

## 유전자 알고리즘을 이용한 Piled Raft 기초의 최적설계 Optimum Design of Piled Raft Foundations using Genetic Algorithm

김홍택<sup>1)</sup>, Hong-Taek Kim, 강인규<sup>2)</sup>, In-Kyu Kang, 황정순<sup>3)</sup>, Jung-Soon Hwang,  
전웅진<sup>4)</sup>, Eung-Jin Jeon, 고용일<sup>5)</sup>, Yong-Il Koh

<sup>1)</sup> 홍익대학교 토목공학과 교수, Professor, Dept' of Civil Engineering, Hong-Ik Univ.

<sup>2)</sup> (주)브니엘컨설턴트 책임기술자, Chief Engineer, Vniel Consultant Co., Ltd.

<sup>3)</sup> (재)한국철도기술공사, Korea Railroad Technical Corporation.

<sup>4)</sup> 홍익대학교 토목공학과 대학원, Graduate Student, Dept' of Civil Engineering, Hong-Ik Univ.

<sup>5)</sup> 초당대학교 토목공학과 전임강사, Full-time Instructor, Dept' of Civil Engineering,  
Cho-Dang Univ.

**SYNOPSIS :** This paper describes a new optimum design approach for piled raft foundations using the genetic algorithm. The objective function considered is the cost-based total weight of raft and piles. The genetic algorithm is a search or optimization technique based on nature selection. Successive generation evolves more fit individuals on the basis of the Darwinian survival of the fittest. In formulating the genetic algorithm-based optimum design procedure, the analysis of piled raft foundations is performed based on the 'hybrid' approach developed by Clancy(1993), and also the simple genetic algorithm proposed by the Goldberg(1989) is used. To evaluate a validity of the optimum design procedure proposed based on the genetic algorithm, comparisons regarding optimal pile placement for minimizing differential settlements by Kim et al.(1999) are made. In addition using proposed design procedure, design examples are presented.

**Key words :** Piled raft foundation, Genetic algorithm, Optimum design

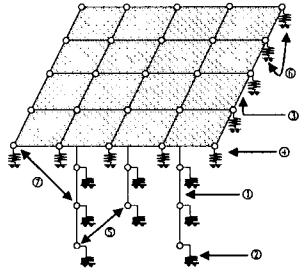
### 1. 서론

Piled raft 기초는 raft에 말뚝을 결합한 형태로 raft에 의한 충분한 지지력 확보와 말뚝에 의한 침하의 감소가 주목적이며, 최근에는 말뚝의 배치가 raft의 부등침하를 감소시키기 위해 사용된다는 데 착안하여 효율적인 말뚝배치에 관한 연구가 활발하게 수행되고 있다. Horikoshi와 Randolph(1998)는 매개변수연구를 통해 부등침하를 최소화할 수 있는 방법을 제안하였고, 김경남 등(1999)은 최적화 알고리즘을 사용하여 부등침하 최소화를 위한 최적 설계기법을 제안한 바 있다. 본 연구에서는 piled raft 기초의 합리적 해석기법을 토대로, 새로운 최적화 알고리즘을 도입하여 부등침하를 최소화하고, piled raft 기초의 시공비용에 있어 중요한 인자 중 하나인 말뚝과 raft의 총 무게를 대상으로 하는 중량 최적화를 위한 설계기법을 제시하고자 한다.

또한 본 연구에서는 piled raft 기초의 해석방법으로 Clancy(1993)의 해석방법을 사용하였으며, 본 연구에서 제시된 최적화 알고리즘의 타당성을 검증하기 위해 기 제시된 piled raft 기초의 최적화 결과(김경남 등, 1999)와의 비교·분석이 수행되었으며, 설계예제를 통한 piled raft 기초시스템의 최적 설계가 수행되었다.

## 2. Piled raft 기초의 해석

본 연구에서는 piled raft 기초 해석을 위해 'hybrid' 방법에 근거하여 해석을 실시하였다(Clancy, 1993). 이 방법은 지반과의 상호작용에 대한 해석적 접근과 기초 구조물을 유한요소로 모델링하여 수치 해석적으로 접근하는 복합적인 해석기법이다. 해석방법의 개요도는 그림 1과 같다.



