

형상기억효과에 의해 발생하는 잔류응력의 해석 Analysis of Residual Stresses Due to Shape Memory Effects

노홍길*, 김홍건**, 조영태***, 이동주+, 정태진**, 김경석***

* 전주대학교 정보산업대학원

** 전주대학교 기계산업공학부

*** 전주대학교 공학기술종합연구소

+ 영남대학교 기계공학부

++ 군산대학교 기계공학부

+++ 조선대학교 기계공학부

ABSTRACT

The strengthening of a metal matrix composite (MMC) by the shape memory effect(SME) of dispersed TiNi particles was theoretically studied. An analytical model was constructed for the prediction of the average residual stress($\langle \sigma \rangle_m$) on the base of the Eshelby's equivalent inclusion method. The analysis was performed on the TiNi particle/Al metal matrix composites with varying volume fractions and prestrains of the particle. The residual stress caused by the shape memory of predeformed fillers has been predicted to contribute significantly to the strengthening of this composite.

Keyword : particle dispersed metal matrix composite, shape memory effect, TiNi alloy, micromechanics, Eshelby's method, residual stress.

1. 서 론

복합체의 잔류응력은 주로 고온에서 가공된 복합체가 실내온도로 냉각될 때 모재(Matrix)와 개재물(Filler) 사이의 열팽창계수(이하 CTE로 표기)의 차이에서 기인한다. 따라서 잔류응력은 가공 온도와 실내온도 사이의 온도차에 의해 강한 영향을 받으며, 또한 개재물의 체적율에 의해 많은 영향을 받는다. 복합체의 개재물과 모재내의 잔류응력은 항복응력과 파괴인성과 같은 복합체의 기계적 성질에 영향을 미친다.^{(1),(2),(4),(6)}

Arsenault와 Taya는 단섬유 금속 복합체(이하 MMC로 표기) 내에서 온도 저하와 항복응력의

효과에 의하여 잔류응력이 유도됨을 밝히고⁽¹⁾, SiC 휘스커와 6061Al 복합체의 압축 항복응력과 인장 항복응력의 차를 예측하였는데 이는 실험 결과와 잘 일치하였다^{(1),(6)}. 입자 세라믹 모재 복합체를 강화할 때 CTE의 차에 의해 발생하는 잔류응력장의 효과에 대한 연구가 보고되었고^{(8),(12)}, 특히 Taya등은 TiB₂ 입자와 SiC 모재 복합체에 있어서 균열성장 저항력으로 모재의 압축 열 잔류응력 효과에 대해서 언급하였다⁽¹²⁾.

TiB₂ 입자와 SiC 모재의 복합체인 경우, 개재물의 CTE가 모재의 CTE보다 높을 경우, 가공 온도로부터 냉각하게되면 복합체의 모재 내 잔류응력은 압축력을 갖게되어, 복합체의 인장 특성에 기여한다⁽¹²⁾.

최근, 지능형 복합재료인 TiNi/Al과 TiNi/Epoxy를 이용함으로써 온도감지와 구동기구, 그리고 시간적 기억과 회복기능 등 지능성 재료의 역학적 거동에 관한 연구의 진전을 가져왔으며⁽³⁾, 온도가 증가할수록 TiNi 강화기구에 의해서 고응력, 고강도, 내열성, 내마모성과 인장강도가 향상되고, 지능형 복합재료의 탄성계수, 항복 응력, 그리고 가공경화비등이 TiNi의 체적비와 사전변형을 등에 의존한다고 보고 되었다⁽⁴⁾.

본 논문에서는 SMA 개재물과 MMC의 인장 성질의 강화를 예측할 수 있는 해석적 방법에 대해 논하고, Eshelby의 등가개재물법을 이용하여 형상 기억효과에 의해 발생하는 잔류응력의 해석과 TiNi/Al 복합체를 모델로 형상기억 효과에 의한 MMC의 강화 메커니즘에 대해서 기술한다.

