

수평하중을 받는 말뚝의 해석 및 설계

Analysis and Design of Laterally Loaded Piles

홍원표, Won-Pyo Hong

중앙대학교 공과대학 건설환경공학과 교수

Professor, Dept. of Civil & Environmental Engineering, Chung-Ang Univ.

1. 개 설

말뚝은 예로부터 토목, 건축의 각종 구조물 기초에 널리 사용되어 오고 있다. 산업의 발달과 더불어 이러한 구조물이 점차 복잡하여 지고 말뚝의 사용재료, 설치방법 및 사용목적도 다양하여 지고 있다. 즉, 말뚝의 초기재료로는 나무가 많이 사용되었으나 이후 콘크리트, 철근콘크리트, 강 등이 사용되고 있다. 더욱이 최근에는 이들 재료를 둘 이상 합성한 말뚝도 개발·사용되고 있다.

한편, 말뚝의 설치방법으로는 이미 제작되어 있는 기성말뚝을 지반에 타입 혹은 매설시키던 방법에서 말뚝이 설치될 위치를 미리 굴착하고 철근콘크리트 등을 넣어 현위치 말뚝을 제작하는 방법으로까지 발전하기에 이르렀다.

또한, 구조물이 복잡하여짐에 따라 말뚝에 작용하는 하중상태도 복잡하여지고 있다. 이러한 복잡한 하중조건은 자연적으로 말뚝의 거동을 복잡하게 하고 있다. 다양해진 사용목적에 맞게 말뚝을 안전하고 경제적으로 설계하려면 무엇보다도 이런 복잡한 하중조건하에서의 말뚝의 움직임 및 말뚝과 지반사이의 상호작용에 관한 발생기구를 명백하게 하여야만 할 것이다.

원래 말뚝은 상부구조물의 하중을 하부의 지반에 안전하게 전달시키기 위하여 사용되었다. 따라서, 이러한 연직하중을 받는 말뚝에 대하여서는 일찍부터 연구되어 설계에 유효하게 활용되고 있다. 그러나, 말뚝에 의하여 지지되고 있는 구조물이 토압, 풍압, 파력등을 받게 되면 말뚝머리에는 연직력뿐만 아니라 수평력과 모멘트도 동시에 작용하게 된다. 일찍이 말뚝의 설계에서는 이러한 수평력에 대하여서는 검토가 행하여지지 않았다. 그러나, 수평력을 받는 말뚝의 변위 혹은 파괴는 상부구조물에 지대한 영향을 끼치게 되어 수평력을 받는 말뚝에 주목을 하지 않을 수 없게 되었다. 그 결과, 수평력을 받는 말뚝에 관한 연구는 현재에 이르기까지 활발히 진행되어 오고 있는 실정이다. 따라서, 많은 해석법 및 설계법이 발표되어 그 일부는 이미 설계에 활용되고 있기도 하다.^(10,12,35) 그러나, 한마디로 수평력을 받는 말뚝이라고 하여도 말뚝은 지반과 접하여 있으므로 말뚝과 지반의 변형상태에 따라 그 특성이 달라질 수가 있다.

2. 주동말뚝과 수동말뚝

수평력을 받는 말뚝은 말뚝과 지반중 어느 것이 움직이는 주체인가에 따라 그림 1에 도시된 바와 같이 주동말뚝(active pile) 및 수동말뚝(passive pile)의 2종류로 대별할 수 있다.^(3,20)

주동말뚝은 그림 1(a)에서 보는 바와 같이 말뚝이 지표면상에 기지의 수평하중을 받는 경우이다. 그 결과, 말뚝이 변형함에 따라 말뚝주변지반이 저항하게 되고 이 저항으로 하중이 지반에 전달된다. 이 경우에 있어서는 말뚝이 움직이는 주체가 되어 먼저 움직이게 되고 말뚝의 변위가 주변지반의 변형을 유발시키게 된다.

한편, 수동말뚝은 그림 1(b)에서 보는 바와 같이 우선 어떤 원인에 의하여 말뚝주변지반이 먼저 변형하게 되고, 그 결과로서 말뚝에 측방토압이 작용하고 나아가 부동지반면하의 지반으로 이 측방토압이

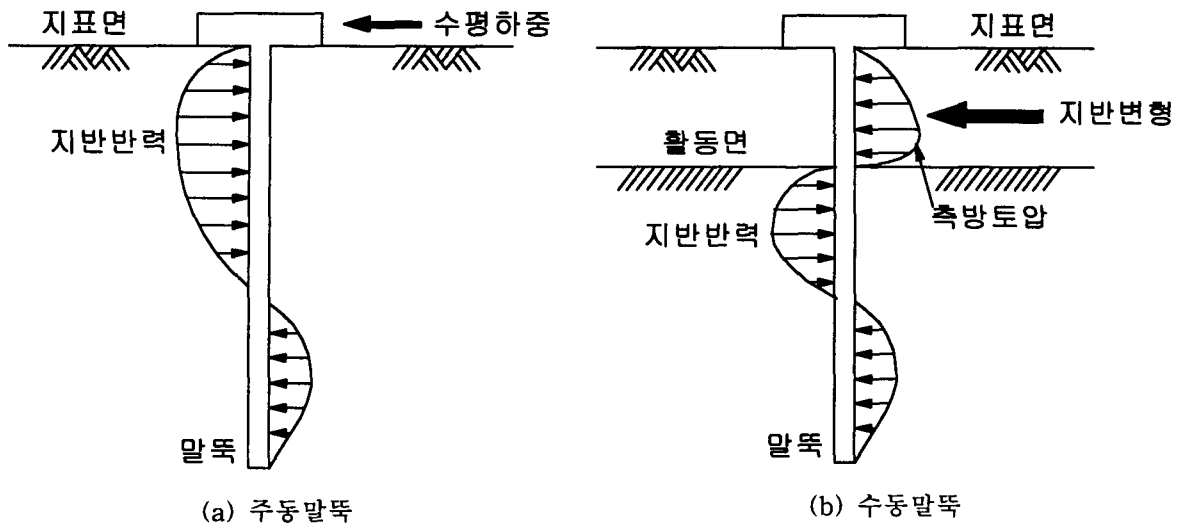


그림 1 수평력을 받는 말뚝

전달된다. 이 경우에 있어서는 말뚝주변지반이 움직이는 주체가 되어 말뚝이 지반변형의 영향을 받게 된다.

이들 두 종류의 말뚝의 최대 상이점은 말뚝에 작용하는 수평력이 주동말뚝에서는 미리 주어지는데 비하여 수동말뚝에서는 지반과 말뚝사이의 상호작용의 결과에 의하여 정하여지는 점이다. 말뚝주변지반의 변형상태 및 말뚝과의 상호작용이 대단히 복잡한 점을 고려하면 수동말뚝이 주동말뚝에 비하여 더욱 복잡한 것을 알 수 있을 것이다.

주동말뚝은 말뚝의 수평지지력의 문제로서 자주 취급되어 왔다.⁽³⁴⁾ 다시 말하면, 말뚝의 수평저항에 관하여는 주로 주동말뚝이 취급되어 왔다고 말하여도 과언은 아니다. 이러한 주동말뚝에 대한 각종 문제는 여러사람들에 의하여 비교적 많이 연구된 편이다.⁽¹⁵⁾ 예를 들면, 편토압, 풍압, 파력 등을 받는 구조물의 기초말뚝, 선박의 충격력에 의한 항만구조물, 지진시 수평력을 받는 기초말뚝 등이다.

한편, 수동말뚝은 기초공학분야에서 새롭게 주목되기 시작한 말뚝이다. 수동말뚝의 전형적인 예로는 성토, 광석의 야적 등에 의하여 측방변형이 발생하는 연약지반속의 구조물기초말뚝, 사면파괴 혹은 지반의 측방유동을 방지하기 위하여 사용하는 말뚝 등이 있다. 결국, 이러한 지반의 측방소성변형은 말뚝에 영향을 미치게 되고 말뚝과 지반의 상호작용의 결과로 말뚝은 측방토압을 받게 되어 예상치 않았던 피해가 발생하는 경우가 종종 있다. 더욱이, 말뚝을 사용한 토목, 건축구조물이 나날이 증가하여 감에 따라 이러한 수동말뚝의 사용도도 점차 증가되고 있으며 이에 관한 연구도 토질 및 기초공학 국제회의에서 Specialty Session을 마련하여 집중적으로 정리·토론된 바도 있다.^(15,24,25) 즉, 제8회 Moscow 국제회의(1973) Specialty 5와 제9회 동경국제회의(1977) Specialty Session 10이 그 예이다.

2.1 주동말뚝의 예

주동말뚝이 지표면상의 말뚝부분에 수평력을 받게 되면, 말뚝에는 변위가 발생함과 더불어 지반에는 그 변위에 저항하여 그림 1(a)에 도시한 바와 같은 지반반력이 발생하게 된다. 이러한 현상은 말뚝이 연직하중을 받을 경우 지반으로부터 마찰저항 및 선단저항을 받는 현상과 유사한 것이다.

주동말뚝의 설계에 있어서는 두가지 기준에 의거하여 검토되어야 한다. 즉, 지반의 극한저항파괴에 대하여 적절한 안전율을 가지는가이고 다른 하나는 말뚝의 변위량이 허용범위에 있는가 검토하는 것이다.

이와 같은 주동말뚝에 대한 해석법은 옛부터 많이 제안되어 왔으나, 무엇보다 중요한 점은 말뚝주변 지반의 변형특성을 표현하는 변수를 어떻게 정의하여 구할 것인가에 있다. 통상 이 변수로는 수평방향

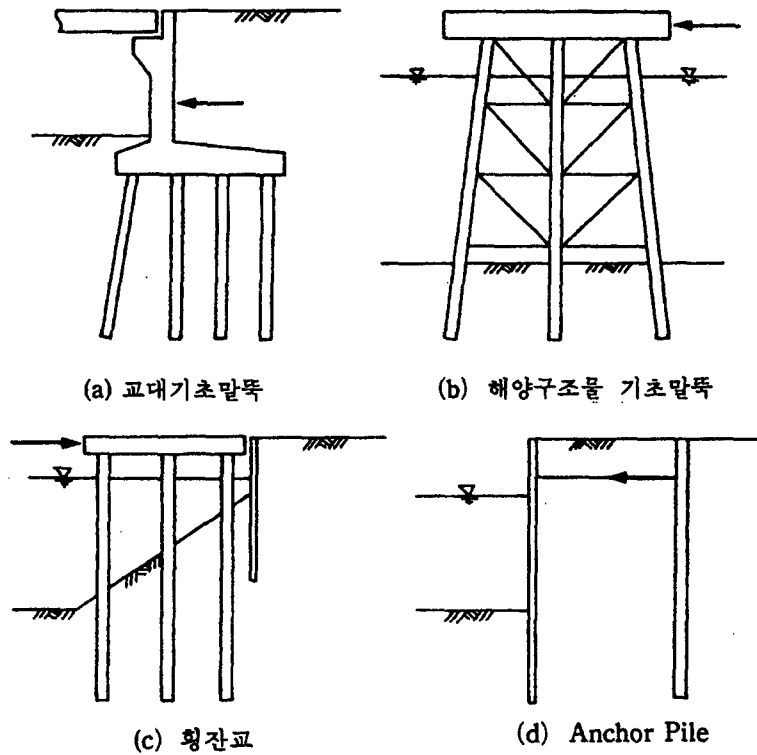


그림 2 주동말뚝의 예

의 지반반력계수가 사용되고 있으며, 지반반력이 말뚝의 변위에 비례한다고 가정한 Chang의 방법⁽¹¹⁾이나 지반의 극한파괴상태를 고려한 Broms의 방법^(13,14)등이 많이 이용된다.

