 연합하여 하중방향으로 혹은 거시적인 전단면을 형성하며 일어난다.

1) 정회원, 서울대학교 공과대학 지구환경시스템공학부 교수

Table 1. Summary of laboratory tests

Type of test	Major findings
Uniaxial compression	Sliding and shear crack growth
Creep	$l_o^{*1} = 7.5$ mm, exponential distribution; $\theta^{*2} = 0^\circ$ & $90^\circ$ , bimodal normal distribution; $\chi^{*3} = 1.48$
Resin injection	$l_o = 12$ mm; $\theta = 0^\circ$ & $90^\circ$ ; $\chi = 1.17$
Scanline survey	Spacing (BP <sup>*4</sup> ) = 1.71 mm Spacing (cleats) = 3.93 mm
SEM	$l_o = 0.36$ mm, $\chi = 7.85$

<sup>\*1</sup> Mean initial crack length

<sup>\*2</sup> Mean initial crack orientation

<sup>\*3</sup> Mean initial crack density

<sup>\*4</sup> Bedding planes.

시료의 변형 및 파괴거동을 특성화하면 다음과 같다. 최대하중보다 작은 압축하중에서 비교적 길이가 큰 균열은 대체로 하중방향과 평행한 방향으로 성장하였고, 비교적 길이가 작은 균열의 경우 방향이 이산된 분포를 가지며 성장하거나 혹은 작은 크기의 균열들이 새롭게 성장하였다. 하중이 최대값에 도달하면서, 균열의 밀도가 큰 영역에서부터 파괴가 진행되기 시작하여 최대하중에서는 전단면을 형성하면서 궁극적으로 파괴되었다.

실내 크립시험과 수지주입시험을 통하여, 균열의 방향과 길이분포가 관찰되었다. 표준 압축시료에서 얻은 균열의 평균길이는 약 10 mm였으며 균열길이의 분포는 지수합수분포를 따랐다. 균열의 방향은 90° 만큼 떨어진 두 부분에서 균을 이루었으며 각 균에서는 극대값을 중심으로 정규분포를 따르는 것으로 관찰되었다. 또한 무차원 균열 밀도  $\chi$ 는 단위면적 혹은 부피 내에 포함된 균열의 수를 정량적으로 표시하는데 사용된다. 주사선조사 시험에서는 평균균열간격이 조사되었으며, 층리와 탄리의 평균간격은 각각 1.71 mm와 3.93 mm이다. 전자현미경(SEM)을 통하여 미소균열이 관찰되었으며, 공극과 포획물들이 특정 방향성 없이 이산된 분포로 존재하였으며, 크기가 매우 작아 (평균 직경 10  $\mu$ m) 시료의 변형거동에는 영향을 미치지 않는 것으로 판단되었다.

### 3. 역학적 모형의 수치해석에의 도입

#### 3.1 역학적 균열모형의 적용

실내 시험에서 얻어진 결과를 고려하여 우선 Kemeny & Cook (1987)과 Jeon (1998)에 의해 사용된 바 있는 활주균열모형을 고려하였다. 이 균열모형은 축방향으로 배열된 여러 개의 균열로 구성된 균열군으로 이루어진다. 활주균열모형에서 초기균열길이를  $2l_o$ , 각도를  $\theta$ , 마찰계수를  $\mu$ , 최종균열길이를  $2l$ , 균열의 간격을  $2b$ 라 할때, 균열이 성장하여 연합되는 조건은  $l/b = 1$ 이라 할 수 있으며, 이 때의 응력확대계수는 다음과 같이 주어진다.

$$K_I = \frac{2l_o \tau^* \cos \theta}{\sqrt{b \sin \left( \frac{\pi l}{b} \right)}} - \sigma_2 \sqrt{2b \tan \left( \frac{\pi l}{2b} \right)} \quad (1)$$

여기서  $\tau^* = \sigma_1 (sc - \mu c^2) - \sigma_2 (sc + \mu s^2)$ 이고  $s = \sin \theta$ ,  $c = \cos \theta$ ,  $\sigma_1$ 와  $\sigma_2$ 는 각각 경계부에 가해지는 축방향응력과 봉압을 나타낸다. 모드 I 파괴인성을  $K_{Ic}$ 라 할 때,  $K_I = K_{Ic}$ 의 조건이 만족될 때 균열은 동시에 성장한다. 특정한 균열길이  $2l$ 에 대하여 축방향 변형률과 이에 해당하는 축방향응력은 (1)식과 Castigliano의 정리에 의해 계산된다. 총변형률은 탄성변형에 의한 변형률과 균열의 전파에 의한 변형률의 합이다.