2. Eshelby의 등가 개재물법

Eshelby의 등가 개재물법⁽¹⁴⁾은 기본적으로 무한체(Matrix) 내에 한개의 타원체 개재물에 대한 것이지만, 더욱 확장하여 Mori-Tanaka는 1973년에 무한체 내의 여러 개의 타원체 개재물을 고려해, 타원체 개재물의 상호간섭, 유한 경계의 영향을 고려한 평균장 이론(Mean field theory)을 제안하고, Eshelby의 등가 개재물법을 실용적으로 복합재료에 적용할 수 있도록 하였다. 본 절에서는 본 논문의 기본 이론이 되는 『Eshelby의 해⁽¹³⁾』에 대해서만 간단히 기술한다.

Fig.1과 같이 탄성계수 C_{ijkl} 를 갖는 무한체와, 무한체 내에 유한한 타원체 영역 Ω 가 있다고 하자. 그 타원체 영역(개재물)을 잘라내어 일정한 고유변형률 ϵ_{ij}^* 을 가한 후, 원래의 무한체내로 원위치 시킨다고 생각하면, 복합체에서 고유변형률 ϵ_{ij}^* 가 가해진 타원체 영역 Ω 는, 매트릭스 영역 $D-\Omega$ 에 의해서 영역 Ω 의 주변이 구속되기 때문에 자유롭게 ϵ_{ij}^* 만큼의 변형이 안되므로 영역 Ω 의 내부와 그 부근에 내부 응력 σ_{ij} 가 발생한다. Ω 의 내부 응력은 Hooke의 법칙을 만족하므로 다음 식으로 표현된다.

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} (\epsilon_{kl} - \epsilon_{kl}^*) \quad (1)$$

여기서, ϵ_{kl} 은 전체 변형률이다. Eshelby에 의하면, 타원체 영역 내의 고유변형률 ϵ_{ij}^* 가 일정할 때, 타원체 영역 내의 전체 변형률과 응력도 일정하므로, ϵ_{ij} 와 개재물 Ω 내의 응력 σ_{ij} 는 다음과 같다.

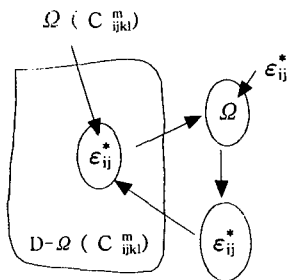


Fig.1 Eshelby's solution

$$\epsilon_{ij} = S_{ijkl} \epsilon_{kl}^* \quad (2)$$

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} (S_{klmn} - I_{klmn}) \epsilon_{mn}^* \quad (3)$$

여기서, S_{ijkl} 와 I_{klmn} 은 각각 4계(階)의 Eshelby 텐서⁽⁵⁾ 및 단위 텐서이다.

위에 기술한 식(1), (2) 및 (3)을 기초로 하여, 무한체 내의 불균질물의 문제를 Eshelby의 해를 이용하여 무한체 내의 개재물 문제로 치환해서 해석하는 것이 가능하여, 이 방법을 Eshelby의 등가 개재물법이라 한다.

3. 형상기억효과를 이용한 형상기억합금(SMA) 입자 강화 복합체의 강화 메커니즘

이 절에서는 TiNi의 형상기억효과를 이용한 복합체의 강화 메커니즘에 대하여 논한다. 분산된 TiNi 입자 강화 복합체의 메커니즘은, 복합체의 강화제인 TiNi 장섬유 및 단섬유에 적용할 수 있다.

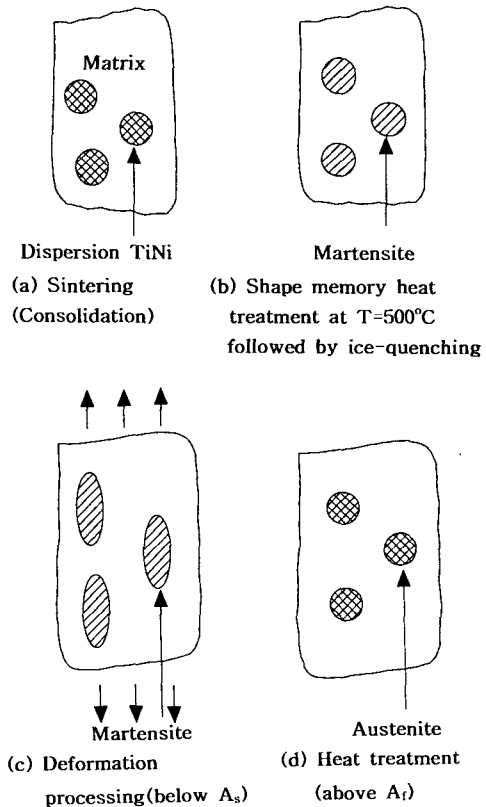


Fig.2 Strengthening mechanism of composite by the shape memory effect

TiNi 입자 강화 복합체가 Fig.2(a)와 같다고 가정하자. 이때 무한 탄성체인 모재 내에 무한개의 입자들이 균일하게 분포하고, TiNi 입자들은 모재와 완전하게 결합되어 있다고 가정한다.