지표면상의 말뚝부분에 작용하게 되는 수평력은 여러가지 원인에 의하여 유발될 수가 있다. 이 원인으로서는 배면성토, 바람, 파도, 충격, 지진등을 생각할 수가 있다. 주동말뚝의 구체적인 예를 열거하면 다음과 같다.

(1) 교대기초말뚝

그림 2(a)와 같이 비교적 높은 강도특성을 가지는 지반상에 교대를 설치하게 되면 교대배면에는 그림에 표시한 바와 같이 토압이 작용하게 된다. 이러한 토압은 교대를 수평으로 이동시키려 하며 결국 기초말뚝의 머리부분에 수평하중으로 작용하게 되므로 주동말뚝으로 생각할 수 있다. 말뚝기초위에 설치된 옹벽구조물도 모두 이와 같은 종류의 주동말뚝으로 취급할 수 있다.

(2) 해양구조물기초말뚝

그림 2(b)와 같은 석유 굴착용 플랫폼 등의 해양구조물은 바람과 파도에 의하여 끊임없이 수평력을 받게 된다. 따라서, 이러한 해양구조물을 지지하는 기초말뚝은 주동말뚝의 전형적인 예로 취급될 수 있으며, 수평력에 대한 충분한 검토가 절실히 요구되고 있다. 그 밖에도 이러한 해양시설물에 선박 정박시 발생하는 충격에 의하여서도 수평력이 작용하게 된다.

(3) 항만구조물기초말뚝

그림 2(c)에 도시한 횡잔교(Landing pier)나 Dolphin과 같은 항만구조물은 선박의 정박시 작용하는 충격과 파도에 의하여 지표면상의 기초말뚝부분이 수평력을 받게 된다. 그밖에도 방파제 등을 지지하는 기초말뚝도 파도에 의하여 주기적인 수평력을 받게 된다.

(4) 지진시의 구조물기초말뚝

지진시에는 수평진동에 의하여 막대한 크기의 수평력이 말뚝기초를 가지는 모든 구조물에 작용하게 된다. 따라서, 지진 다발 지역에서는 예상되는 수평력에 대하여서도 충분한 검토가 요구된다.

(5) 기타주동말뚝

수평인장력에 저항하도록 설치하는 말뚝도 모두 주동말뚝에 속한다. 예를 들면, 그림 2(d)와 같이 측벽에 대한 Anchor wire와 Tie rod를 지지하기 위하여 설치한 말뚝을 생각할 수 있다. 이 경우는 Anchor wire와 Tie rod에 발생하는 인장용력이 말뚝에 수평력으로 작용하게 된다. 그 밖에도 교량위에서 차량의 갑작스런 출발 혹은 정지등으로 인한 충격도 하부 기초말뚝에 미소하나마 수평력을 가하고 있다고 생각할 수도 있다.

2.2 수동말뚝의 예

앞에서 설명한 바와 같이 수동말뚝은 말뚝주변지반의 측방이동에 의하여 수평하중(측방토압)을 받는다.⁽⁸⁾ 이 현상은 말뚝주변지반의 침하(연직이동)에 의하여 발생하는 부마찰(Negative friction)과 유사한 현상으로 생각할 수 있다. 일반적으로 연직하중 및 수평하중이 말뚝두부에 작용할 경우 지반은 부동의 상태에서 말뚝의 이동에 저항하여 작용한다고 생각하여 말뚝을 설계하였다. 그러나, 말뚝주변지반이 연직 혹은 수평방향으로 이동하게 되면 지반으로 부터의 저항력은 이미 기대할 수 없게 되고 오히려 이들 지반의 이동은 말뚝에 하중을 가중시키는 결과를 초래하게 된다. 여기서 지반이 연직이동하는 경우는 부마찰력에 의하여 연직하중이 증가하는 경우이고 지반이 수평이동하는 경우는 수평하중이 증가하는 경우이다. 이러한 의미에서 지반의 이동에 의한 수동말뚝의 인식은 실무에 있어서 무시할 수 없는 중요한 사항중의 하나일 것이다.

이러한 수동말뚝을 안전하게 취급하기 위하여서는 무엇보다도 우선 지반변형에 의하여 말뚝에 작용하는 측방토압의 발생기구를 구명하여야 할 필요가 있을 것이다.^(1,2,4,5) 지반의 측방변형은 여러가지 원인에 의하여 발생될 수 있다. 연약지반상에 성토등으로 하중을 갑자기 가하면 지반이 미처 압밀되지 못하고 측방방향으로 이동하게 될 것이다. 대부분의 경우, 이와 같은 지반의 측방이동은 바람직하지 못한 현상이기 때문에 가능하면 측방이동이 발생하지 않도록 유의할 필요가 있다. 반대로 지반의 측방이동을 방지하기 위하여 말뚝을 적극적으로 사용하는 경우도 증가하여 가고 있다.

수동말뚝의 구체적인 예를 열거하면 다음과 같다.

(1) 교대기초말뚝

원래 교대는 그림 1과 그림 2(a)에서 설명한 바와 같이 주동말뚝으로 취급하고 있으나 이 교대가 연약지반상에 설치되면 또 다른 현상이 부가하게 된다. 즉, 연약지반상의 교대에 있어서는 그림 3(a)에 도시한 바와 같이 배면성토하중에 의하여 연약지반이 측방으로 이동하게 되고 이 측방이동은 교대기초말뚝에 측방토압을 가하게 되어 결국 교대를 수평으로 이동시키게 된다. 따라서 이러한 경우의 교대기초말뚝은 수동말뚝으로 취급함이 타당할 것이다. 이러한 말뚝을 주동말뚝만으로 설계함으로 인하여 발생된 피해 예는 많이 보고되고 있는 실정이다.⁽⁹⁾

(2) 구조물기초말뚝

그림 3(b)에 도시한 바와 같이 말뚝기초를 가지는 구조물 부근 지표면상에 성토, 야적등의 상재하중이 가하여지면, 말뚝에는 예상치 않았던 측방토압이 작용하게 되어 구조물의 측방이동이나 말뚝파괴의 사고가 발생하게 된다. 따라서, 부근의 공사시공시에는 주변의 기초말뚝이 수동말뚝으로 인식되어야 하는가 여부에 유의해야 한다.

(3) 횡잔교기초말뚝

횡잔교기초말뚝은 그림 2(c)에서와 같이 주동말뚝으로 많이 취급하고 있다. 그러나, 횡잔교가 불안정

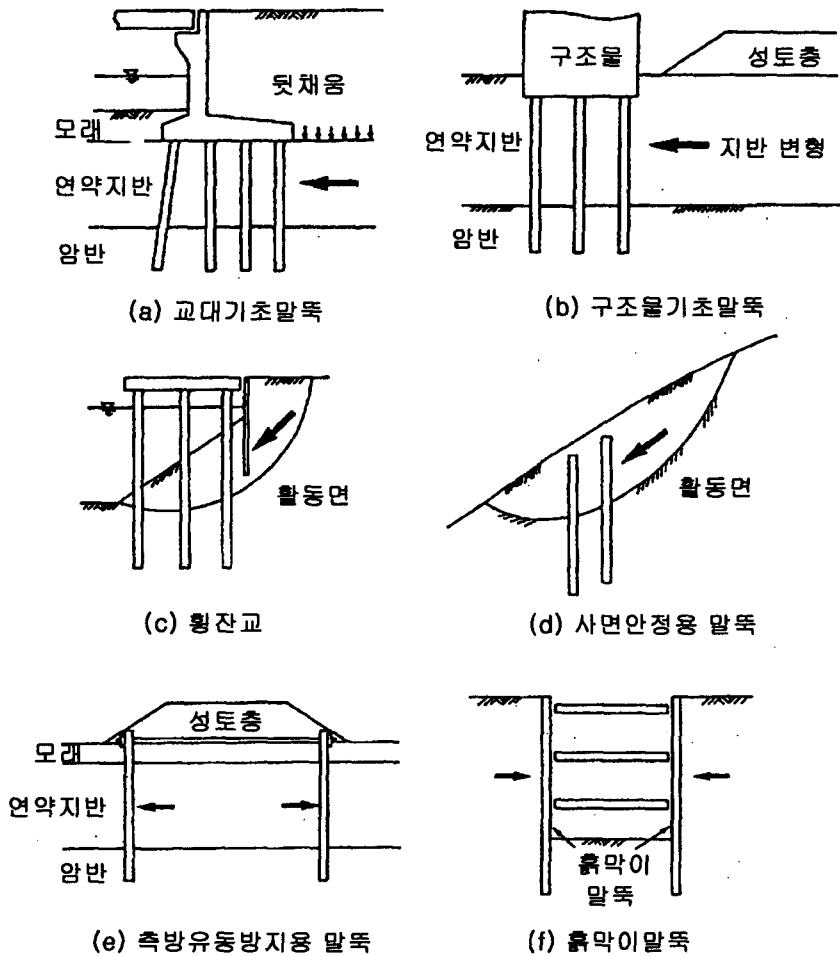


그림 3 수동말뚝의 예

한 사면상에 설치되어 있다면, 사면은 그림 3(c)에 도시한 바와 같은 임의 파괴면을 따라 이동하게 될 것이다. 따라서 이 지반변형으로 인한 측방토압이 말뚝에 작용하게 되어 수동말뚝으로서의 검토도 요구된다. 한편, 말뚝은 어느 정도까지의 측방토압에 저항할 수 있다는 점을 이용하면 횡간교기초말뚝을 사면안정에 유효하게 활용할 수도 있을 것이다.