전단균열모형의 경우, 응력확대계수는 (2)식과 같이 주어지며, 균열의 성장은 모드 II 응력확대계수가 이에 해당하는 한계변형률 에너지개방률  $G_c$ 를 초과하면 발생한다.

$$K_{II} = \tau' \sqrt{\pi d}, K_I = K_{III} = 0 \quad (2)$$

앞서 서술한 균열모형으로부터 비선형 응력-변형률곡선이 계산되었으며 이는 실내 시험결과와 비교되었다. 이로부터 사용된 균열모형의 타당성이 검증된 바 있다(전석원, 1998).

### 3.2 수치해석에의 도입

복잡한 경계조건을 갖는 압반의 역학적 거동을 예측하기 위하여 서술된 균열모형을 수치해석에 도입하는 방법이 연구되었다. 여기서는 유한요소법을 이용한 수치해석을 사용하였다. Fig. 1은 이를 위한 순서도를 보여주고 있다. 첫번째 과정에서는 경계조건과 입력자료가 결정된다. 탄성계수, 마찰계수, 파괴인성, 점착력과 같은 물질 상수, 그리고 일반적인 균열자료가 결정된다. 이들 자료는 실내 시험 혹은 문헌조사를 통하여 얻어질 수 있다. 다음은 해석의 대상을 작은 요소로 분할하고 하중조건을 결정한다.

두번째 단계에서는 이들 자료들이 대입된다. 하중이 가해지기 전에는 시료가 등방성, 탄성이라 가정하였다. 이때 시료의 역학적 거동은 두 개의 독립적인 탄성계수, 영률(E)와 포이슨비(v)에 의해 결정되며 모든 요소에 같은 값의 영률과 포이슨비가 대입된다. 각 요소는 시험에서 얻은 균열밀도  $\chi$ 에 해당하는 수(N)의 균열을 포함한다. 그리고 각 균열의 성질은 시험에서 얻은 분포와 같도록 생성되어진다. 이때, 균열의 길이와 방향은 서로 독립적이라고 가정하는데, 이 가정은 추후 다른 연구를 통하여 균열의 길이와 방향의 관계가 독립이 아닐 경우 조건부 시뮬레이션 등을 수행하여야 한다.

세번째 단계에서는 유한요소해석에 의하여 각 요소의 절점에서의 변위와 요소 내 주어진 점에서의 응력을 계산하고 이로부터 요소 내 주응력의 크기와 방향이 계산된다.

다음 단계는 균열의 성장에 따른 수정이 필요한 부분이다. 하중의 크기는 되풀이(iteration)를 통하여 증가되고, 각 되풀이에서는 균열의 성장 가능성이 확인된다. 이차원 해석의 경우 균열이 최대주응력 방향으로 성장하면 횡이방성이 형성되며, 이방성의 정도는 균열 수와 균열 성장의 정도에 의해 결정된다. 횡이방성을 가질할 경우 대칭축(axis of symmetry)을 결정하여야 하는데 여기서는 최대주응력 방향과 수직인 방향을 갖게 된다. 이 때 시료의 거동을 해석하기 위해서는 다섯 개의 독립 탄성계수  $E_1, E_2, \nu_1, \nu_2, G_2$ 가 결정되어야 한다. 그러므로 다음 되풀이에서

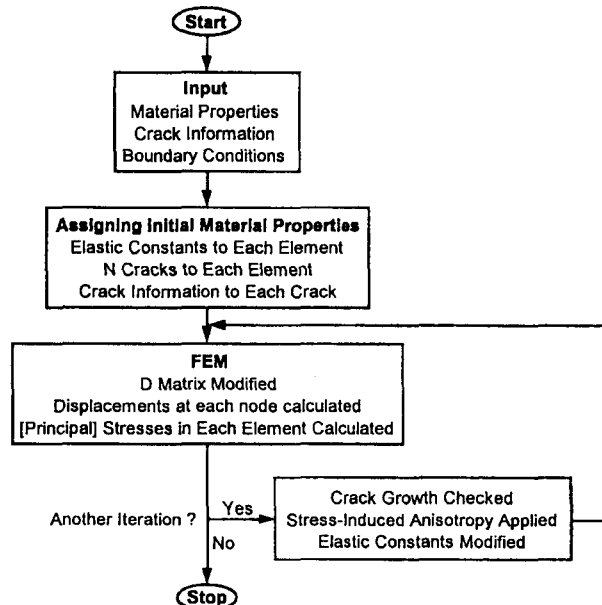


Fig. 1. Flowchart for implementation of the model into FEM program

는 응력-변형률의 관계가 횡이방성 관계로 수정된다. 이 관계에서 대칭축의 방향에 따라 결과가 다르게 계산되므로 최대주응력 방향을 사용하여 응력변환(stress transformation)을 해 주어야 한다. 마지막으로 균열의 성장에 따른 유효탄성계수(effective elastic moduli) 혹은 겉보기 탄성계수(apparent elastic moduli)를 계산하여 이를 새로운 iteration에 적용한다.