분산된 TiNi 입자의 형상기억 처리는 입자들의 구형태를 기억시키기 위하여 고온(app.500°C)에서 30분 동안 복합체를 가열하고 얼음으로 급냉시킨다(Fig.2(b)).

다음 단계, Fig.2(c)에서는 강화재가 Martensite 단계인 복합체에 사전변형을 가하여 TiNi입자의 형상을 변형시킨다.

마지막 단계인 Fig.2(d)는 Martensite 단계로부터 Austenite 시작점(As) 이상으로 열을 가열하여 Austenite까지 변태 시킨다. 이 변태는 Fig.2(c)에서 변형된 형상으로부터 처음 형태인 구형까지의 TiNi 입자의 형상회복을 내포하고 있으며, 또한 TiNi 입자들 (Fig.2(b))에 의하여 기억된 형상이다. 이러한 형상회복 과정은 사전변형의 방향에 따라 모재 내에서의 압축응력을 유도하고, 이어서 Austenite 단계에서 복합체의 인장특성을 강화한다.

4. SEM을 고려한 해석 모델

TiNi가 분산된 복합체의 잔류응력을 예측하기 위하여 형상기억효과에 의한 TiNi 강화재의 형상

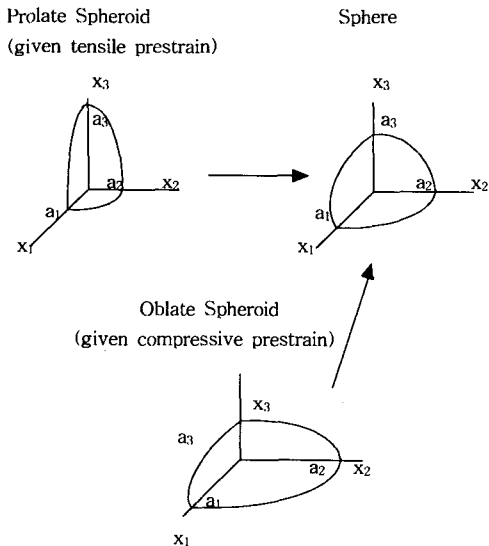


Fig.3 Calculation of strain by the shape memory effect.

변형에 의한 모재내에서의 평균 잔류응력 계산을 해석적 모델을 통하여 실시하였다.

4.1 TiNi의 형상기억효과에 의한 변형률의 계산

계산은 Eshelby의 등가재물법 및 정의된 용어를 기초로 한다. 형상기억 처리 후에, Fig.3과 같이 단일축의 사전변형률 ϵ_{ij}^s 를 x_3 축을 따라 복합체에 가한다. 이때 TiNi 입자들에 사전변형을 가하는 방법으로는 인장 사전변형과 압축 사전변형의 두 가지 방법에 의해 가한다. 이와 같이 사전 변형된 TiNi 입자들은 As이상 가열하면 Fig.3에서처럼 초기의 구 형태로 되돌아가려고 한다. 그러나 TiNi 입자들은 에워싸고 있는 주위의 모재에 의한 제약 때문에 완전한 구 형태로 회복될 수 없다.

변형된 입자들의 종횡비(aspect ratio) α 는 다음 식(4)와 같다.

$$\alpha = \frac{a_3}{a_1} \quad (4)$$

여기서, a_1 은 가로축 방향(x_1 축)에서 변형된 입자들의 길이이고, a_3 은 세로축 방향(x_3 축)에서 변형된 길이이다. 만약, 각 입자의 체적이 변형전이나 후에도 일정하다고 하면, 구 형태의 TiNi 입자에 대한 사전변형률 ϵ_{ij}^s 는 변형된 입자들의 종횡비 α 에 의해서 다음 식으로 기술되고,

$$\epsilon_{ij}^s = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} - 1 \\ \alpha^{\frac{1}{3}} - 1 \\ \alpha^{\frac{1}{3}} - 1 \\ \alpha^{-\frac{2}{3}} - 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

ϵ_{ij}^s 의 여섯 개의 성분은 $(ij) = 11, 22, 33, 23, 31, 12$ 의 순서로 표현된다.