- ① : 1차원 말뚝요소
- ② : 각각의 말뚝절점에서 하중전이 스프링
- ③ : 2차원 판요소
- ④ : 각각의 raft절점에서 지반반력 스프링
- ⑤ : 말뚝-지반-말뚝간의 상호작용
- ⑥ : raft-지반-raft간의 상호작용
- ⑦ : raft-지반-말뚝간의 상호작용

그림 1. Piled raft의 해석방법의 개요도

연직변위를 허용하는 말뚝은 1차원 봉(rod) 요소로, raft는 2차원 박판(thin plate) 요소로 모델링하였으며, 연직하중에 대한 말뚝 주면에서의 지반강성( $k_{st}$ )은 지반의 응력수준과 전단탄성계수간의 쌍곡선(hyperbolic) 관계로부터 비선형 지반거동을 표현하면 식(1)과 같다.

$$k_{st} = \frac{2\pi G_{si} l_{pn}}{\ln\left(\frac{r_m - \beta}{r_0 - \beta}\right) + \frac{\beta(r_m - r_0)}{(r_m - \beta)(r_0 - \beta)}} \quad (1)$$

여기서,  $\beta = \tau_0 r_0 R_f / \tau_f$ ,  $r_0$  : 말뚝의 반경,  $G_{si}$  : 흙의 초기전단탄성계수,

$l_{pn}$  : 말뚝 각각의 절점에서의 영향길이,  $\tau_0$  : 말뚝-지반 경계면에서 전단응력,

$R_f$  : 쌍곡선-fitting 상수,  $\tau_f$  : 파괴시 전단응력,  $r_m$  : 지반전단계수의 영향반경

연직하중에 대한 말뚝 선단에서의 지반강성( $k_t$ )은 비선형 거동에 대한 쌍곡선 관계를 이용하여 식(2)와 같이 단순화시킬 수 있으며, 연직하중에 대한 raft의 유연도( $f_r$ )는 식(3)과 같다.

$$k_t = k_{ti} \left(1 - \frac{P_t R_f}{P_{tf}}\right)^2 \quad (2)$$

$$f_r = \frac{1 - \nu_s^2}{\pi E_s b} \left[ \ln(b/a + \sqrt{1 + (b/a)^2}) + b/a \ln(1 + \frac{\sqrt{1 + (b/a)^2}}{b/a}) \right] \quad (3)$$

여기서,  $P_t$  : 말뚝선단을 통해 전달된 하중,  $P_{tf}$  : 말뚝선단에서의 지지력,  $k_{ti}$  : 초기탄성지반강성  
 $a, b =$  직사각형 한변의 길이 ( $b \geq a$ ),  $E_s$  : 흙의 탄성계수,  $\nu_s$  : 흙의 포아슨비

한편, 전체요소(raft, 말뚝)간의 상호작용은 Mindlin의 해를 기초로 식(4)와 같이 유연도 영향계수( $f_{ij}$ )를 사용하여 계산할 수 있다.

$$f_{ij} = \frac{1}{16\pi G_s(1-\nu_s)} \left\{ \frac{(3-4\nu_s)}{R_1} + \frac{8(1-\nu_s)^2 - (3-4\nu_s)}{R_2} + \frac{(z-c)^2}{R_1^3} \right. \\ \left. + \frac{(3-4\nu_s)(z+c)^2 - 2cz}{R_2^3} + \frac{6zc(z+c)^2}{R_2^5} \right\} \quad (4)$$

여기서,  $R_1 = \sqrt{r^2 + (z-c)^2}$ ,  $R_2 = \sqrt{r^2 + (z+c)^2}$ ,  $c$  :  $j$ 점의 깊이좌표,  $G_s$  : 흙의 지반탄성계수,  
 $z$  :  $i$ 점의 깊이좌표,  $r$  : 상호작용이 계산되는 절점 간의 수평간격

