

단일격자 이송을 이용한 영사식 3차원 물체 형상 측정에 관한 연구
A Study on the measurement of 3-D Object with Single Grating Shiftings

박윤창, 정경민*

Yoon-chang Park, Kyung-min Jeong

선문대학교 기계 및 제어공학부

Sunmoon Univ. Div. of Mechanical and Control Engineering

Abstract

Noncontact measuring methodology of 3-dimensional profile using CCD camera are very attractive because of it's high measuring speed and its's high sensitivity. Especially when projecting a grid pattern over the object, the captured image have 3 dimensional information of the object. Projection moire extract 3-D information with another grid pattern in front of CCD camera. However phase measuring profilometry(PMP) obtain similar results without additional grid pattern. In this paper, the projection moire are compared with the PMP mathematically, and it is shown that PMP can generate moire image with simple mathematical computations. Experimental works are also carried out showing the same results. It is shown that using a single grid pattern, moire image can be obtained directly without any mathematical operation when some conditions are satisfied.

1. 서론

3차원 형상의 측정은 가공물의 검사, CAD/CAM, 의료, 솔리드 모델링등 다양한 분야에서 반드시 필요한 기술이다. 광학식 비접촉 방식은 높은 측정 감도와 고속 측정등의 장점을 가지므로 3차원 측정 분야에서 매우 유망한 방식으로 인식되고 있다.

측정대상 물체에 격자 무늬를 주사하는 방식은 물체의 3차원 정보를 얻어내기 위한 쉽고 효율적인 방식이다. 격자 무늬가 주사된 물체의 영상을

CCD카메라에 의해 획득할 경우 격자 무늬는 물체의 형상에 따라 변형되어 보이므로 획득된 2차원 변형 격자 무늬 영상에는 물체의 3차원 정보를 포함하고 있다.

2차원 변형 격자 무늬로부터 3차원 정보를 추출하기 위한 가장 잘 알려진 방법은 주사에 사용되는 격자와 같은 기준 격자를 통해 변형된 격자 무늬를 획득하는 모아레 프린지법이다[1,2,3]. 모아레 무늬는 물체의 높이에 따라 주기적으로 변화하므로 모아레 무늬의 공간 위상(Spatial Phase)을 측정하여 물체의 높이 정보를 추출할 수 있다. 하지만 모아레 무늬의 공간 위상은 조명의 밝기, 물체의 반사도등에 큰 영향을 받기 때문에 기존의 레이저를 이용한 위상 측정 인터페로미터 기법(Phase Measuring Interferometry)의 원리를 적용하여 투영 격자를 이송시켜가며 영상을 획득하여 모아레 무늬의 시간축 위상을 획득함으로써 측정 정도를 향상시킬 수 있다[4].

획득된 모아레 무늬의 위상에는 물체의 높이 정보가 포함되어 있지만 실제 획득할 수 있는 위상은 $-\pi$ 와 $+\pi$ 사이로 중첩(wrapping)된 값이므로 물체의 높이 변화가 클 경우에는 펼친 위상값(unwrapped phase)을 구해야 물체의 실제 높이를 구할 수 있다. 일반적으로 높이가 연속적으로 변하는 경우에는 위상의 연속성을 가정함으로써 펼친 위상 값을 복원할 수 있는 데 높이 변화가 불연속일 경우에는 2가지 피치(Pitch)의 격자를 사용함으로써 절대위상을 추출하기도 한다.

모아레 방식에서 CCD카메라에 획득되는 영상에는 모아레 무늬외에도 투영 격자와 기준 격자 무늬까지 같이 획득된다. 따라서 이 두가지 무늬를 제거하기 위해 푸리에 변환, 격자 이송에 의한

시적분을 수행하는 방식등에 대한 연구가 진행되었다[5,6].

기준 격자를 형성시키지 않고 변형된 격자 무늬만을 이용하여 3차원 정보를 추출하는 방식인 위상 측정 형상 측정 기법(Phase Measuring Profilometry, PMP)에 대한 연구도 많이 수행되어 왔다[7-12]. PMP방식은 변형된 격자 무늬만으로 각 점의 초기 위상을 결정하는 방식이므로 기준 격자를 형성시키는 노력이나 격자 무늬 제거등의 노력이 불필요하다는 장점을 가지고 있다.