### 3.3 횡이방성 가정

취성 재료에서의 균열은 대체로 최대 주응력 방향과 평행한 방향으로 성장한다(Wong, 1985; Zheng, 1989). 이 차원의 경우 횡이방성을 가정할 수 있으며, 이 경우 등방성 면(plane of isotropy)과 대칭축을 설정할 수 있다. 이산된 방향분포를 갖는 균열이 최대주응력방향으로 성장하면, 대칭축은 최대주응력방향과 수직으로 형성된다.

응력에 의해 이방성이 형성되므로, 등방체의 응력-변형률 관계를 사용할 수 없다. 예를 들어, xy면이 등방성 면인 경우 횡이방성 물체에서의 응력-변형률 사이의 관계는 다음 식으로 주어진다.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix} = \frac{1}{E_1} \begin{bmatrix} 1 & -\nu_1 & -\nu_2 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_1 & 1 & -\nu_2 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_2 & -\nu_2 & E_1/E_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & E_1/G_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & E_1/G_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} \quad (3)$$

### 3.4 유효탄성계수의 계산

압축과 같이 균열을 포함한 재료의 비선형 거동은 탄성계수의 변화로 설명될 수 있으며 응력의 변화에 따라 변하는 탄성계수를 유효(혹은 겉보기)탄성계수라 하였다. 하중의 증가에 따라 균열이 불안정하게 성장하기 시작하면 재료는 더 이상 탄성체라 할 수 없으므로 이 영역에서 탄성계수의 의미는 사라진다. 그러므로 전(全)응력-변형률 곡선 상에서 탄성 그리고 부분탄성의 영역에서 유효탄성계수의 변화 양상을 고찰하기로 한다.

유효탄성계수를 계산하기 위해서 각 방향으로 발생하는 변위를 계산할 필요가 있다. 균열을 포함한 탄성체에서의 변위를 계산하기 위하여 Castigliano의 정리가 유용하게 사용된다. Castigliano의 정리에서는 변위벡터 u의 주어진 하중 P<sub>i</sub> 방향의 성분 u<sub>i</sub>는 다음 식으로 주어진다(Reismann & Pawlik, 1980).

$$u_i = \frac{\partial U^*}{\partial P_i} \quad (4)$$

여기서 U\*는 물체에 포함된 변형률에너지를 나타낸다. 여기서 변형률에너지는 다음과 같이 응력확대계수의 함수로 표현된다.

$$G = \frac{K_I^2}{E'} + \frac{K_{II}^2}{E'} + \frac{K_{III}^2}{E'} (1+\nu) \quad (5)$$

여기서 평면응력상태에서는 E' = E이고 평면변형률상태에서는 E' = E/(1-ν<sup>2</sup>)이다. 그러므로 균열을 포함한 탄성체에서 하중 p 방향의 총변위 u<sub>i</sub>는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$u_i = u_e + \frac{\partial}{\partial P} \left[ \int_0^l 2Gdl \right] = u_e + \frac{\partial}{\partial p} \left[ \int_0^l 2 \left\{ \frac{K_I^2}{E'} + \frac{K_{II}^2}{E'} + \frac{K_{III}^2}{E'} (1+\nu) \right\} dl \right] \quad (6)$$

예를 들어, 압축하중을 받는 시료에서 활주균열모형과 횡이방성을 고려하여 균열성장에 따른 탄성계수의 변화를

구하면 다음과 같다.

$$E_1 = \frac{E}{\left[ 1 + \frac{16}{\pi(\text{vol})} \sum_{i=1}^N l_{oi}^2 (s_i c_i - v c_i^2)^2 c_i^2 \ln \left( \frac{l_i}{l_{oi}} \right) \right]} \quad (7)$$

$E_2$ ,  $G_2$ ,  $\nu_1$ , 그리고  $\nu_2$ 는 같은 방법으로 구할 수 있다. 여기서  $E$ ,  $G$ ,  $\nu$ 는 각각 초기 탄성계수이고,  $N$ 은 주어진 면적( $\text{vol}$ )에 포함된 균열의 개수,  $l_o$ 와  $l$ 은 각각 초기균열의 길이와 성장된 균열의 길이를 나타낸다. 그리고 첨자  $i$ 는  $i$ 번째 균열을 나타낸다.