(4) 사면안정용말뚝

산사태 등의 사면붕괴를 방지할 목적으로 사면상에 그림 3(d)와 같이 말뚝을 설치한다. 이것은 수동말뚝이 가지는 수평하중에 대한 저항특성을 적극적으로 활용한 예이다. 제4기층지반으로 형성된 크리프특성 사면이 많은 일본에서는 옛부터 널리 경험적으로 사용되었으며, 최근에 이르러 토질공학적인 입장에서 합리적인 설계법이 정립되어 가고 있다.⁽²³⁾

(5) 기타 수동말뚝

그림 3(e)는 연약지반상에 성토를 실시할 경우 측방유동을 방지하기 위하여 말뚝을 성토선단 양측에 설치하고 서로 연결시켜 말뚝의 수평하중저항특성을 적극적으로 이용한 예이다.

또한 그림 3(f)와 같이 굴착지반에 사용되는 흙막이용 말뚝도 수동말뚝의 일 예가 될 수 있을 것이다.

<문제 2-1>

주동말뚝과 수동말뚝에 대하여 간략히 서술하고, 차이점을 설명하시오.

3. 극한수평저항력

3.1 기본개념

두부자유말뚝의 극한수평저항력(Ultimate lateral resistance)은 그림 4에서 보는 바와 같은 상태에서의 수평방향 정적평형조건으로 부터 구할 수 있다. 즉 수평하중 H와 모멘트 M이 말뚝의 두부에 작용할 경우 말뚝은 이 하중으로 인하여 수평으로 이동하려 한다. 이때 지반은 말뚝의 변위에 저항하게 되며 말뚝은 지반으로 부터 수평반력을 받게 된다. 이 수평반력은 말뚝변위의 증가에 따라 증가하여 극한저항력에 까지 도달하게 된다.

따라서 말뚝이 강체라 가정할 경우 말뚝의 극한수평저항력 H_u 와 극한모멘트 M_u 는 그림 4에 표시된 회전중심깊이 Z_r 위치에서의 평형조건으로 구할 수 있다.

즉 수평방향 힘의 평형 조건 $\sum F_y = 0$ 으로부터

$$H_u - \int_0^{Z_r} P_u d dz + \int_{Z_r}^L P_u d dz = 0 \quad (1)$$

또한 말뚝 두부에서의 모멘트 평형조건 $\sum M_y = 0$ 으로부터

$$H_u e + \int_0^{Z_r} P_u z d dz - \int_{Z_r}^L P_u z d dz = 0 \quad (2)$$

여기서, d 는 말뚝의 폭 혹은 직경, L 은 말뚝의 지중근입길이, P_u 는 극한수평지반반력, z 는 지표면에서 부터의 깊이이다. P_u 의 깊이에 따른 분포가 주어지면 회전중심깊이 Z_r 과 수평저항력 H_u 는 위의 식으로부터 구할 수 있다. 회전중심깊이 Z_r 은 지반의 수평반력분포가 정하여지면 시행착오법으로 모멘트의 합이 0이 되는 위치로 구하며 이 회전중심이 결정되면 극한수평저항력은 식(1)로 구할 수 있다.

예를 들면 지반반력분포가 균일한 경우 $P_0 = P_L = P_u$ 인 경우 Z_r, H_u 및 M_u 는 식(1)과 식(2)를 이용하여 다음과 같다.

$$Z_r = 1/2(H_u/(P_u d) + L) \quad (3)$$

$$M_u = H_u e = (P_u L^2 d/4)[1 - 2H_u/(P_u L d) - (H_u/(P_u L d))^2] \quad (4)$$

$$H_u = P_u L d [\sqrt{((1 + 2e/L)^2 + 1)} - (1 + 2e/L)] \quad (5)$$

지반반력이 선형증가분포(지표면에서 P_0 , 말뚝선단에서 P_L)인 경우 식(1)과 식(2)로 부터 다음 식이 구하여진다.

$$4(Z_r/L)^3 + 6(Z_r/L)^2(e/L + P_0/(P_L - P_0)) + 12P_0/(P_L - P_0)(e/L)(Z_r/L) - 3e/L(P_0 + P_L)/(P_L - P_0) - (2P_L + P_0)/(P_L - P_0) = 0 \quad (6)$$

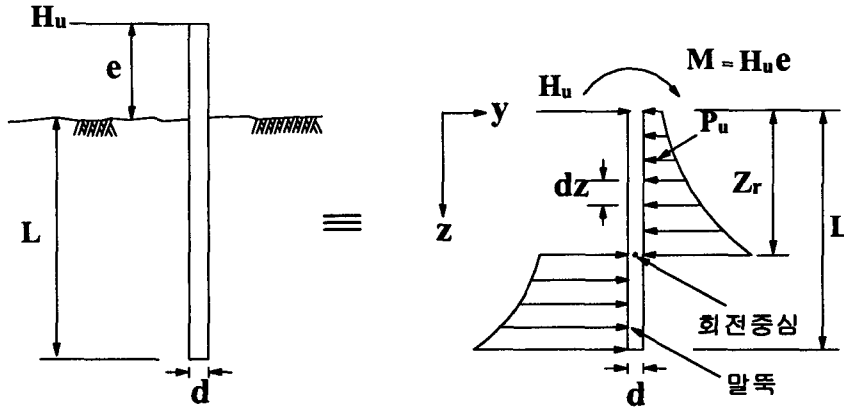


그림 4 두부자유 강말뚝의 수평저항력

$$H_u = P_L L d [(1 - P_0/P_L)(Z_r/L)^2 + 2P_0/P_L(Z_r/L) - 1/2(1 + P_0/P_L)] \quad (7)$$

이상과 같은 기본개념은 연직말뚝의 극한수평저항력을 구하기 위하여 Brinch Hansen⁽³⁴⁾ 및 Broms^(13,14)도 활용한 바 있다. 이들 두 방법의 특징을 비교하면 다음과 같다.

(1) Brinch Hansen법

이 방법은 토압론에 근거하며 장점은 다음과 같다.

- ① 일반토사지반(c - ϕ 지반)에 모두 적용 가능하다.
- ② 다층지반에 적용가능하다.

그러나 다음과 같은 단점이 있다.

- ① 짧은 말뚝에만 적용 가능하다.
- ② 회전중심의 위치를 구하기 위하여 시행착오법을 써야 한다.

(2) Broms법

이 방법도 토압론에 의거하나 말뚝에 작용하는 극한지반반력 분포를 단순화시키고 있다. 이 방법의 장점은 다음과 같다.

- ① 짧은 말뚝과 긴 말뚝 모두에 적용 가능하다.
- ② 순수점성토지반(ϕ = 0) 혹은 순수사질토지반(c = 0)에만 적용 가능하다.
- ③ 말뚝머리의 구속조건이 자유와 회전구속 모두에 적용 가능하다.

그러나 다음과 같은 단점이 있다.

- ① 다층지반에 적용 불가능하다.
- ② 일반토사지반(c - ϕ 지반)에 적용 불가능하다.

3.2 Brinch Hansen법⁽³⁴⁾

Brinch Hansen은 짧은 강말뚝이 설치된 일반토사지반(c - ϕ 지반)의 수평지반반력분포를 토압론에 의거하여 다음과 같이 제시하였다.