기존의 PMP에 관한 연구에서는 기존의 모아레 방식과 같은 방식으로 위상 정렬을 하고 있다.

본 논문에서는 모아레 방식과 PMP 기법을 수식적으로 기술하여 비교하고 이로부터 카메라 앞에 기준 격자를 사용하지 않고도 모아레 무늬를 직접 획득할 수 있는 방안을 제시하고자 한다.

2. 본론

2.1 변형 격자 무늬의 획득

그림1은 투영 격자를 이용하여 측정 물체에 격자 무늬를 형성하고 CCD카메라를 이용하여 이를 획득하기 위한 실험 장치를 도시하고 있다.

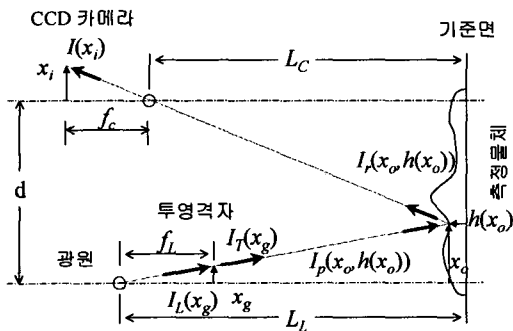


Fig. 1 Optical Geometry of Grating Projection

카메라의 광축은 기준면에 수직하고 투영 격자에 수직인 점 광원의 광축 역시 기준면에 수직하다. 카메라의 광축을 따라 CCD 이미지 평면과 핀홀 렌즈의 핀홀 사이의 거리를 f_c 라 하고, 핀홀로부터 기준 면까지의 거리를 L_C 라 한다. 또한 광원의 광축을 따라 점 광원과 투영 격자 사

이의 거리를 f_L 이라하고 점광원으로부터 기준면까지의 거리를 L_L 이라 한다. 또한 CCD 이미지 평면상의 임의의 점과 투영 격자상의 임의의 점은 각각의 광축과 수직인 거리 x_i 와 x_g 로 나타낸다. 점 광원으로부터 투영격자상의 한점 x_g 에 입사한 광은 투영 격자를 통과한 후 물체상의 한점 $(x_o, h(x_o))$ 에 입사된다. 반사광은 핀홀 렌즈의 중심을 지나 CCD카메라의 이미지 평면상의 위치 x_i 에 도달한다고 하자.

투영 격자의 투과도 $T(x_g)$ 가 다음과 같다면

$$T(x_g) = 1 + \cos\left(\frac{2\pi}{g}(x_g + \Delta)\right) \quad (1)$$

투영 격자의 한점 x_g 에 입사하는 광의 밝기를 $I_L(x_g)$ 라 할 때 투영 격자를 통과하여 물체 상의 한 점 $(x_o, h(x_o))$ 에 입사되는 광의 밝기 $I_p(x_o, h(x_o))$ 는 다음과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} I_p(x_o, h(x_o)) &= I_T(x_g) = I_L(x_g)T(x_g) \\ &= I_L(x_g)[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{g}(x_g + \Delta)\right)] \end{aligned} \quad (2)$$

다음과 같은 기하학적 관계를 이용하면

$$\frac{x_g}{f_L} = \frac{x_o}{L_L - h(x_o)} \quad (3)$$

x_g 는 다음과 같이 표시되므로

$$x_g = f_L \frac{x_o}{L_L - h(x_o)} \quad (4)$$

$I_p(x_o, h(x_o))$ 는 다음과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} I_p(x_o, h(x_o)) &= I_L(x_g)[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{g}\left(\frac{f_L x_o}{L_L - h(x_o)} + \Delta\right)\right)] \end{aligned} \quad (5)$$

물체상의 한점 $(x_o, h(x_o))$ 의 반사도를 $R(x_o, h(x_o))$ 라 할 때 CCD 이미지 평면상의 한점 x_i 에 입사하는 빛의 밝기 $I(x_i)$ 는 다음과 같이 나타낸다.