### 3. 유전자 알고리즘을 이용한 piled raft의 최적화

#### 3.1 유전자 알고리즘의 개요

유전자 알고리즘(Genetic Algorithm, GA)은 자연진화법칙을 최적화문제에 적용한 방법으로 Holland(1975)에 의해 개발된 전역적(global)인 최적화 알고리즘이며, 공학분야에는 Goldberg(1987)에 의해 처음 적용되었다. GA는 자연계의 유전과정을 모방하여 생물학적 유전인자인 염색체와 유사한 구조를 지니는 문자열(string)들 간의 선택(selection), 교배(crossover) 및 변이(mutation)연산을 거쳐 다음 세대의 새로운 연산자를 인공적으로 만들어 내는 과정을 통해 적합한 해를 탐색한다. 따라서 국부탐색을 하면서 전체 최적점(global optimum)을 찾기 위해 다수의 초기점에 대해 반복계산을 하는 기준의 최적화 방법과는 달리 GA는 하나의 설계점이 아닌 설계집단을 사용하여 확률론적인 탐색을 실시하므로 전체 최적점에 도달할 신뢰도가 큰 것으로 평가되고 있다.

GA는 입진수의 값인 설계변수를 이진 스트링으로 표현하며, 만약 설계변수가 여러 개일 경우, 이진 비트들로 표현되는 설계변수들을 직렬로 연결함으로써 자연계의 염색체(chromosome)와 유사한 형태를 지니는 하나의 개체(individual)를 형성하게 된다. GA의 연산과정 중 선택연산은 주어진 환경에 잘 적응하는 개체를 유지시키고 그렇지 않은 개체는 도태되는 자연선택 현상을 이상화한 것이며, 교배연산은 선택연산을 통해 결정된 개체들의 스트링을 상호 교환하는 과정으로서, 결국 교배연산을 통해 적합성이 높은 형질의 설계점이 많이 생성되어 세대가 증가하면서 최적점의 주위로 많은 설계변수들이 집중되며 이에 의해 유전자 알고리즘의 최적점 탐색이 구현된다. 또한, 자연계의 돌연변이를 이상화한 변이연산은 스트링내의 각각의 이진 비트를 0은 1로, 1은 0으로 변경하는 연산자로서 탐색의 방향이 국부해로 향할 때 여기서 벗어나도록 도움을 준다.

#### 3.2 유전자 알고리즘을 이용한 최적화

본 연구에서는 piled raft 기초의 최적화문제를 두 가지 경우로 설정하였다. Case A는 raft에 발생되는 부등침하량의 최소화를, Case B는 시공비용을 결정하는 중요한 요소인 중량 최적화를 실시하였다. 유전자 알고리즘을 이용한 piled raft 기초의 중량 최적화 문제의 흐름도는 그림 2와 같다.

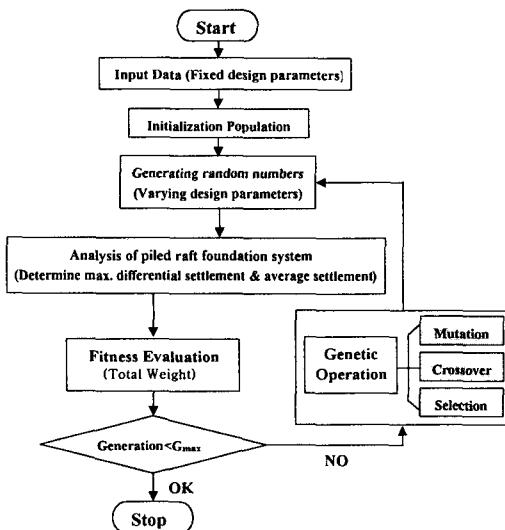


그림 2. 유전자 알고리즘을 이용한 piled raft 기초시스템의 최적화 절차 흐름도

##### 3.2.1 설계변수의 결정

GA를 이용한 piled raft 기초의 최적설계와 관련된 설계변수를 정리하면 표 1과 같으며, 본 연구에서는 표 1의 설계변수 중 말뚝의 반경 및 raft의 두께를 고정설계변수로 하고 말뚝의 배치위치를 가변설계변수로 한 경우(Case A)와 raft의 두께를 고정설계변수로 하고 말뚝의 반경과 말뚝의 배치위치를 가변

설계변수로 한 경우(Case B)로 구분하여 분석이 실시되었으며, 각 가변설계변수에 대한 변화범위 및 정밀도는 표 2와 같다.