$$P_u = K_c c + K_q q \quad (8)$$

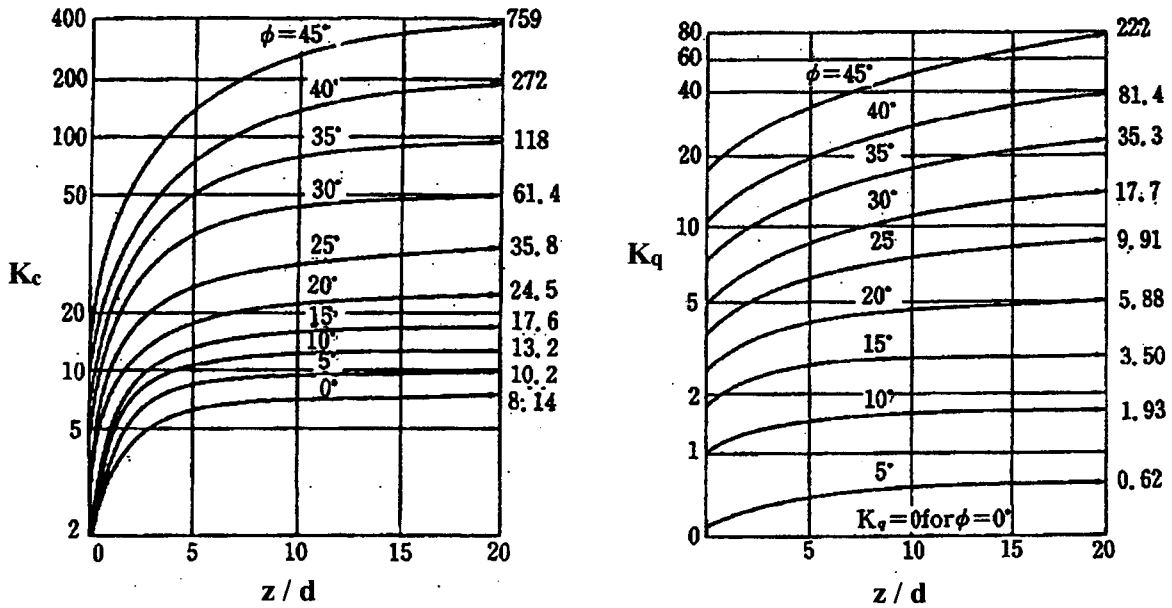


그림 5 Brinch Hansen의 수평반력계수 K_c 와 K_q

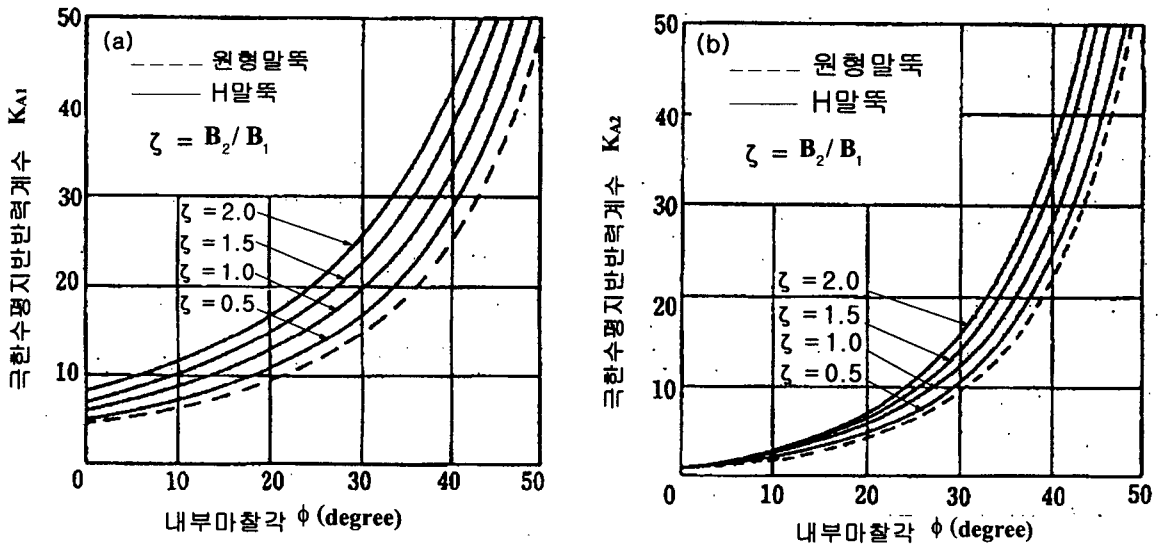


그림 6 극한수평지반반력계수 K_{A1} 과 K_{A2}

여기서 q 는 유효연직상재압이고 c 는 지반의 점착력이며 K_c 와 K_q 는 ϕ 와 z/d 의 함수로 된 수평반력 계수로 그림 5에 제시되어 있다. 식(8)의 수평지반반력을 활용하여 식(2)의 모멘트 합이 0이 되는 회전중심위치 Z_r 을 구하고 식(1)로 말뚝의 수평저항력 H_u 를 구한다.

각 깊이 z 에서의 지반의 극한수평반력을 식(8)로 구하여 전체의 극한수평반력분포를 구할수 있으므로 이 방법은 균질지반과 다층지반 모두에 적용가능하다.

이 방법을 사용할 경우 파력과 같은 단기하중이 작용하는 상태에서는 비배수전단강도 c_u ($\phi_u=0$)를 해석에 적용하며 장기지속하중이 작용하는 상태에서는 유효배수강도 c' 및 ϕ' 를 해석에 적용한다. 洪元杓도 Mohr-Coulomb의 항복조건을 만족하는 소성지반을 대상으로 하여 단일주동말뚝주변지반의 파괴 발생기구를 규명하고 극한수평지반반력을 식(9)와 같이 제시한 바 있다.^(6,7)

$$P_u = K_{A1} c + K_{A2} q \quad (9)$$

여기서 K_{A1} 과 K_{A2} 는 각각 지반의 점착력과 상재압에 대한 극한수평지반반력계수이며 그림 6과 같이 제시하였다

식(9)의 극한수평지반반력은 깊이방향으로 선형증가 분포형태로 되어 있으므로 식(9)를 식(6)과 식(7)에 대입하므로써 회전중심 Z_r 과 극한수평저항력 H_u 를 구할 수 있다.

3.3 Broms 법^(13,14)

이 방법은 앞에서 설명한 방법과 유사하나 극한지반반력분포의 가정이 약간 상이하며 말뚝두부의 구속조건으로 자유와 회전구속(restrained or unrotated head, 통상적으로는 고정(fixed head)이 사용된다)의 두가지를 고려한 점이 차이가 있다.

이 방법에는 다음과 같은 단순화 작업이 실시되었다.

- ① 지반은 순수사질토지반($c=0$)이거나 순수점성토지반($\phi=0$)의 경우만 고려하였고 각각의 경우에 대하여 별도로 해석하였다.
- ② 짧은 강말뚝(short rigid pile)과 긴 변형말뚝(long flexible pile)을 각각 별도로 고려하였다.

짧은 말뚝의 기준은 $L/T \leq 2$ 혹은 $L/R < 2$ 로 하고 긴 변형말뚝의 기준은 $L/T \geq 4$ 혹은 $L/R \geq 3.5$ 로 하였다.

여기서,

$$T = (E_p I_p / n_h)^{1/5} \quad (10a)$$

$$R = (E_p I_p / k_h)^{1/4} \quad (10b)$$

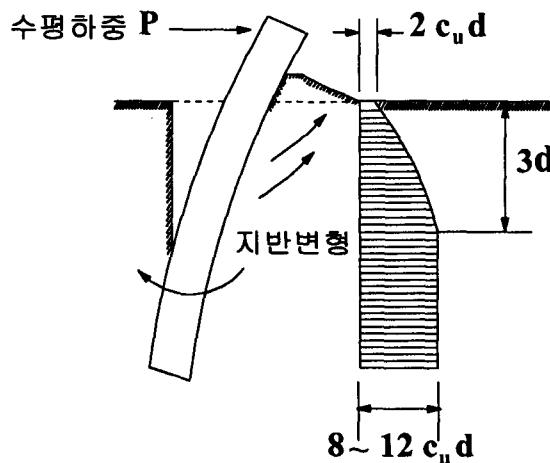
E_p = 말뚝의 탄성계수

I_p = 말뚝의 단면2차모멘트

$k_h = n_h z$: 깊이에 따라 지반반력이 선형증가하는 경우

= k : 깊이에 따라 지반반력이 일정한 경우

n_h = 지반반력계수



(a) 말뚝변위 (b) 지반반력분포

그림 7 수평반력의 분포

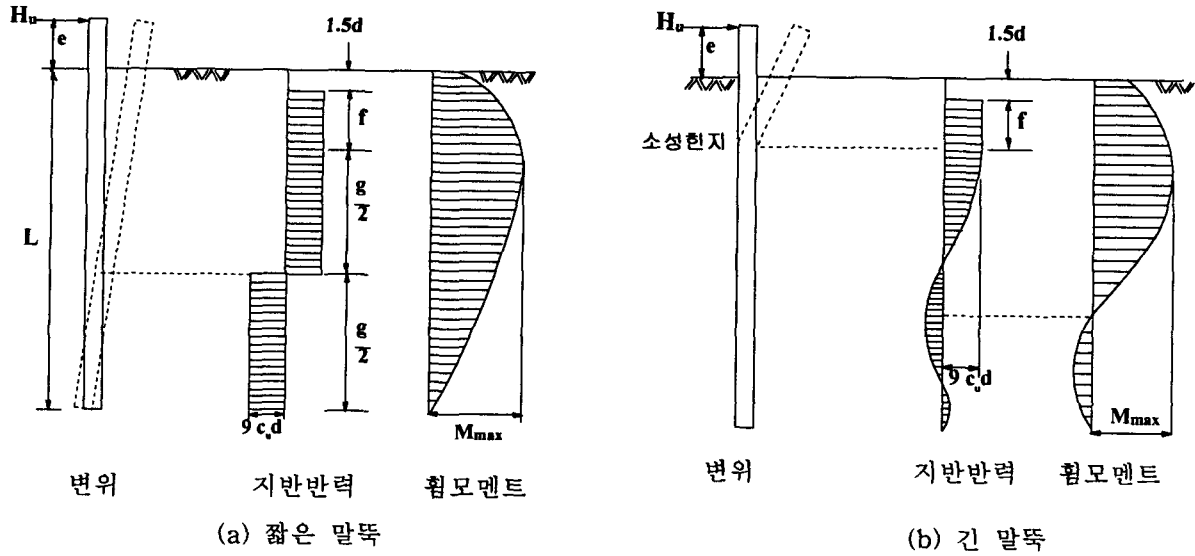


그림 8 점성토지반속 두부자유말뚝

3.3.1 점성토지반 ($\phi=0$)

점성토지반의 극한수평지반반력은 그림 7에서 보는 바와 같이 지표면에서의 $2c_u$ 에서부터 $3d$ 깊이까지 $8 \sim 12c_u$ 로 증가한 후 그 하부에는 일정한 분포로 작용한다. Broms 는 이 분포를 $1.5d$ 깊이까지는 지반반력이 작용하지 않는 것으로 하고 그 하부는 $9c_u$ 의 균일분포로 작용하는 것으로 단순화 시켰다.⁽¹³⁾

(a) 두부자유말뚝

그림 8은 두부자유말뚝의 파괴형태, 외력 및 휨모멘트를 도시하고 있다. 여기서 (a)는 짧은 말뚝의 경우이고 (b)는 긴 말뚝의 경우이다. 두부자유말뚝의 수평지지력은 짧은 강말뚝의 경우는 전적으로 지반의 극한수평반력에 의하여 결정되며 긴 변형말뚝의 경우는 말뚝자체의 항복모멘트에 의존한다.

그림 8의 f 위치에서는 전단력이 0이므로 최대모멘트가 발생하는 깊이이다.

$$f = H_u / 9c_u d \quad (11)$$

최대모멘트 M_{max} 는

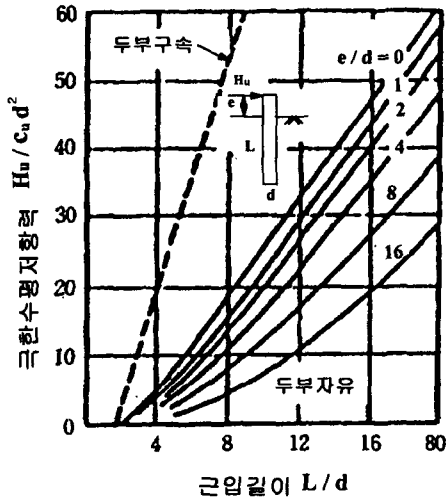
$$M_{max} = H_u(e + 1.5d + 0.5f) \quad (12a)$$

혹은

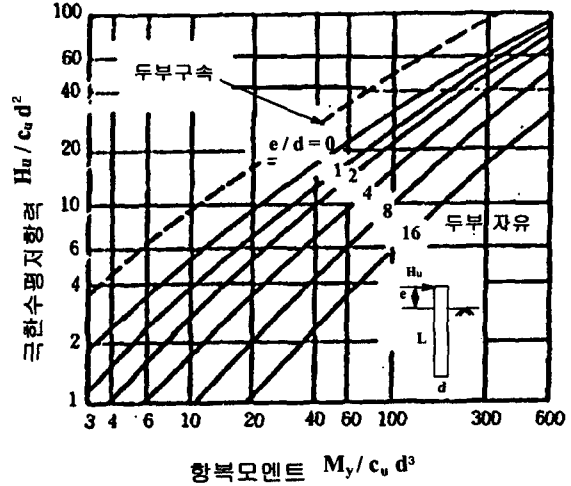
$$M_{max} = 2.25 d g^2 c_u \quad (12b)$$

$L = 1.5d + f + g$ 이므로 식(11) 및 식(12)로 H_u 를 구할 수 있으며 항복모멘트 M_y 가 M_{max} 보다 큰 짧은 말뚝에 적용할 수 있다. 항복모멘트 M_y 는 식(11)을 식(12a)에 대입하여 구할 수 있다.