$$I(x_i) = R(x_o, h(x_o))I_p(x_o, h(x_o)) \quad (6)$$

다음과 같은 기하학적 관계를 이용하면

$$\frac{x_i}{f_c} = \frac{d - x_o}{L_C - h(x_o)} \rightarrow x_o = d - \frac{x_i}{f_c}(L_C - h(x_o)) \quad (7)$$

$I(x_i)$ 는 다음과 같이 나타낸다

$$\begin{aligned} I(x_i) &= A_i [1 + \cos\left(\frac{2\pi}{g}\left(\frac{f_L}{L_L - h_i}\left(d - \frac{x_i}{f_c}(L_C - h_i) + \Delta\right)\right)\right)] \\ &= A_i [1 + \cos\left(\frac{2\pi}{g}\left(\frac{f_L d}{L_L - h_i} - \frac{f_L}{f_c} \frac{L_C - h_i}{L_L - h_i} x_i + \Delta\right)\right)] \end{aligned} \quad (8)$$

단 $R(x_o, h(x_o))I_L(x_g) = A_i, h(x_o) = h_i$.

$L_L = L_C = L, f_L = f_c = f$ 일 경우는 식(8)은 다음과 같다.

$$I(x_i) = A_i [1 + \cos(\frac{2\pi}{g}(\frac{fd}{L-h_i} - x_i + \Delta))] \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{fd}{L-h_i} - x_i &= \frac{fd}{L-h_i} - \frac{fd}{L} + \frac{fd}{L} - x_i \\ &= \frac{fd/L}{L-h_i} h_i + (\frac{fd}{L} - x_i) \end{aligned}$$

이므로 $\frac{fd}{L} - x_i = x'_i$ 라 하면

$$I(x_i) = A_i [1 + \cos(\frac{2\pi}{g}(\frac{fd}{L} h_i + x'_i + \Delta))] \quad (10)$$

식(10)으로부터 변형 격자 무늬에는 물체의 높이 정보가 포함되어 있음을 알 수 있다.

2.2 모아레 무늬의 획득 과정

모아레 법은 CCD 이미지 평면상에 기준 격자를 설치하여 물체의 높이 정보에만 해당하는 등고선 무늬를 형성시킴으로써 높이 정보를 추출하는 방법이다.

투과도 $T_c(x_i) = 1 + \cos(\frac{2\pi}{g} x'_i)$ 인 격자를 CCD 이미지 평면앞에 설치할 경우 CCD 이미지 평면에 입사되는 광의 밝기 $I_g(x_i)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I_g(x_i) &= T_c(x_i)I(x_i) \\ &= A_i [1 + \cos(\frac{2\pi}{g} x'_i)] \cdot \\ &\quad [1 + \cos(\frac{2\pi}{g}(\frac{fd}{L} h_i + x'_i + \Delta))] \end{aligned} \quad (11)$$

식(11)을 전개하여 도출되는 곱셈항중 x'_i 에 무관한 모아레 무늬의 밝기 $I_m(x_i)$ 는 다음과 같이 나타난다.

$$I_m(x_i) = A_i [1 + \cos(\frac{2\pi}{g}(\frac{fd}{L} h_i + \Delta))] \quad (12)$$

점광원 이외의 외부 조명이 있는 일반적인 경우, $\Delta = \Delta_j$ 에 대한 모아레 무늬의 밝기 I_{mj} 는 다음과 같다.

$$I_{mj} \equiv I_m(x_i)|_{\Delta=\Delta_j} = B_i + C_i \cos(\phi_i + \frac{2\pi}{g} \Delta_j) \quad (13)$$

$$\text{단 } \phi_i = \frac{2\pi}{g} \frac{fd}{L} h_i \rightarrow \phi_i \approx \frac{2\pi}{mg} \frac{d}{L} h_i, m \equiv \frac{L}{f}$$

따라서 수개의 Δ_j 에 대해 I_{ij} 를 측정하여 ϕ_i 를 구함으로써 높이 h_i 를 구할 수 있으며 이를 위상 천이 모아레 법(Phase-shifting Moire Topology)라 한다. 이 방법의 경우 서론에서 언급한 바와 같이 CCD 이미지 평면상에 기준 격자를 설치하여야 하여야 하고 식(11)과 같은 획득된 밝기 값 중에서 이미지 평면상의 위치 x'_i 에 무관한 모아레 무늬의 밝기만을 추출해야 하는 어려움이 있다.