표 1. Piled raft 기초의 설계변수

raft의 제원	raft의 폭	raft의 너비	raft의 두께
말뚝의 제원	탄성계수	포아슨비	단위중량
토질정수 및 기타 제원	길이	반경	말뚝개수
	탄성계수	배치위치	단위중량

표 2. 가변설계변수

설계변수	말뚝의 반경
버트수	8
변수범위(m)	0.25 ~ 0.75
정밀도(cm)	0.20

또한, 말뚝의 배치위치는 raft의 격자망(mesh)상의 임의의 절점에 자유롭게 분포되도록 하였으며, 말뚝이 중첩되거나 실제 시공이 이루어지지 않는 raft의 가장자리에 말뚝이 배치될 경우에는 적합도 함수값을 0.0001로 하여 해석에서 배제시켰다.

### 3.2.2 목적함수와 제약조건

목적함수 ( $Q_{obj}$ )와 이에 대한 적합도 함수 ( $F$ )는 식(5)~(8)과 같으며, 적합도 함수는 선형표준화(Linear Scaling)방법을 사용하였다.

(목적함수)

$$\text{Case A의 경우} - \text{Minimize} : Q_{obj} = S_{diff} = F_r^{-1} \quad (5)$$

$$\text{Case B의 경우} - \text{Minimize} : Q_{obj} = W_{total} = \sum_{i=1}^N W_{pile\ i} + W_{raft} = F_r^{-1} \quad (6)$$

여기서,  $S_{diff}$  : raft에 발생되는 최대부등침하량,  $F_r$  : 실제 적합도 함수(raw fitness),

$W_{total}$  : raft의 총무게,  $W_{pile\ i}$  :  $i$  번째 말뚝의 무게,  $W_{raft}$  : raft의 무게,

$N$  : 말뚝의 개수,  $L_p$  : 말뚝의 길이,  $\gamma_p$  : 말뚝의 단위중량

(적합도 함수)

$$\text{Case A의 경우} - F = F_r + b \quad (7)$$

$$\text{Case B의 경우} - F = a \cdot F_r + b \quad (8)$$

여기서,  $a = F_{1(diff)} \cdot F_{2(ave)}$ ,  $b$  : 상수(0.5),

$F_{1(diff)}$  : 부등침하에 대한 제약조건(부등침하량이 허용부등침하량보다 작으면 1, 크면 0.),

$F_{2(ave)}$  : 평균침하에 대한 제약조건(평균침하량이 허용평균침하량보다 작으면 1, 크면 0.)

## 4. 분석 및 고찰

### 4.1 유전자 알고리즘 제어매개변수의 결정

유전자 알고리즘에서 최적해의 탐색 강도를 제어하기 위한 매개변수로는 개체군의 크기, 교배확률 및 변이확률 등이 있으며, 이를 GA 제어매개변수라 한다. 이러한 GA 제어매개변수의 최적 설정치를 결정하기 위하여 본 연구에서는 De Jong(1975)과 Grefenstette(1986)에 의해 제시된 값들을 참고로 하여 제어매개변수에 대한 분석을 실시하였다.

분석에 사용된 개체군의 크기는 30, 40, 50, 60, 70으로 변화시켰고, 교배확률은 0.6, 0.8, 0.95로 변화시켰으며, 변이확률은 0.001, 0.004, 0.007, 0.01로 변화시켜 총 60가지 조합에 대해서 최적의 제어매개변수를 결정하였다. 최적점에 대한 접근정도를 판정하는 기준으로는 우선적으로 최대 적합도 함수 값을 기

준으로 하였으며, 동일한 최대 적합도 함수 값에 대해서는 소요연산시간을 기준으로 하였다. 또한 탐색의 종료조건으로서 세대수를 200으로 설정하였다. 하중은 총 11MN으로 등분포로 재하하였고, raft의 두께는 0.7m로 하였다. 제어매개변수의 분석에 사용된 관련변수들의 입력자료는 표 3과 같다.