식(11) 및 식(12)를 이용하여 그림 9(a)를 구할 수 있다. 그림 9(a)를 이용하여 L/d 와 e/d 로 부터 $H_u/c_u d^2$ 값을 구하여 말뚝의 수평저항력 H_u 를 산정할 수 있게 된다.



(a) 짧은 말뚝



(b) 긴 말뚝

그림 9 점성토지반의 극한수평저항력

한편, 그림 8(b)는 점성토 지반속의 두부자유인 긴 말뚝의 파괴형태, 극한지반반력분포 및 모멘트도를 보이고 있다. 식(12a)의 M_{max} 를 항복모멘트 M_y 로 바꾼식과 식(11)로 H_u 를 구할 수 있다. 이와 같이 하여 구한 $H_u/c_u d^2$ 과 $M_u/c_u d^3$ 의 관계는 그림 9(b)에 도시되어 있다. 이들을 이용하여 $M_u/c_u d^3$ 과 e/d 로 부터 긴말뚝의 수평저항력 H_u 를 구할 수 있다.

(b) 두부회전구속말뚝

그림 10은 말뚝머리가 구조물하부캡등에 의하여 회전이 구속되어 있는 경우의 말뚝에 작용하는 외력도와 휨모멘트도이다. 두부가 구속되어 있으므로 말뚝머리에 모멘트가 발생한다.

짧은 말뚝의 경우 그림 10(a)로부터 다음식을 얻을 수 있다.

$$H_u = 9 c_u d (L - 1.5d) \quad (13)$$

$$M_{max} = H_u(0.5L + 0.75d) \quad (14)$$

이 식에 의한 결과는 그림 9(a)에 점선으로 도시되어 있다. 말뚝두부에서 모멘트 항복이 발생하는 중간말뚝의 경우는 그림 10(b)의 외력도로 부터 항복모멘트 M_y 는 다음과 같다.

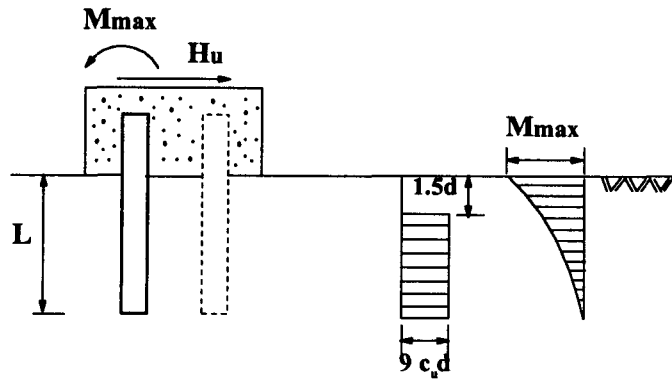
$$M_y = 2.25 c_u d g^2 - 9 c_u d f(1.5d + 0.5f) \quad (15)$$

식(15)와 $L = 1.5d + f + g$ 로부터 H_u 를 구할 수 있다. 이 때 $f + 1.5d$ 깊이에서의 정의 최대모멘트가 M_y 보다 작은지 검토하여 보아야 한다.

긴말뚝의 파괴발생기구는 그림 10(c)와 같으며 수평저항력은 다음과 같다.

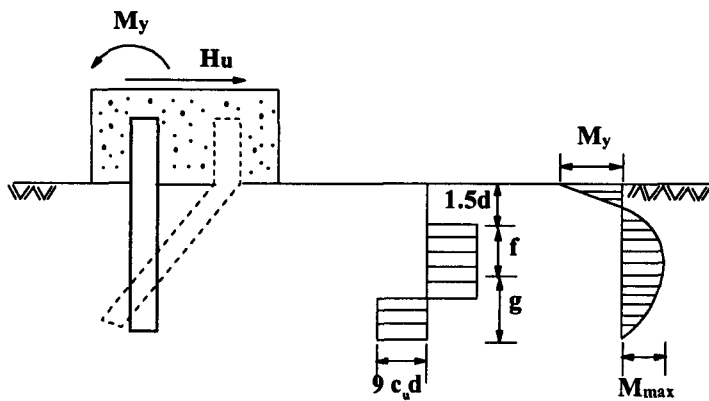
$$H_u = \frac{2M_y}{(1.5d + 0.5f)} \quad (16)$$

긴 말뚝의 수평저항력도 그림 9(b)에 점선으로 표시되어 있다.



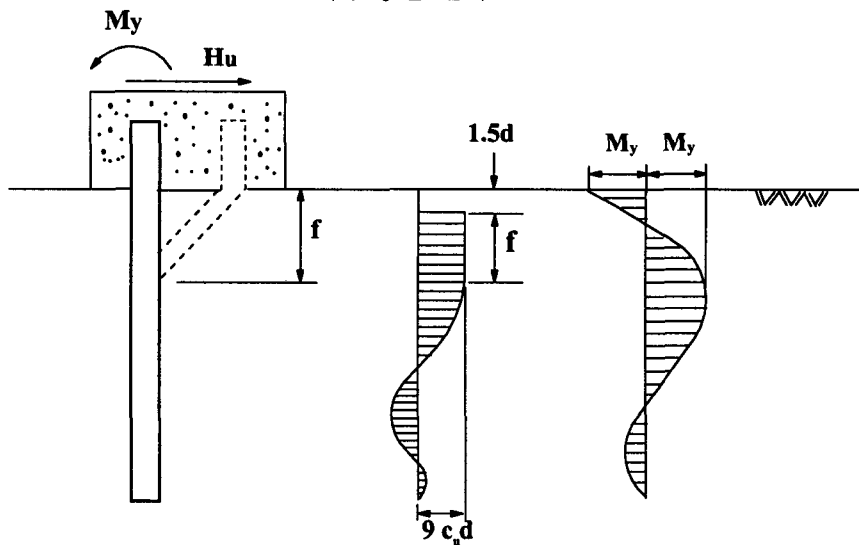
변위 지반반력 휨모멘트

(a) 짧은 말뚝



변위 지반반력 휨모멘트

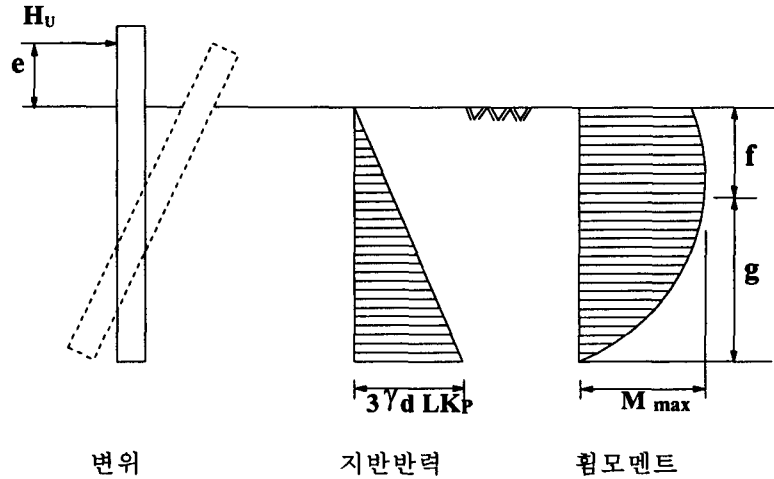
(b) 중간 말뚝



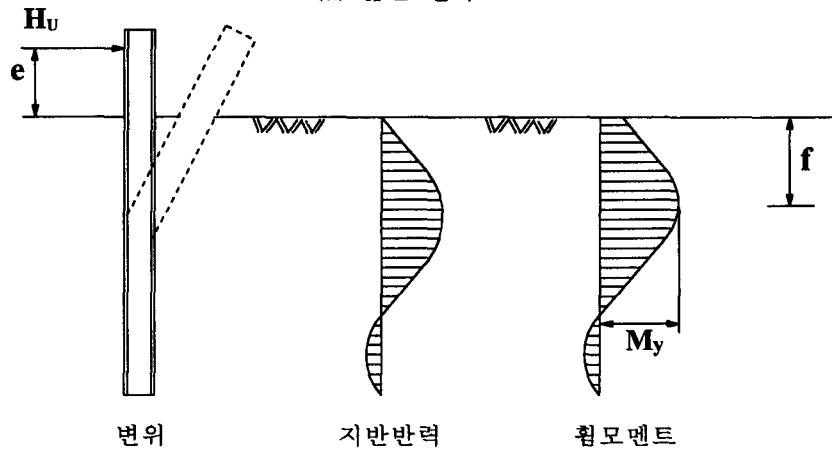
변위 지반반력 휨모멘트

(c) 긴 말뚝

그림 10 점성토지반속 두부회전구속말뚝



(a) 짧은 말뚝



(b) 긴 말뚝

그림 11 사질토지반속 두부자유말뚝

3.3.2 사질토지반(c=0)

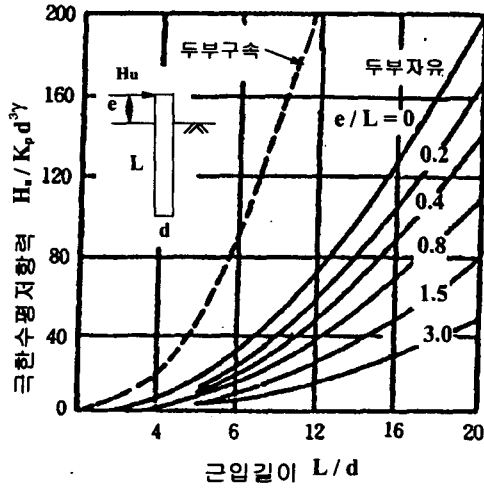
(a) 두부자유말뚝

그림 11은 사질토지반속 말뚝의 파괴형태, 수평지반반력분포 및 휨모멘트분포를 보이고 있다. 말뚝의 최대모멘트가 항복모멘트 보다 적으면 짧은 말뚝으로 취급한다. 그림 11(a)에서 보는 바와 같이 짧은 말뚝의 회전중심은 말뚝선단부근으로 가정하고 이 부근에 작용하는 높은 토압은 말뚝선단에 집중하중으로 대치하고 말뚝선단에서 모멘트를 취하여 수평저항력 H_u 를 다음과 같이 구한다.