또한 ϕ_i 는 측정가능한 위상 $\overline{\phi}_i$ ($-\pi < \overline{\phi}_i \leq \pi$)과 정수 m 의해 다음과 같이 표현되므로

$$\phi_i = \overline{\phi}_i + 2\pi m$$

높이 변화가 큰 물체의 경우 위상 정렬(Phase Unwrapping)과정이 필요한 데 높이값의 연속성을 가정하는 방법을 주로 사용하고 있다.

2.3 Phase Measuring Profilometry

PMP법은 기준 격자를 사용하지 않고 식(10)과 같은 변형 격자 무늬의 밝기로부터 물체의 높이 정보를 직접 추출하는 방식이다.

점광원 이외의 외부 조명이 있는 일반적인 경우, $\Delta = \Delta_j$ 에 대한 변형 격자 무늬의 밝기 I_{ij} 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I_{ij} \equiv I(x_i)|_{\Delta=\Delta_j} &= M_i + N_i \cos(\psi_i + \frac{2\pi}{g} \Delta_j) \quad (14) \\ \text{단 } \psi_i &= \frac{2\pi}{g} (\frac{d/m}{L-h_i} h_i + x'_i), m \equiv \frac{L}{f} \end{aligned}$$

PMP방식에서도 역시 위상 천이 모아레법과 마찬가지로 측정가능한 위상 $\overline{\psi}_i$ ($-\pi < \overline{\psi}_i \leq \pi$)과 정수 n 의해 다음과 같이 표현되므로

$$\psi_i = \frac{2\pi}{g} (\frac{d/m}{L-h_i} h_i + x'_i) = \overline{\psi}_i + 2\pi n \quad (15)$$

h_i 가 0일 때, 즉 기준면 영상을 이용하여 얻은 기준 위상을 $\psi_{ir} (\equiv \psi_i|_{h_i=0} = 2\pi \frac{x'_i}{g})$ 라 하고 높

이 h_i 의 측정 대상 물체에 대한 위상을 ϕ_{io} 라 할 때 두 위상의 차이 ϕ_{im} 는 다음과 같으며 이는 모아레 위상 ϕ_i 와 같음을 알 수 있다.

$$\phi_{im} = \phi_{io} - \phi_{ir} = \frac{2\pi}{g} \frac{h_i}{L-h_i} = \phi_i \quad (16)$$

높이 변화가 큰 물체의 경우 위상 정렬 과정이 필요하다.

투영 격자에서 n' 번째 격자상에 있는 임의의 위치 x_g 를 다음과 같이 나타내면

$$x_g = g(n' + \frac{\overline{\psi}'_i}{2\pi}) \quad (\text{단 } n' \text{은 정수, } -\pi < \overline{\psi}'_i \leq \pi) \quad (17)$$

식(3),(7)로부터

$$\begin{aligned} x_i &= f \frac{d-x_o}{L-h_i} = f \frac{d - \frac{L-h_i}{f} x_g}{L-h_i} \\ &= \frac{fd}{L-h_i} - x_g \end{aligned} \quad (18)$$

이므로

$$\begin{aligned} x'_i &= \frac{fd}{L} - x_i = \frac{fd}{L} - \frac{fd}{L-h_i} + x_g \\ &= -\frac{1}{m} \frac{d}{L-h_i} h_i + x_g \\ &= -\frac{1}{m} \frac{d}{L-h_i} h_i + g(n' + \frac{\overline{\psi}'_i}{2\pi}) \\ &\rightarrow \frac{2\pi}{g} (\frac{d/m}{L-h_i} h_i + x'_i) = 2\pi n' + \overline{\psi}'_i \end{aligned} \quad (19)$$

따라서 식(15)의 정수 n 은 격자 번호 n' 과 일치하므로 변형 격자 무늬가 해당하는 격자 번호를 알 경우 unwrapping이 용이함을 알 수 있다.

하지만 실제의 경우 격자 번호를 알아내는 데에는 어려움이 있다.