4.2 모재내의 잔류응력 계산

Fig.4와 같은 해석적 모델에 의한 MMC의 잔류응력을 계산한다. 여기서 강성텐서 C_{ijkl}^f 을 갖는 타원체 개재물은, MMC의 한입자에 대한 변형률인 ϵ_{ij}^s 의 형태를 갖는 변태변형률 ϵ_{ij}^T 로 식(5)에 의하여 주어진다.

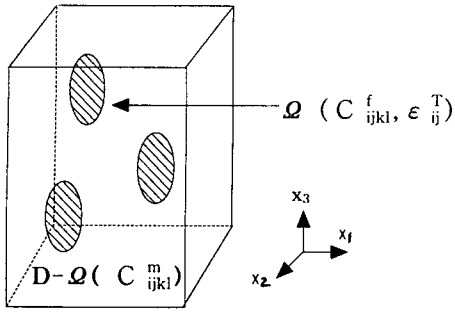


Fig.4 Analytical model for calculating average residual stress in the matrix.

모재(D-Q)와 개재물(Q)이 강체로 등방성이라 하자. 모재의 강성텐서 C^m_{ijkl} 과 개재물의 강성텐서

$$C^f_{ijkl} \text{을 계산하면 다음식과 같다.}$$

$$C^m_{ijkl} = \lambda^m \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu^m (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{kj})$$

$$C^f_{ijkl} = \lambda^f \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu^f (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{kj}) \quad (6)$$

여기서, δ 는 Kronecker delta이고, λ^m, λ^f 와 μ^m, μ^f 는 각각 모재 및 개재물의 Lamé 상수이다. 변태변형률 ϵ^T_{ij} 는 입자들만이 갖고 있는 형상기억 효과에 의해서 입자들의 형상회복의 원인이 된다. MMC 내의 평균 잔류응력 $\langle \sigma_{ij} \rangle_m$ 은 모재 내의 평균변형률 $\bar{\epsilon}_{kl}$ 와 관련이 있다. 즉,

$$\langle \sigma_{ij} \rangle_m C^m_{ijkl} \bar{\epsilon}_{kl} \quad (7)$$

이고, 개재물 내부에서의 응력은 아래 식(8)이 된다.

$$\sigma_{ij} = C^m_{ijkl} (\bar{\epsilon}_{kl} + \epsilon_{kl} - \epsilon^*_{kl}) = C^f_{ijkl} (\bar{\epsilon}_{kl} + \epsilon_{kl} - \epsilon^T_{kl}) \quad (8)$$

여기서, σ_{ij} 와 ϵ_{kl} 은 각각 Ω 내의 외란에 의한 응력 및 변형률이고, ϵ^*_{kl} 는 고유변형률로 Ω 영역 내에서 영이 되지 않는 항이며, Ω 밖에서의 응력은 영이 된다. Eshelby⁽¹³⁾에 의해 앞 절의 식(2)로부터 $\epsilon_{kl} = S_{klmn} \epsilon^*_{mn}$ 을 생각 할 수 있다. 여기서, Eshelby 텐서⁽⁵⁾인 S_{klmn} 는 모재의 형상계

수와 개재물의 푸아송 비의 함수로써 표현되고, 여러 가지 형상의 개재물에 따라서 각각 달리 주어진다⁽¹⁵⁾. 외란을 받는 응력 σ_{ij} 는 $\int_D \sigma_{ij} dV = 0$

을 만족해야 하므로 $V_f \langle \sigma_{ij} \rangle_f + \langle \sigma_{ij} \rangle_m (1 - V_f) = 0$ 이다. 여기서, D는 MMC의 전체적이다.