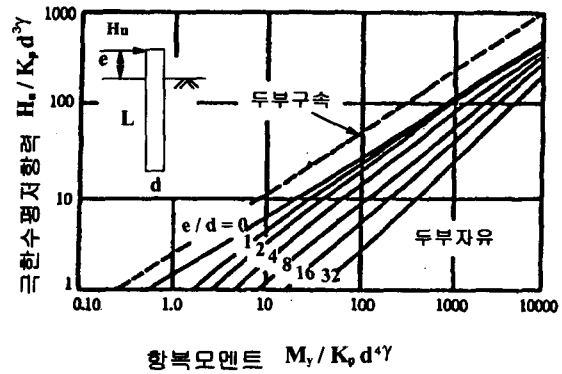
$$H_u = \frac{0.5\gamma d L^3 K_p}{e + L} \quad (17)$$

K_p 는 수동토압계수이다. 그림 12(a)에는 식(17)로부터 구한 결과를 도시하고 있다. f 위치가 식(18)과 같을 때 최대모멘트는 식(19)와 같이 구하여진다.

$$f = 0.82 \sqrt{\frac{H_u}{d K_p \gamma}} \quad (18)$$



(a) 짧은 말뚝



(b) 긴 말뚝

그림 12 사질토지반의 극한수평저항력

$$M_{\max} = H_u \left(e + \frac{2}{3} f \right) \quad (19)$$

식(17)의 H_u 를 사용하여 구한 M_{\max} 가 M_y 보다 크면 긴 말뚝으로 취급하며 이 경우의 H_u 는 식(20)과 식(21)로부터 구한다.

$$H_u = \frac{3}{2} \gamma K_p f^2 d \quad (20)$$

$$M_y = H_u \left(e + \frac{2}{3} f \right) \quad (21)$$

이 식의 결과는 그림 12(b)에 도시되어 있으며 e/d 와 $M_y / (K_p \gamma d^4)$ 의 값으로 H_u 를 구할 수 있게 된다.

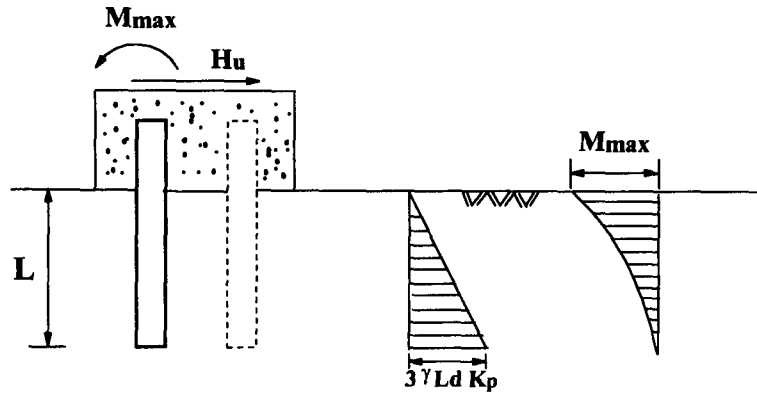
(b) 두부회전구속말뚝

그림 13은 사질토지반속 두부회전구속말뚝의 파괴형태, 지반반력분포 및 휨모멘트분포를 보이고 있다. 그림 13(a)에 도시된 짧은 말뚝의 경우 수평방향 평형조건으로부터 말뚝의 수평저항력 H_u 는 식(22)로 구하여지며 그림 12(a)에 점선으로 도시되어 있다.

$$H_u = 1.5 \gamma L^2 d K_p \quad (22)$$

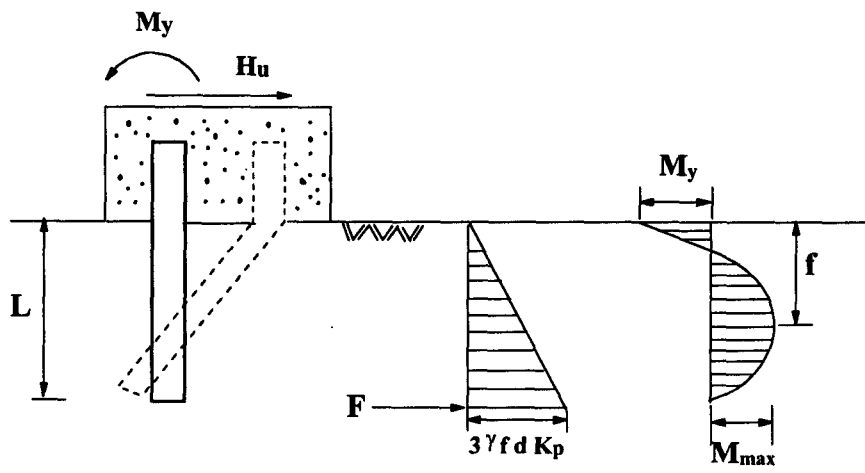
말뚝머리에 발생하는 최대모멘트는 다음과 같다.

$$M_{\max} = \frac{2}{3} H_u L \quad (23)$$



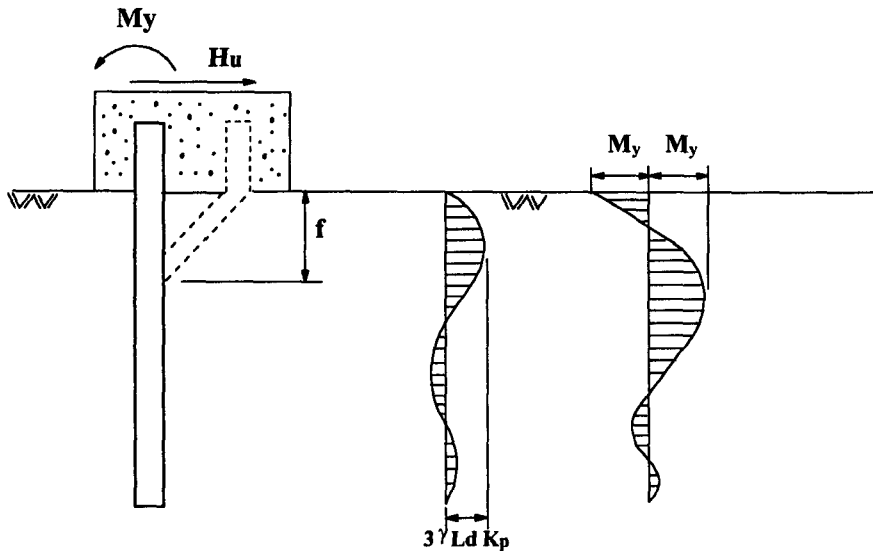
변위 지반반력 휨모멘트

(a) 짧은 말뚝



변위 지반반력 휨모멘트

(b) 중간 말뚝



변위 지반반력 휨모멘트

(c) 긴 말뚝

그림 13 사질토지반속 두부회전구속말뚝

이 M_{max} 가 M_y 를 초과하면 파괴형태는 그림 13(b)와 같이 되며 수평방향 평형조건으로 부터 말뚝 선단의 집중하중의 반력 F 는 다음과 같다.

$$F = \frac{3}{2} \gamma d L^2 K_p - H_u \quad (24)$$

이 F 를 이용하여 말뚝두부에서 구한 모멘트를 항복모멘트 M_y 와 같이 놓으면 식(25)가 구하여 진다.

$$M_y = 0.5 \gamma d L^3 K_p - H_u L \quad (25)$$

이 식으로 부터 H_u 를 구할 수 있다. 이 식은 말뚝두부에서의 M_y 가 f 깊이에서의 최대모멘트 M_{max} 보다 클 경우에만 사용할 수 있으며 이 때의 f 는 식(20)으로 계산한다.

M_y 가 그림 13(c)에서와 같이 두군데서 발생하는 긴 말뚝의 경우 다음 식이 성립된다.

$$H_u \left(e + \frac{2}{3} f \right) = 2M_y \quad (26)$$

이 식의 결과는 그림 12(b)에 점선으로 도시되어 있다.

3.4 기타방법

洪元杓은 식(9)를 Broms법에 적용한 결과를 실측치 및 Broms법에 의한 산정치와 비교검토하여 Broms법 보다 실측치에 더 잘 접근하고 있음을 보여주었다.⁽⁷⁾

그밖에 Engel, Raes, 岡部 및 Sniko등도 강말뚝이나 케이슨, 우물통의 극한수평저항력을 구하는 방법을 제시하였다.⁽¹⁰⁾ 이중 Engel은 지반반력분포를 2차포물선으로 가정하였고 극한수평저항력을 구하였다.

Raes는 지반중의 한점을 강제회전중심으로 하여 이 회전중심 위부분 말뚝에는 전면에 수동토압 배면에 주동토압이 작용하고 회전중심 아래부분 말뚝에는 반대로 배면에 수동토압이 전면에 주동토압이 작용하도록 하여 평형조건을 도입하였다.

<문제 3-1>

길이 6m, 직경 500mm의 콘크리트 말뚝이 $\phi' = 30^\circ$, $\gamma = 1.92 \text{ t/m}^3$ 인 모래지반에 설치되었다. 콘크리트의 탄성계수는 $2.4 \times 10^6 \text{ t/m}^2$ 이다. 말뚝은 지반에 4.5m 관입되어 있으며, 지하수위면은 지표면과 동일하다. Brinch Hansen법을 사용하여 극한수평하중(H_u)과 허용수평하중(H_{allow})을 구하시오(안전율 = 2.5, 그림 5 참조).