식(15)로부터 CCD 이미지 평면상의 두 위치 x'_i 와 x'_k 에 대해서 다음과 같이 표현된다고 하자.

$$\begin{aligned} \frac{2\pi}{g} (\frac{d/m}{L-h_i} h_i + x'_i) &= 2\pi n_i + \overline{\psi}_i \\ \frac{2\pi}{g} (\frac{d/m}{L-h_k} h_k + x'_k) &= 2\pi n_k + \overline{\psi}_k \end{aligned} \quad (20)$$

위 식(20)의 차로부터 다음 식이 유도된다.

$$\begin{aligned} \frac{2\pi}{g} [\frac{d}{m} (\frac{h_i}{L-h_i} - \frac{h_k}{L-h_k}) + (x'_i - x'_k)] \\ = 2\pi(n_i - n_k) + (\overline{\psi}_i - \overline{\psi}_k) \end{aligned} \quad (21)$$

식(21)으로부터 두 점의 격자번호 차이

$n_i - n_k$ 를 알 경우 h_i 로부터 h_k 를 구할 수 있다.

2.4 투영 격자만을 이용한 모아레 무늬 형성

기존에 모아레 무늬를 얻어내기 위해서 CCD 이미지 평면상에 기준격자를 두거나 전기적또는 소프트웨어적인 방법으로 격자를 생성시킬 경우 2.2절에서 언급한 바와 같이 변형 격자 무늬와 기준 격자 무늬를 제거해야만 하는 어려움이 있다.

식(8)에서 $L_L = L_C$ 일 경우 $I(x_i)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I(x_i) &= A_i [1 + \cos(\frac{2\pi}{g} (\frac{f_L d}{L-h_i} - \frac{f_c}{f_c} x_i + \Delta))] \\ &= A_i [1 + \cos(\frac{2\pi}{g} (\frac{f_L d/L h_i}{L-h_i} + f_L (\frac{d}{L} - \frac{x_i}{f_c}) + \Delta))] \end{aligned} \quad (22)$$

따라서 CCD의 i 번째 픽셀의 위치 x_i 가 정수 m 에 대해 다음과 같이 표현될 경우

$$x' = f_L (\frac{d}{L} - \frac{x_i}{f_c}) = mg \quad (23)$$

식(22)로부터 변형 격자 무늬의 밝기값 $I(x_i)$ 는 다음과 같이 x_i 에 무관하고 높이 h_i 에 따라서만 밝기 값이 바뀌게 되므로 모아레 무늬만을 쉽게 얻을 수 있음을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} A_i [1 + \cos(\frac{2\pi}{g} (\frac{fd}{L} \frac{h_i}{L-h_i} + mg + \Delta))] \\ = A_i [1 + \cos(\frac{2\pi}{g} (\frac{fd}{L} \frac{h_i}{L-h_i} + \Delta))] \end{aligned} \quad (24)$$

3. 실험 및 결과

Fig.2는 실험에 사용된 실험 장치를 나타내고 있다.

카메라는 SONY사의 XC-75 흑백 CCD카메라를 사용하였고 렌즈는 SPACECOM사의 TV 줌렌즈 S6X11을 사용하였다. 투영격자는 피치g가 0.92mm인 이진 격자를 사용하였다. 프레임 그래픽은 DATA TRANSLATION사의 해상도 640x480의 흑백 프레임 그래픽 DT3155를 사용하였다.

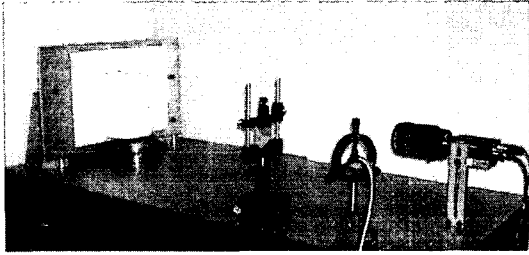


Fig. 2 Experimental Setup

Fig.3 는 격자를 $20\mu\text{m}$ 씩 이동시켰을 때 기준면의 임의 한 점(카메라 중심)에서 측정된 밝기값의 변화를 나타내고 있다.