표 3. 유전자 알고리즘 제어매개변수의 결정에 적용된 입력자료

raft 관련 제원	말뚝 관련 제원	토질정수 및 기타 제원
한변의 길이	15 m	말뚝개수
탄성계수	35000 MPa	말뚝길이
포아슨비	0.16	탄성계수
단위중량	23.544 kN/m <sup>3</sup>	단위중량
		허용부등침하량
		허용평균침하량

분석결과 제어매개변수의 최적 값은 목적함수에 독립적으로 Case A와 Case B에 대해 동일한 결과를 나타냈으며, 그림 3의 분석결과에 의하면 개체군의 크기가 60, 교배확률이 0.6, 그리고 변이확률이 0.01인 경우에 최적해에 도달하기 위한 소요연산시간이 가장 적은 것을 알 수 있었다. 따라서 본 연구에서는 GA 제어매개변수 값으로 개체군의 크기는 60, 교배확률은 0.6, 그리고 변이확률은 0.01을 각각 택하였다.

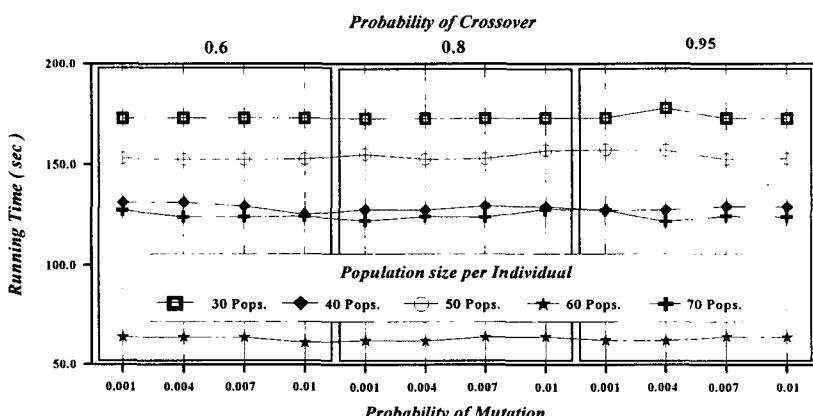


그림 3. 알고리즘 제어매개변수 값의 변화에 따른 소요연산시간

#### 4.2 기존 연구결과와의 비교

본 분석에서는 유전자 알고리즘을 이용한 최적화(Case A)와 기존 연구결과(김경남 등, 1999)와의 비교가 실시되었으며, 본 연구와 기존연구의 해석방법 및 최적화방법의 차이를 요약하면 표 4와 같다.

표 4. 본 연구와 기존연구의 해석 및 최적화방법의 차이점

구 분	본 연구	기존 연구
raft 요소	박판(thin plate)	Mindlin 판(thick plate)
말뚝 요소	1차원 봉(rod) 요소	스프링
요소간의 상호작용	고려	무시
최적화 알고리즘	유전자 알고리즘 (Genetic Algorithm)	반복적 이차 근사법 (Recursive Quadratic Programming)

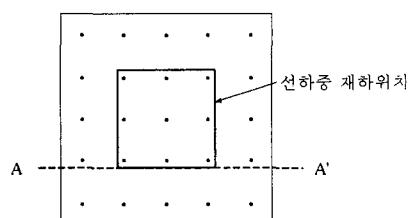


그림 4. 초기 말뚝 배치

본 분석에서는 요소간의 상호작용을 무시하였으며, 지반의 포아슨비와 전단탄성계수는 각각 0.4와 2452kPa, 말뚝과 raft의 포아슨비와 탄성계수는 0.2와 20601MPa를 사용하였습니다. 또한, piled raft의 기초

는 지름 40cm인 말뚝 25개를 사용하였으며, raft는 크기가 20m×20m, 두께는 1m, 자중은 19.62kPa이다. 하중조건으로 선하중을 말뚝중심부에서 8.92m×8.92m 거리에 172.6kN/m로 재하하였고, 초기말뚝배치 형태는 그림 4와 같으며, 해석결과는 그림 5 및 6과 같다.

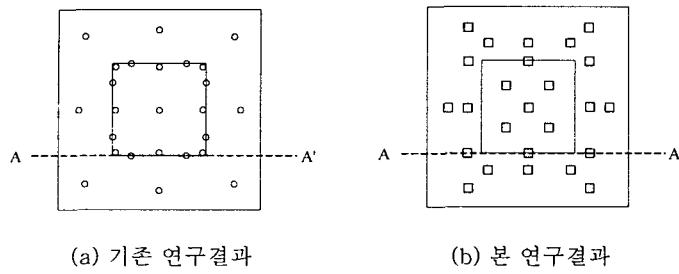


그림 5. 최적말뚝배치의 비교

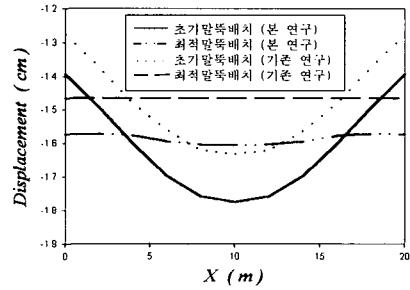


그림 6. 최적화 전·후의 발생침하(단면 A-A')