또한, 식 (7), (8)로부터 식(9)을 얻을 수 있다.

$$\bar{\epsilon}_{kl} + V_f (\epsilon_{kl} - \epsilon^*_{kl}) = 0 \quad (9)$$

여기서, V_f 는 개재물의 체적률 이다. 식(2)와 식(9)를 식(8)에 대입하여 대수적으로 ϵ^*_{ij} 를 풀 수 있다. ϵ^*_{ij} 가 구해지면 식(7), 식(2) 그리고 (9)식으로부터 모재 내의 평균 잔류응력을 계산 할 수 있고, 다음과 같이 식(10)이 얻어진다.

$$\langle \sigma_{ij} \rangle_m = -V_f C^m_{ijkl} (S_{klmn} \epsilon^*_{mn} - \epsilon^*_{kl}) \quad (10)$$

모재 내에서 평균 잔류응력은 MMC의 한 개의 입자에 대하여 계산되어진다.

$$\langle \sigma_{11} \rangle_m = \langle \sigma_{22} \rangle_m = -2V_f \mu^m (U_{11} \epsilon^s_{11} + U_{13} \epsilon^s_{33})$$

$$\langle \sigma_{33} \rangle_m = -2V_f \mu^m (U_{31} \epsilon^s_{11} + U_{33} \epsilon^s_{33}) \quad (11)$$

여기서, $\langle \sigma_{11} \rangle_m, \langle \sigma_{22} \rangle_m$ 그리고 $\langle \sigma_{33} \rangle_m$ 은 각각 x_1, x_2, x_3 축 방향의 모재내 평균 잔류응력이고, U_{ij} 는 모재의 영 계수와 개재물의 푸아송 비 및 개재물의 체적율을 함수로 하여 표현되며, 지면 상 생략한다.

5. 결과 및 고찰

MMC 내에 분산되어 있는 TiNi 입자들의 형상 기억효과를 관찰하고 방향에 따라 기대되는 강화의 정도를 예측하기 위하여, 본 연구에서는 모재 내의 잔류응력에 대해서만 해석을 실시하였다. 이때 해석에 이용한 TiNi/Al 복합체의 물성치는 다음과 같다.

$$\text{Al 모재} : E_m = 69\text{GPa}^{(15)}$$

$$\nu_m = 0.33$$

$$\text{TiNi입자} : E_f = 82\text{GPa (austenite)}^{(16)}$$

$$\nu_f = 0.43$$

여기서, E_m 및 E_f 는 각각 모재와 개재물의 영 계

수이며, ν_m 과 ν_f 는 모재와 개재물의 푸아송 비이다. 또한 개재물의 체적율이 10%, 20%, 30% 그리고 40%인 MMC에 종축방향(x_3)으로 1%, 2%, 3%, 4%의 인장 및 압축 사전 변형을 가한후 개재물의 SME효과에 의한 모재의 평균 잔류응력을 계산하여 Fig.5 와 Fig.6에 나타냈다. 이때 사전변형은 식(4)의 종횡비(a_3/a_1)가 1%, 2%, 3%, 4%의 인장 및 압축 변형하도록 α 를 구하고 이를 식(5)에 대입하여 사전변형을 주었다. 그래프는 개재물의 종축방향(x_3)과 횡축방향(x_1 or x_2 축)의 평균 잔류응력을 각각 실선과 파선으로 나타냈다. Fig.5는 입자들이 장구(Prolate spheroid)로부터 구(Sphere)로 변형될 때의 결과이고, Fig.6은 입자들이 편구(Oblate spheroid)로부터 구(Sphere)로 변형될 때 모재의 잔류응력의 결과를 보여준다.

Fig.5와 6을 보면 평균 잔류응력은 종횡비 α 가 1에 접근함으로써 감소하고, 개재물의 체적률 증가와 함께 증가함을 알 수 있다. Fig.5처럼 개재물의 종축방향으로 인장 사전변형이 주어질 경우에는 종축방향의 잔류응력은 압축특성을 나타내고, 횡축방향의 잔류응력은 인장을 보인다. 반면에, Fig.6처럼 종축방향으로 압축 사전변형을 가할 경우는 압축 잔류응력은 횡방향에서 유도되고, 인장특성은 종방향에서 나타남을 알 수 있다.