<풀이>

$$c = 0, \quad d = 0.5 \text{ m}, \quad q = \gamma' z = (1.92 - 1.0)z = 0.92 z \text{ (t/m}^2\text{)}$$

z(m)	z/d	q	Kq	Pu=q · Kq
0	0	0	5.0	0
1	2	0.92	7.0	6.44
2	4	1.84	8.2	15.09
3	6	2.76	9.2	25.39
4	8	3.68	10.0	36.80
5	10	4.60	12.0	55.20
6	12	5.52	13.0	71.76

각 층에서의 중간값을 산정

z(m)	Pu
0.5	4.03
1.5	17.23
2.5	41.77
3.5	79.17
4.5	140.30
5.5	206.31

i) $Z_r = 4$ m 로 가정.

$$\begin{aligned} \sum M &= 4.03 \times 2 \times 0.5 + 17.23 \times 3 \times 0.5 + 41.77 \times 4 \times 0.5 + 79.17 \times 5 \times 0.5 \\ &\quad - 140.3 \times 6 \times 0.5 - 206.31 \times 7 \times 0.5 = -830.75 \text{ (t} \cdot \text{m)} \end{aligned}$$

ii) $Z_r = 5$ m 로 가정.

$$\begin{aligned} \sum M &= 4.03 \times 2 \times 0.5 + 17.23 \times 3 \times 0.5 + 41.77 \times 4 \times 0.5 + 79.17 \times 5 \times 0.5 \\ &\quad + 140.3 \times 6 \times 0.5 - 206.31 \times 7 \times 0.5 = 10.16 \text{ (t} \cdot \text{m)} \end{aligned}$$

iii) $Z_r = 6$ m 로 가정.

$$\begin{aligned} \sum M &= 4.03 \times 2 \times 0.5 + 17.23 \times 3 \times 0.5 + 41.77 \times 4 \times 0.5 + 79.17 \times 5 \times 0.5 \\ &\quad + 140.3 \times 6 \times 0.5 + 206.31 \times 7 \times 0.5 = 1453.43 \text{ (t} \cdot \text{m)} \end{aligned}$$

따라서, $Z_r = 5$ m 일 때 zero 에 가장 근접.

$$\begin{aligned} H_u \times 6.5 &= 4.03 \times 4.5 \times 0.5 + 25.85 \times 3.5 \times 0.5 + 83.54 \times 2.5 \times 0.5 + 197.93 \times 1.5 \times 0.5 \\ &\quad + 420.9 \times 0.5 \times 0.5 - 722.09 \times 0.5 \times 0.5 \\ &= 281.88 \end{aligned}$$

$$\therefore H_u = 35.67 \text{ (ton)}$$

$$\therefore H_{allow} = \frac{35.67}{2.5} = 14.27 \text{ (ton)}$$

<문제 3-2>

직경이 600mm, 길이가 15m인 강말뚝(두부자유, 짧은말뚝)은 $\phi' = 30^\circ$, $\gamma = 1.92 \text{ t/m}^3$ 를 갖는 중간 정도 조밀한 모래에 10m 깊이로 관입되어 있다. 이 때, 두부에서의 극한수평하중(H_u)을 계산하시오(그림 12 참조). 또한, 극한하중에 저항하는 안전율을 2.5로 가정하고 허용수평하중(H_{allow})과 최대휨모멘트(M_{max})를 구하시오.

<풀이>

$$d = 0.6 \text{ m}, \phi = 30^\circ, \gamma = 1.92 \text{ t/m}^3, L = 10 \text{ m}, e = 5 \text{ m}$$

$$\frac{L}{d} = \frac{10}{0.6} = 16.7, \frac{e}{L} = \frac{5}{10} = 0.2 \text{ (그림 12 참조)}$$

$$\frac{H_u}{K_p d^3 \gamma} = 115, K_p = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} = \frac{1 + \sin 30}{1 - \sin 30} = 3$$

$$\therefore H_u = 115 \times 3 \times 0.6^3 \times 1.92 = 143.08 \text{ (ton)}$$

$$\therefore H_{allow} = \frac{143.08}{2.5} = 57.23 \text{ (ton)}$$

$$f = 0.82 \sqrt{\frac{H_u}{d K_p \gamma}} = 0.82 \sqrt{\frac{143.08}{0.6 \times 3 \times 1.92}} = 5.28$$

$$\begin{aligned} \therefore M_{max} &= H_u \left(e + \frac{2}{3} f \right) = 143.08 \left(5 + \frac{2}{3} \times 5.28 \right) \\ &= 1219.04 \text{ (t} \cdot \text{m)} \end{aligned}$$

<문제 3-3>

지표면아래로 15m의 점토층이 있다. 이 점토의 물성치는 일축압축강도(q_u)가 20 t/m^2 이고, 단위중량(γ)은 2.0 t/m^3 이다. 직경이 500mm이고, 길이가 12m인 강관말뚝이 지반에 10m깊이로 관입되어 있다. 항복모멘트(M_y)는 $70 \text{ t} \cdot \text{m}$ 로 가정한다. 또한, 안전율은 2.5이고, 긴말뚝으로 가정한다(그림 5.9를 참조).

다음 각 조건에서의 허용수평하중(H_{allow})을 구하시오.

- (a) 두부자유 말뚝
- (b) 두부구속 말뚝

<풀이>

(a) 두부자유인 경우

$$d = 0.5 \text{ m}, c_u = \frac{q_u}{2} = \frac{20}{2} = 10 \text{ (t/m}^2\text{)}$$

$$\frac{M_y}{c_u d} = \frac{70}{10 \times 0.5^3} = 56, \frac{e}{d} = \frac{2}{0.5} = 4 \text{ (그림 9 참조)}$$

$$\frac{H_u}{c_u d^2} = 8, H_u = 8 \times 10 \times 0.5^2 = 20$$

$$\therefore H_{allow} = \frac{20}{2.5} = 8 \text{ (ton)}$$

(b) 두부구속인 경우

$$\frac{M_y}{c_u d} = \frac{70}{10 \times 0.5^3} = 56 \text{ (그림 9 참조)}$$

$$\frac{H_u}{c_u d^2} = 35, H_u = 35 \times 10 \times 0.5^2 = 87.5$$

$$\therefore H_{allow} = \frac{87.5}{2.5} = 35 \text{ (ton)}$$

<문제 3-4>

야외광고판이 직경 1000mm의 강말뚝에 의해 지지되고 있다. 이 말뚝은 길이가 15 m 이고, 이중에 지반에 매설되어 있는 깊이는 10 m 이다. 지반은 비배수전단강도 c_u 가 17.5 t/m² 인 점토이다. 이때, 극한 수평저항력 H_u 와 최대모멘트 M_{max} 를 구하시오(그림 9 참조). 단, 두부자유이고, 짧은 말뚝임.

<풀이>

$L/d = 10, e/d = 5$ 일 때, 그림 9를 참조하면,

$$H_u / c_u d^2 = 16 \quad \therefore H_u = 16 c_u d^2 = 16 \times 17.5 \times 1^2 = 280 \text{ (ton)}$$

$$f = \frac{H_u}{9 c_u d} = \frac{280}{9 \times 17.5 \times 1} = 1.78$$

$$\therefore M_{max} = H_u(e + 1.5d + 0.5f) = 280(5 + 1.5 \times 1 + 0.5 \times 1.78) = 2069.2 \text{ (t} \cdot \text{m)}$$

4. 주동말뚝 해석법

말뚝의 허용수평하중은 다음의 두가지 방법에 의하여 결정된다.

- ① 파괴시의 극한하중을 적절한 안전율로 나누어 허용수평하중을 구한다.
- ② 말뚝의 허용수평변위에 대응하는 허용수평하중을 구한다.

위의 두방법에 의한 허용수평하중 중 적은값을 설계수평하중으로 결정한다.

첫번째 방법의 극한수평하중에 대하여는 3절에서 이미 설명하였다. 따라서 여기서는 두번째 방법에 의하여 허용수평하중을 구하는 방법을 설명하여 본다. 실제로 주동말뚝은 말뚝의 극한수평저항력보다 훨씬 적은 수평하중상태하에서 말뚝의 수평변위가 구조물의 안정상 위험한 한계치에 도달하게 되는 경우가 많다. 따라서 이러한 경우의 주동말뚝에 대하여는 주어진 하중에 대한 말뚝의 거동을 해석하여 보아야만 할 것이다. 이러한 주동말뚝의 거동을 해석하기 위하여 지반반력법(Subgrade reaction approach)과 탄성해석법(Elastic approach)의 두가지가 주로 사용되고 있다.

(1) 지반반력해석법에서는 지반이 각각 독립된 일련의 선형탄성스프링으로 거동한다고 가정하고 있다. 즉 말뚝주변 지반을 Winkler 모델로 이상화 시키므로서 한 위치에서의 말뚝의 반력은 단순히 그 위치에서의 말뚝변위에만 의존하게 된다. 이 해석법은 비교적 간단하여 오랜동안 실제 문제에 사용되어 오고 있다. 따라서, 이 해석법을 실제문제에 적용한 상당량의 경험의 축적이 있다. 그러나, 이 해석법은 지반의 연속성을 무시한 점과 지반반력계수를 정확히 결정하기가 어려운 단점이 있다. 지반반력계수는 지반 특성에만 의존하지 않고 말뚝기초의 크기와 변위량에도 의존한다.

이 해석법은 Chang의 방법과 같이 경계조건을 단순화시켜 기본미분방정식의 해석해를 구하거나^(18,43)

차분법으로 근사해를 구한다.^(31,40)

(2) 한편, 탄성해석법에서는 지반을 이상적인 탄성연속체로 가정하고 있다. 즉 지반을 일정한 탄성계수와 포아슨비를 가지는 균질등방탄성체로 이상화시키고 있다.

Spillers & Stoll은 반무한체내의 수평하중 말뚝의 거동을 해석하기 위하여 Mindlin의 탄성해석 결과를 적용하며 지반변형을 구하고 말뚝변위를 보 이론으로 구하였다.⁽⁴⁰⁾ Douglas & Davis(1964)는 말뚝의 압력분포와 수평변위를 Mindlin해로 구하였다.⁽²¹⁾ Poulos는 Spillers & Stoll과 유사한 방법으로 일련의 연구를 실시하여 이 부분의 많은 업적을 남겼다.⁽³²⁾ 이 해석법의 가장 큰 문제점은 정확한 지반계수를 결정하는 것이다.

4.1 지반반력해석법

본 해석법에서는 수평하중말뚝을 탄성기초위의 보 처럼 취급한다. 즉 탄성지반을 일련의 독립 탄성 스프링으로 생각한 Winkler모델 지반에 의하여 보가 지지된다고 가정한다. 이들 스프링의 강성(소위 수평지반반력계수라 함)은 다음과 같다.

$$k_h = \frac{p}{y} \quad (27)$$

여기서, p = 말뚝의 단위길이당 지반반력

y = 말뚝의 변위

k_h = 힘/길이의 단위

말뚝의 거동은 탄성기초위에 지지되는 탄성보의 방정식을 사용하여 다음과 같은 미분방정식으로 구할 수 있다.

$$E_p I_p \frac{d^4 y}{dz^4} + p d = 0 \quad (28)$$

보의 단순 휨이론과 같이 말뚝의 축하중 효과는 무시한다. 식(28)은 다음과 같이 다시 쓸수 있다.

$$E_p I_p \frac{d^4 y}{dz^4} + k_h y d = 0 \quad (29)$$

상기식의 해는 해석적방법이나 수치적방법으로 구할 수 있다. 해석해는 k_h 가 일정한 경우에만 가능하며 k_h 의 분포가 깊이에 따라 다른 경우의 해는 수치적 차분법으로 구하여야만 한다(Palmer & Thompson).⁽³¹⁾

4.1.1 Chang의 방법⁽¹⁰⁾

Chang은 지반반력계수 k_h 가 일정하고 말뚝의 근입길이가 충분히 길어서 사실상 반무한 길이로 볼 수 있는 경우에 대하여 식(29)의 해를 해석적으로 유도하였다. 우선, 식(29)의 일반해는 식(30)과 같다.

$$y = e^{-\beta z} (A \cos \beta z + B \sin \beta z) + e^{\beta z} (C \cos \beta z + D \sin \beta z) \quad (30)$$

여기서,

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{k_h d}{4E_p I_p}} \quad (31)$$

β 는 특성치이며 길이의 역수의 차원을 가지며, $1/\beta$ 을 특성장이라 부르고 말뚝의 수평저항에 중요한 의미를 가진다. 따라서, βz 는 무차원의 값이 된다. 또한 A,B,C,D는 적분상수이며 말뚝의 두부 및 선단의 경계조건으로 부터 구하여진다.