최적화 결과, 기존 연구결과는 말뚝이 선하중이 재하되는 위치에 집중적으로 배치되었으나, 본 연구에서는 말뚝이 선하중이 재하되는 위치보다는 주변에 배치되는 경향을 나타냈다(그림 5 참조). 또한, 최적화 전·후의 침하양상은 비슷하나 전체 침하량은 본 연구결과가 기존 연구결과에 비해 크게 평가되었다(그림 6참조). 이러한 경향은 표 4에 정리된 바와 같이 기존 연구에서는 raft를 Mindlin 판으로 모델링 하였으나, 본 연구에서는 박판으로 모델링하여 두 해석법간에 raft의 강성이 다르기 때문인 것으로 판단된다.

#### 4.3 Piled raft 기초의 상호작용에 의한 영향

앞절의 예제에 대해 말뚝-지반-말뚝사이의 상호작용, raft-지반-말뚝사이의 상호작용 및 raft-지반-raft사이의 상호작용 등을 모두 고려한 경우와 무시한 경우에 대해 최적화(Case A)를 실시한 결과, 그림 7 및 8과 같다. 그림 7의 결과를 분석해 볼 때, 상호작용을 고려할 경우에 있어서 piled raft의 중앙부 쪽으로 말뚝이 배치되는 경향을 나타냈으며, 이것은 그림 8의 침하양상에서 알 수 있듯이 상호작용을 고려한 경우, piled raft의 중앙부에서 침하가 크게 발생하기 때문인 것으로 판단된다. 또한 그림 8의 결과로 볼 때, 요소간의 상호작용을 고려한 경우가 상호작용을 무시한 경우에 비해 부등침하량이 더 크게 나타났는데, 이러한 경향은 상호작용(즉 말뚝의 무리효과 및 말뚝-raft와 raft-raft의 상호 간섭효과)을 고려할 경우, piled raft의 전체적인 강성이 감소되어 침하량이 크게 평가된 것으로 판단되며, 상호작용으로 인한 강성의 감소효과는 piled raft의 중앙부로 갈수록 큰 것으로 평가되었다.

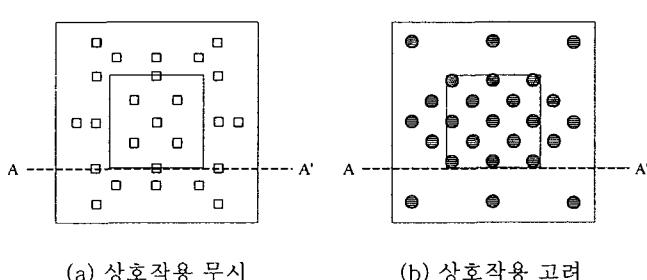


그림 7. 최적 말뚝배치 형태

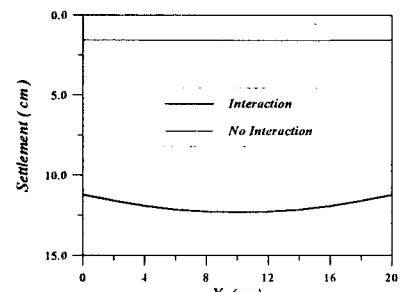


그림 8. 최적화 후의 발생침하 (단면 A-A')

#### 4.4 설계예제

요소간의 상호작용을 고려하는 것이 보다 실제 상황에 부합하는 해석이므로, 본 설계예제에서는 상호작용을 고려하였으며, 최적화는 raft의 두께는 0.8m로 고정시키고 pile의 반경 및 설치위치를 가변설계변수로 하여 중량최적화(Case B)를 실시하였다. 표 5는 설계예제에 사용된 입력자료이다.