Fig. 2와 Fig. 3은 200개의 균열을 포함한  $6.25 \times 6.25 \text{ mm}^2$ 의 요소에서의 유효탄성계수의 변화를 보여주고 있다. 초기 탄성계수  $E$ 와  $\nu$ 는 각각 1 GPa과 0.15로 가정하였다. 균열이 성장하면서 유효탄성계수의 값은 현저하게 감소하였다.  $E_{1,\text{eff}}$ 의 경우 균열의 길이가 초기길이의 4배가 될 때, 약 28% 감소하였다. Fig. 3에서  $\nu_{2,\text{eff}}$ 는 증가하는

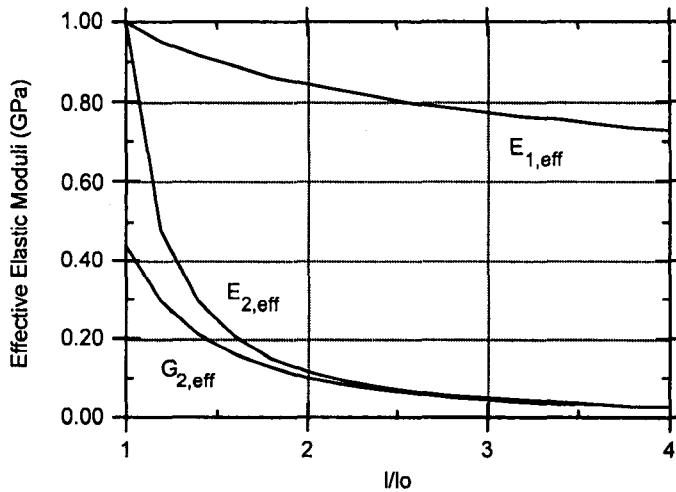


Fig. 2. Change of effective Young's and shear moduli as a function of crack growth

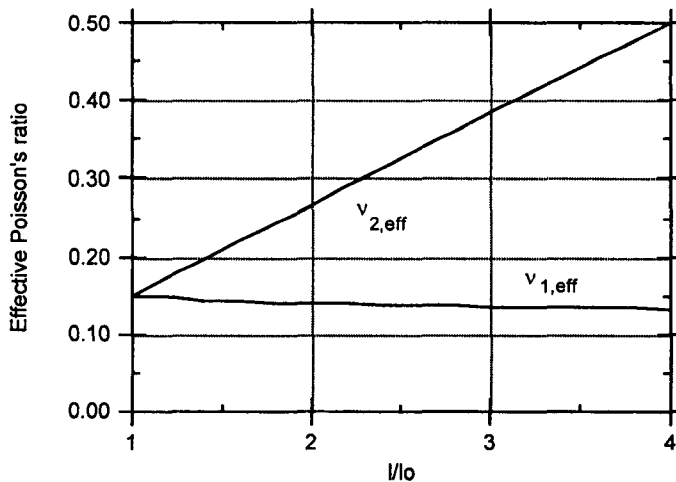


Fig. 3. Change of effective Poisson's ratios as a function of crack growth

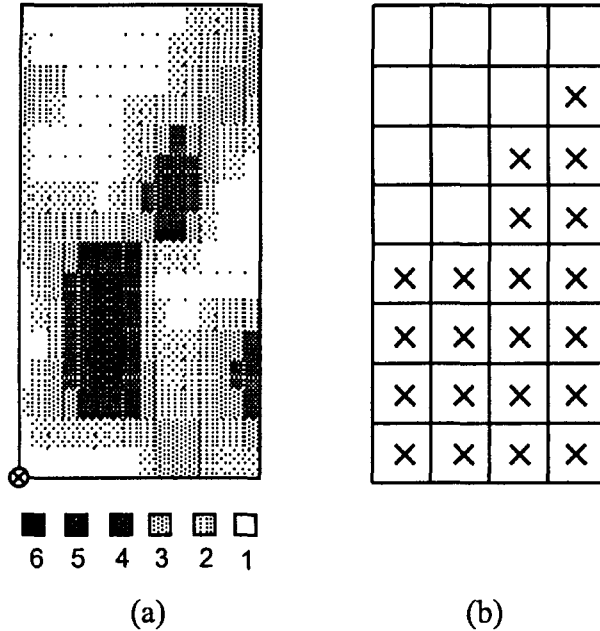


Fig. 4. Results of two-dimensional analysis : (a) Number of active cracks, (b) Failed elements based on Mohr-Coulomb failure criterion where  $\otimes$  is the center of the rectangular central section of a cylindrical specimen

형태를 보여주고 있는데 이는 응력-체적변형률곡선 상에서 균열이 성장하기 시작하면서 부피의 감소추세가 줄어들어 궁극적으로 부피의 증가로 진행되는 부피증가 개시(onset of dilatancy)를 잘 설명해 주고 있다.