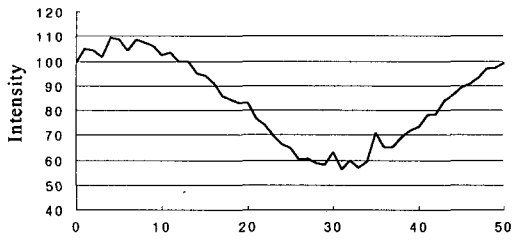
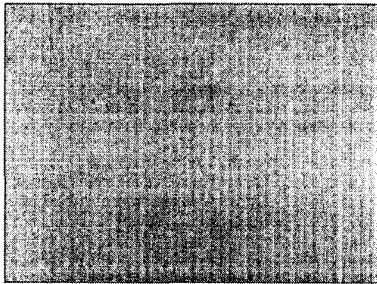
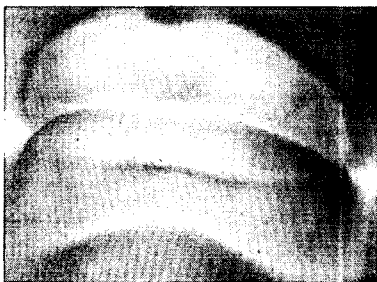


Fig. 3 Intensity variation with grating-shift

Fig.4(a)는 CCD카메라에 의해 획득된 기준면에 투영된 격자 무늬 영상이고 Fig.4(b)는 측정 대상 물인 석고상에 격자 무늬가 투영된 영상이다.



(a) Reference Plane



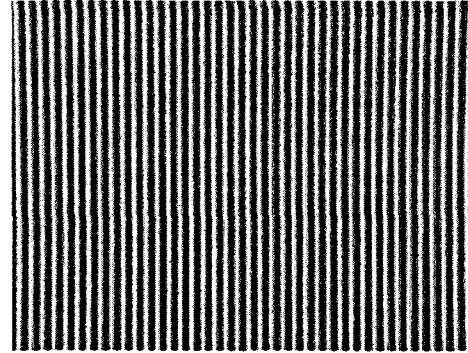
(b) Object Measured

Fig. 4 Captured images

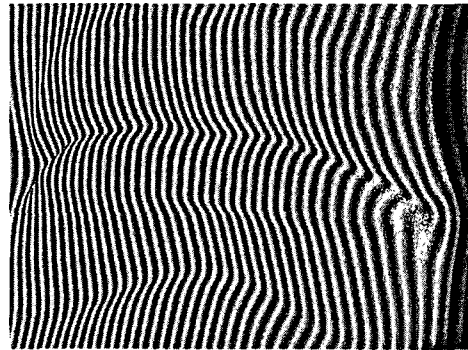
다음과 같은 4 버킷 알고리즘을 사용하여 각각의 위상을 계산하였다.

$$\phi_i = \tan^{-1} \left(\frac{I_{11} - I_{13}}{I_{12} - I_{14}} \right) \quad (25)$$

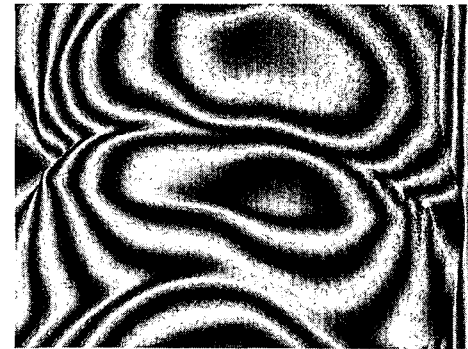
$$\text{이때 } \Delta_j = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$$



(a) Reference Phase



(b) Object Phase



(c) Moire Phase

Fig. 5

Fig.5(a)는 기준 평면의 각 점의 위상 $\overline{\phi_{ir}}$ 를 나타내고 Fig.5(b)는 측정물의 각 점의 위상 $\overline{\phi_{io}}$ 를

나타낸다. 모아레 위상 $\overline{\phi_{im}} (= \overline{\phi_{io}} - \overline{\phi_{ir}})$ 를 Fig.5(c)에 나타내었다. 이때 위상이 0일 때 밝기 값을 255로 위상이 $\pm\pi$ 일때의 밝기를 0으로 표시하였다. Fig.6은 178행과 267열에 대해 기준 위상과 측정물 위상, 모아레 위상을 나타내고 있다.