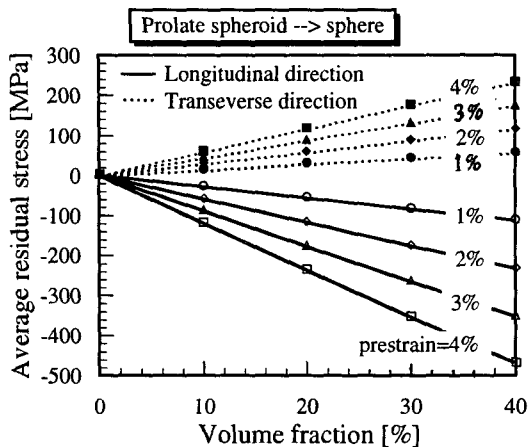


Fig.5 Average residual stresses of Al matrix as a function of volume fraction of TiNi particle. Composite is given a tensile strain in longitudinal direction.

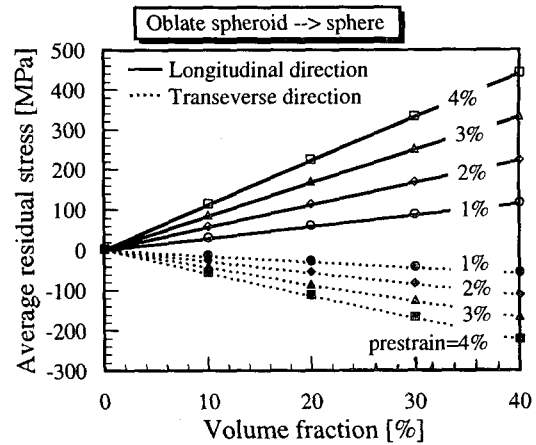


Fig.6 Average residual stresses of Al matrix as a function of volume fraction of TiNi particle. Composite is given a compressive strain in longitudinal direction.

REFERENCES

- (1) H. Li, J. B. Li, Z. G. Wang, C. R. Chen and D. Z. Wang : Metallurgical and Materials Transactions A., 1998, Vol. 29A, pp. 1998-2009.
- (2) M. Taya and R. J. Arsenault : Metal Matrix Composite Thermomechanical and Material Behavior, Pergamon Press, Elmsford, NY, 1989, PP. 101-149.
- (3) K. Hamada, J. H. Lee, K. Mizuuchi, M. Taya, and K. Inoue : Metallurgical and Materials Transactions A. 1998, Vol. 29A, pp. 1127-1135.
- (4) 정태현, 이동주, 김홍건 : 대한기계공학회 논문집(A) 제21권 제10호, 1997, pp. 1609- 1618.
- (5) G. P. Tandon, G. J. Weng : Journal of Applied Mechanics, 1986, Vol. 53, pp. 511- 518.
- (6) N. Shi, R. J. Arsenault, A. D. Krawitz, and L. F. Smith : Metallurgical Transactions A., 1993. Vol. 24A, pp. 187-196
- (7) R. J. Arsenault and M. Taya : Acta Metal., 35, 1987, pp. 651-659.
- (8) A. V. Virkar and D. L. Johnson : J. Am. Ceram. Soc., 60, 1977, p. 514.

- (9) A. G. Evans, A. H. Heur and D. L. Porter : *Proc 54th Intl. Fract*, 1, 1977, p. 529.
- (10) G. C. Wei and P. F. Becker : *J. m. Ceram. Soc.*, 67, 1984, p. 571.
- (11) R. A. Cutler and A. V. Virkar : *J. Mater. Sec.*, 20, 1985, p. 3557.
- (12) M. Taya, S. Hayashi, A. S. Kobayashi and H. S. Yoon : *J. Am. Ceram. Soc.*73, 1990, p. 1382.
- (13) J. D. Eshelby : *Proc. London*, A241 1957, pp. 3-76.
- (14) T. Mura : *Micromechanics of Defects in Solids*, 2nd ed. Martines Nijhoff, Dordrecht, 1987, Chap. 2, 4, 7.
- (15) *Metal Handbook Ninth Edition*, Vol.2, Ed. by W. H. Cuberly, H. Baker, D. Benjamin, P. M. Unterweiser, C. W. Kirkpatrick, V. Knoll and K. Nieman, American Society for Metals Park, Ohio, 1979, p. 65.
- (16) K. Otsuka : *Bulletin of Japan Inst. Metals*, 24, 1985, p. 26.