### 3.5 실내시험 해석 예

앞서 서술된 균열모형을 사용하여 실내 단축압축시험을 해석하였다. 이차원 해석의 경우 원주형 시료의 중앙 단면부를 4등분한 부분을 32개의 요소로 분할하였다. 경계조건으로 일정변위 하중조건을 주었고, 시료와 압축기 접촉면사이의 마찰력을 고려하여 시료의 끝단에서의 횡방향 변위를 구속하였다. Fig. 4는 10 MPa의 단축하중이 작용하는 시료에서의 활성균열(active crack)의 수와 Mohr-Coulomb 파괴조건에 의한 파괴 요소의 분포형태를 보여주고 있다. 여기서 활성균열은 균열의 성장이 진행되고 있는 균열을 의미한다. 수치해석에서 보여주고 있는 결과는 시험 결과와 일치하고 있다.

## 4. 결 론

암석에 포함된 균열의 성장에 의한 변형 및 파괴거동의 해석을 위하여 체계적인 균열망을 가지고 있는 석탄의 균열 특성을 파악하고, 역학적 균열모형을 얻기 위해 여러 가지 다른 실내 시험이 수행되었다. 이로부터 두 가지의 주요 균열전파 기구가 관찰되었다. 초기균열로부터 활주균열이 성장하고 초기균열의 교차부분을 따르거나 방향성이 좋은 면을 따른 전단형균열이 성장한다. 이 모형은 유한요소법을 사용한 수치해석에 도입되었다. 이를 위하여 일반적으로 사용되는 수치해석 과정에서 몇가지 수정이 필요하였다. 즉, 하중의 증가와 이에 의한 균열의 성장에 따른 이방성을 고려하였고, 이방성에 대한 대칭축을 결정하였으며, 균열길이의 증가에 따른 유효탄성계수를 계산하였다. 간단한 기하학적 형상을 갖는 실내 단축압축시험을 대상으로 한 수치해석이 이루어졌으며, 이로부터 예측된 변형거동이 실내 시험에서 관찰된 것과 유사함을 보였다. 석탄의 경우 이 모형의 이용은 탄주 설계에 이용되어 탄주크기 산정에 유용하게 사용될 수 있다. 또한 이 모형은 체계적인 균열망을 갖는 암석의 경우에도 적용될 수 있다.

## 참 고 문 헌

1. 전석원, 1998, 암석의 변형 및 파괴거동의 해석을 위한 균열모형 개발에 관한 연구, 터널 및 지하공간, Vol. 8, pp. 96-106.
2. Brace, W.F., Silver, E., Hadley, K. and Coetze, C., 1972, Cracks and pores-A closer look, Science, Vol. 178, pp. 162-163.
3. Costin, L.S., 1985, Damage mechanics in the post-failure regime, Mechanics of Materials, Vol. 4, 149-160.
4. Kemeny, J.M. and Cook, N.W.G., 1987, Crack models for the failure of rock under compression, Proc. 2nd Int. Conf. Constitutive Laws for Eng. Mat., Vol. 2, pp. 879-887.
5. Kranz, R.L., 1983, Microcracks in rocks - A review, Tectonophysics, Vol. 100, pp. 449-480.
6. Nemat-Nasser, S., Horii, H., 1982, Compression-induced nonplanar crack extension with application to splitting, exfoliation, and rockburst, Journal of Geophysical Research, Vol. 87, No. B8, pp. 6805-6821.
7. Wang, R. and Kemeny, J.M., 1993, Micromechanical modeling of tuffaceous rock for application in nuclear waste storage, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr, Vol. 30(7), pp. 1351-1357.
8. Wong, T.-f., 1985, Geometric probability approach to the characterization and analysis of microcracking in rocks, Mechanics of materials, Vol. 4, pp. 261-276.
9. Zheng, Z., 1989, Compressive stress-induced microcracks in rocks and applications to seismic anisotropy and borehole stability, Ph. D. Dissertation, University of California, Berkeley.