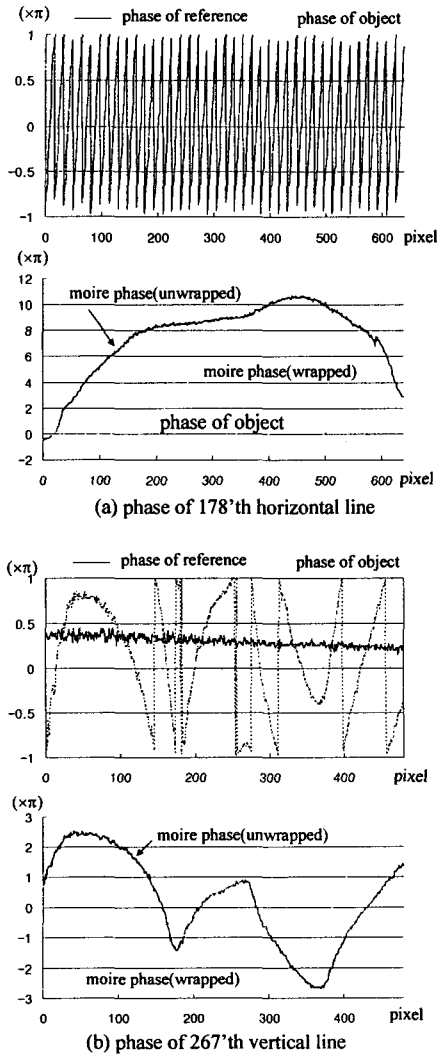


Fig. 6 Unwrapped moire phase

4. 결론

본 논문에서는 광학식 비접촉 3차원 형상 측정 방법으로 많이 연구되고 있는 모아레법과 PMP법을 수식적으로 비교하여 단일 격자를 이용하는 PMP법으로도 2개의 격자를 사용하는 얻을 수 있는 모아레 영상을 단순한 연산을 통해 쉽게 얻

을 수 있음을 보이고 실험을 통해 확인하였다. 또한 내부 연산없이도 단일 격자만을 이용하여 모아레 무늬를 얻을 수 있는 조건을 제시하였다.

후기

본 논문은 과학재단에서 지원하는 1998년 특정 기초 연구과제(과제번호: 98-0200-11-01-5)로 수행 되었음.

참고 문헌

- (1) 김승우, 최이배, 오정택, 정문식, "위상천이 격자를 이용한 영사식 모아레," 대한기계학회논문집, 제22권 5호, pp.850-857, 1998.
- (2) Takasaki H., "Moire Topography," Applied Optics, Vol.9, No.6, pp.1467-1472, 1970.
- (3) Creath K., "Phase-measurement Interferometry techniques," Progress in Optics, Vol.26, pp.349-398, 1988.
- (4) Kujawinska M., "Use of Phase-stepping Automatic Fringe Analysis in Moire interferometry," Applied Optics, Vol. 26, No.22, pp.4712-4714, 1987.
- (5) Bone D.J., Bachor H.A., and Sandeman R.J., "Fringe-pattern Analysis Using a 2-D Fourier Transform," Applied Optics, Vol.25, No. 10, pp.1653-1660, 1986.
- (6) Halioua A., Krishnamurthy R.S., Liu H., and Chiang F.P., "Projection Moire with Moving Grating for Automated 3-D Topography," Applied Optics, Vol.22, No. 6, pp.850-855, 1983.
- (7) Jie-Lin Li, Hong-Jun Su, and Xian-Yu Su, "Two-frequency grating used in phase-measuring profilometry," Applied Optics, Vol.36, No.1, pp.277-280, 1997.
- (8) V. Srinivasan, H.C.Liu, and Maurice Halioua, "Automated phase-measuring profilometry: a phase mapping approach," Applied Optics, Vol.24, No.2, pp.185-188, 1985.
- (9) Ming Chang, "On-line Automated Phase-Measuring Profilometry," Optics and Lasers in Engineering, Vol. 15, pp.127-139, 1991.