표 5. 설계예제에 사용된 입력자료

raft 관련 제원		말뚝 관련 제원		토질정수 및 기타 제원	
한변의 길이	13 m	말뚝개수	9 개	탄성계수	35 MPa
탄성계수	35000 MPa	말뚝길이	15 m	포아슨비	0.5
포아슨비	0.16	탄성계수	35000 MPa	허용부등침하량	5 mm
단위중량	23.544 kN/m <sup>3</sup>	단위중량	23.544 kN/m <sup>3</sup>	허용평균침하량	150 mm

본 설계예제에 있어서는 하중조건을 2가지로 하였으며, Case 1은 전체면적에 걸쳐 총 20MN의 하중을 등분포로 재하한 경우이고, Case 2는 모서리쪽에 기둥에 의한 집중하중으로 각각 8MN씩 재하했을 경우이다. 최적화 결과 가변설계변수의 제원은 표 6과 같고, 최적화 후의 말뚝배치는 그림 9와 같다. 또한, 그림 10 및 11은 세대수의 증가에 따른 말뚝의 평균반경 및 최대 적합도 값의 변화를 나타낸다.

표 6. 해석결과 설계가변변수의 제원

말뚝의 직경(cm)	Case 1					Case 2						
	①	58	④	56	⑦	56	①	28	④	45	⑦	45
	②	55	⑤	55	⑧	56	②	26	⑤	26	⑧	45
	③	27	⑥	27	⑨	56	③	25	⑥	25	⑨	45
총중량(MN)	5.735						4.461					

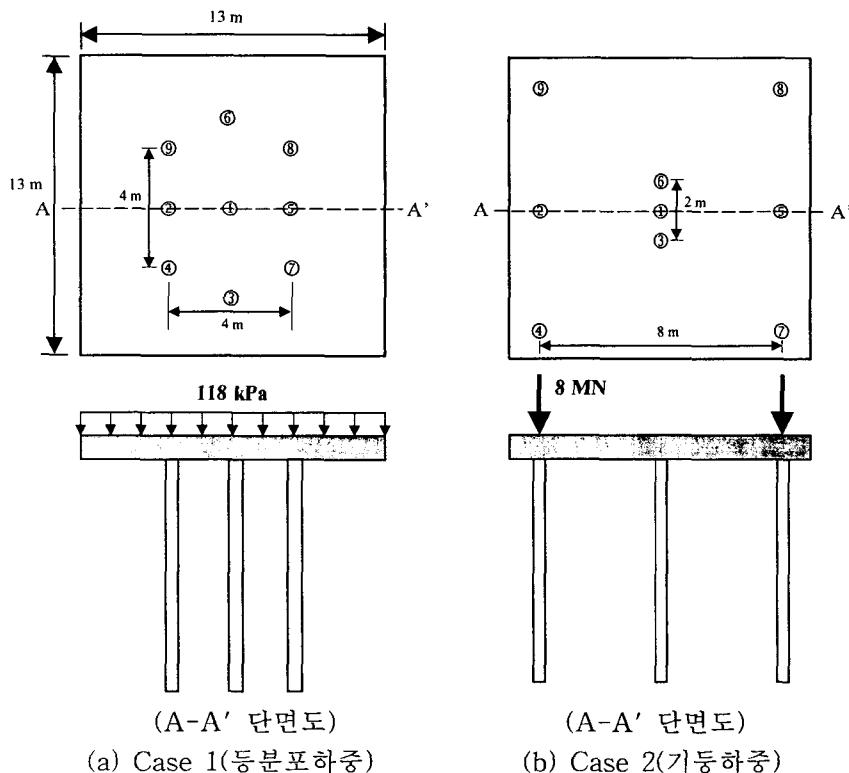


그림 9. 최적화 후의 말뚝배치

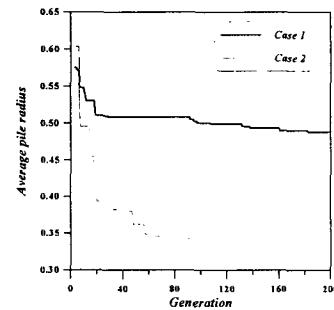


그림 10. 말뚝 평균반경의 변화

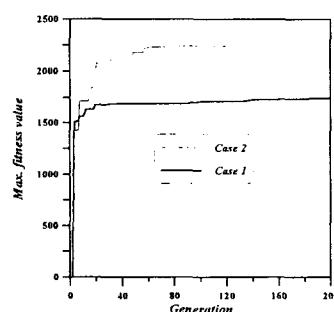


그림 11. 최대 적합도 값의 변화

그림 9의 결과에 의하면 piled raft의 중앙부에 말뚝이 집중적으로 배치되었으며, 이러한 결과는 raft의 중앙 16~25% 이내에 말뚝을 집중적으로 배치하는 것이 부등침하를 줄이는데 효과적이라는 Horikoshi와 Randolph (1998)의 연구결과와 일치하는 것으로 판단된다.

## 5. 결론

본 연구에서는 유전자 알고리즘을 이용하여 piled raft 기초의 최적설계법을 제시하였으며, 이에 대한 주요 연구결과를 정리하면 다음과 같다.

- (1) 유전자 알고리즘을 이용하여 piled raft 기초의 부등침하 최소화를 위해 최적화를 실시한 결과와 기존 연구결과와의 비교·분석이 실시되었다.
- (2) Piled raft 기초의 상호작용에 의한 영향을 분석한 결과, 상호작용을 고려할 경우에 있어서 piled raft의 중앙부 쪽으로 말뚝이 배치되는 경향을 나타냈으며, 부등침하량도 더 크게 나타났는데, 이러한 경향은 상호작용을 고려할 경우가 piled raft의 전체적인 강성이 감소되어 침하량이 크게 평가된 것으로 판단되며, 상호작용으로 인한 강성의 감소효과는 piled raft의 중앙부로 갈수록 큰 것으로 평가되었다
- (3) 설계예제를 통하여 piled raft 기초의 중량 최적화를 실시한 결과, 등분포하중이 작용할 경우에 piled raft의 중앙부에 말뚝이 집중적으로 배치되었으며, 이러한 결과는 raft의 중앙부에 말뚝을 집중적으로 배치하는 것이 부등침하를 줄이는데 효과적이라는 Horikoshi와 Randolph (1998)의 연구결과와 일치하는 것으로 판단된다.
- (4) 본 연구에서 제시된 유전자 알고리즘을 이용한 piled raft 기초의 최적설계를 확대·적용하기 위해서는 여러 지반조건과 기하특성을 고려할 수 있는 piled raft 기초의 효율적인 해석이 수행되어야 한다. 또한, 유전자 알고리즘의 입력변수들에 대한 영향분석과, 보다 복잡한 piled raft 기초에 대한 최적화 등의 연구가 향후 진행되어야 한다.

## 참고문헌

1. 김경남, 이수형, 정충기, 이해성(1999), “Piled Raft 기초의 부등침하 최소화를 위한 최적말뚝배치”, 대한토목학회논문집, 19(III-4), pp. 831~839
2. 김홍택, 강인규, 황정순, 장원호(1998), “유전자 알고리즘을 이용한 사면의 임계파괴면 예측기법에 관한 연구”, 한국지반공학회 '99 봄 학술발표회 논문집, pp. 331~338
3. Clancy, P.(1993), “Numerical Analysis of piled raft foundations”, Ph.D thesis, University of Western Australia.
4. De Jong, K. A.(1975), “An Analysis of the Behavior of a Class of Genetic Adaptive Systems”, Ph.D thesis, University of Michigan.
5. Goldberg, D.E., and Kuo, C.H.(1987), “Genetic Algorithms in Pipeline Optimization”, ASCE., J. Comp. in Civ. Engrg., 1(2), pp. 128~141
6. Goldberg, D.E.(1989), *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., New York.
7. Grefenstette, J. J.(1986), “Optimization of Control Parameters for Genetic Algorithms”, IEEE Trans. on Syst., Man, and Cybernetics, 16(1), pp. 122~128.
8. Horikoshi, K., and Randolph, M.F.(1998), “A contribution to optimum design of piled rafts”, *Geotechnique*, 48(3), pp. 301~317
9. Schaffer, J. D. et. al.(1989), “A Study of Control Parameters Affecting Online Performance of Genetic Algorithms for Function Optimization”, Proc. of the 3rd Inter. Conf. on Genetic Algorithms., pp. 51~ 60.