$z \rightarrow \infty$ 일 때 $y=0$ 인 조건을 식(30)에 대입하면 C 와 D는 0이 되어 식(25)는 다음과 같은 간단한 형태로 된다.

$$y = e^{-\beta z}(A \cos \beta z + B \sin \beta z) \quad (32)$$

식(32)를 미분하면 식(33)과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dz} &= -\beta e^{-\beta z} \{ (A - B) \cos \beta z + (A + B) \sin \beta z \} \\ \frac{d^2 y}{dz^2} &= 2\beta^2 e^{-\beta z} (A \sin \beta z - B \cos \beta z) \\ \frac{d^3 y}{dz^3} &= 2\beta^3 e^{-\beta z} \{ (A + B) \cos \beta z - (A - B) \sin \beta z \} \end{aligned} \quad (33)$$

말뚝의 회전각 θ , 모멘트 M, 전단력 S 및 지반반력 P는 부호를 고려하여 식(34)와 같이 구하여진다.

$$\begin{aligned} \theta &= -\frac{dy}{dz} \\ M &= -E_p I_p \frac{d^2 y}{dz^2} \\ S &= -E_p I_p \frac{d^3 y}{dz^3} \\ P &= k_h y \end{aligned} \quad (34)$$

우선 두부자유말뚝의 경우에 대하여 생각하여 본다. 그림 14에서 보는 바와 같이 지표면의 말뚝두부에 작용하는 하중으로 수평력 H_0 와 모멘트 M_0 가 주어진 경우 식(35)와 식(36)이 성립된다.

$$[M]_{z=0} = -E_p I_p \left[\frac{d^2 y}{dz^2} \right]_{z=0} = 2E_p I_p \beta^2 B = -M_0 \quad (35)$$

$$[S]_{z=0} = -E_p I_p \left[\frac{d^3 y}{dz^3} \right]_{z=0} = -2E_p I_p \beta^3 (A + B) = -H_0 \quad (36)$$

식(35)와 식(36)으로 부터 적분상수 A,B는 다음과 같이 구하여진다.

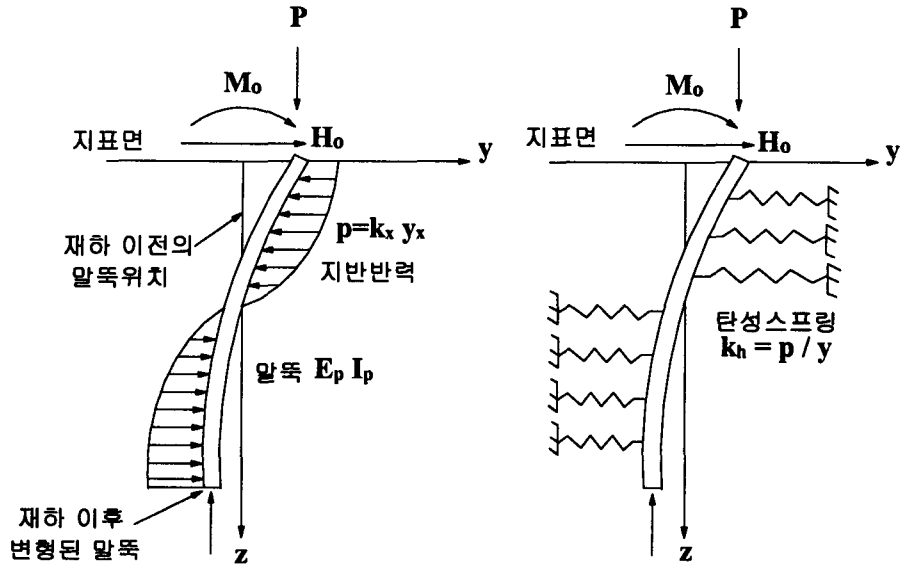


그림 14 지반반력 해석시의 모델링

$$A = \frac{H_0 + \beta M_0}{2E_p I_p \beta^3}, \quad B = -\frac{M_0}{2E_p I_p \beta^2} \quad (37)$$

여기서, 지표면의 모멘트 M_0 와 수평력 H_0 의 비를 h_0 라 하면 수평력 H_0 를 지표면에서 가상높이 h_0 만큼 높은 곳에 작용하는 것으로 생각하므로서 모멘트 M_0 를 간단하게 취급할 수 있다. 식(37)의 적분상수와 h_0 를 식(32)에 대입하면 식(38)이 구하여 진다.

$$y = \frac{H_0}{2E_p I_p \beta^2} e^{-\beta z} \{ (1 + \beta h_0) \cos \beta z - \beta h_0 \sin \beta z \} \quad (38)$$

말뚝머리에 모멘트가 작용하지 않는 경우 $M_0=0$ 으로 놓으면 식(38)를 식(34)에 대입하므로서 회전각, 모멘트 및 전단력을 구할 수 있다.

한편 지표면 변위 y_0 와 회전각 θ_0 이 주어진 경우는 식(39) 및 식(40)이 성립한다.

$$[y]_{z=0} = A = y_0 \quad (39)$$

$$[\theta]_{z=0} = \beta (A - B) = \theta_0 \quad (40)$$

이 두 식으로 부터 A, B가 다음과 같이 구하여진다.

$$A = y_0, \quad B = y_0 - \frac{\theta_0}{\beta} \quad (41)$$

지표면에서의 모멘트와 전단력은 식(34)로 부터

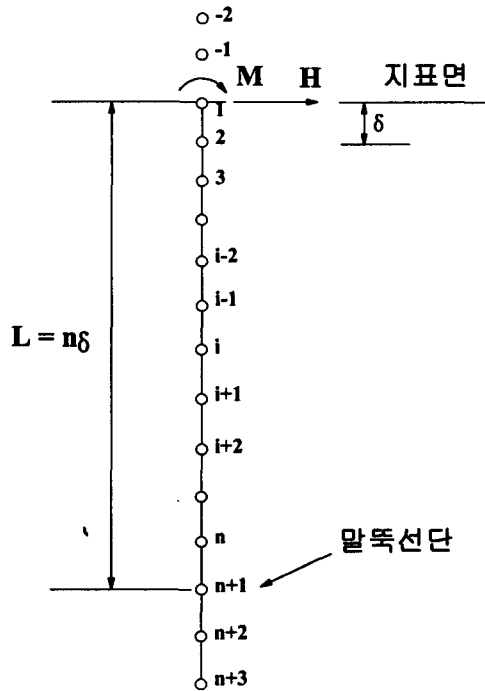


그림 15 수평하중말뚝의 차분해석도

$$[M]_{z=0} = 2E_p I_p \beta^2 B = 2E_p I_p \beta^2 \left(y_0 - \frac{\theta_0}{\beta} \right) \quad (42)$$

$$[S]_{z=0} = -2E_p I_p \beta^3 (A + B) = -4E_p I_p \beta^3 \left(y_0 - \frac{\theta_0}{\beta} \right) \quad (43)$$

이므로 이를 각각 M_0 와 H_0 로 놓으면 식(44)가 구하여 진다.

$$\begin{aligned} H_0 &= 4E_p I_p \beta^3 y_0 - 2E_p I_p \beta^2 \theta_0 \\ M_0 &= -2E_p I_p \beta^2 y_0 + 2E_p I_p \beta \theta_0 \end{aligned} \quad (44)$$

말뚝두부의 회전이 구속되어 있는 경우 $\theta_0 = 0$ 이므로 식(44)로 부터 $H_0 = 4E_p I_p \beta^3 y_0$, $M_0 = -2E_p I_p \beta^2 y_0$ 가 되므로 H_0 와 M_0 은 독립되어 있지 않다. 즉 H_0 를 가하면 $y_0 = H_0 / 4E_p I_p \beta^3$ 의 변위가 발생하고 $M_0 = -H_0 / 2\beta$ 의 반대방향모멘트(구속모멘트)가 작용하게 된다. 결과적으로 $H_0 / 2\beta$ 의 정의 휨모멘트가 말뚝두부에 발생하게 된다.

위의 사항은 통상적으로 말뚝두부고정의 경우로 알려져 있으나 엄밀하게 말하면 말뚝머리가 고정되어 있어도 후텅이 회전하면 말뚝도 경사지게 되므로 「두부회전구속」의 경우라고 하여야 할 것이다.

4.4.2 유한차분법⁽³⁴⁾

식(29)의 기본미분방정식을 그림 15에서 보는 바와 같이 절점*i*에서 차분형식으로 정리하면 식(45)와 같다.

$$E_p I_p \times \left[\frac{y_{i-2} - 4y_{i-1} + 6y_i - 4y_{i+1} + y_{i+2}}{\delta^4} \right] + k_i d y_i = 0 \quad (45)$$

또는

$$y_{i-2} - 4y_{i-1} + a_i y_i - 4y_{i+1} + y_{i+2} = 0 \quad (45a)$$

여기서

$$a_i = 6 + \frac{K_i L^4 d}{E_p I_p n^4}$$

n 은 말뚝의 분할요소수이고 k_i 는 i 위치에서의 지반반력계수 k_n 이다.

식(45a)를 절점2에서 절점 n 까지 적용시켜 $(n-1)$ 개의 식이 구하여진다. 그 밖에도 말뚝두부와 선단에서의 경계조건으로 4개의 식이 추가된다.

즉 말뚝두부에서의 경계조건으로는

① 두부자유인 경우 ($S = H_0$, $M = M_0$)

전단력 $S = E_p I_p \frac{d^3 y}{dz^3} = H_0$ 이므로

$$-y_{-2} + 2y_{-1} - 2y_2 + y_3 = \frac{HL^3}{E_p I_p n^3} \quad (46)$$

또한 모멘트 $M = E_p I_p \frac{d^2 y}{dz^2} = M_0$ 이므로

$$y_2 - 2y_1 + y_{-1} = \frac{HL^2}{E_p I_p n^2} \quad (47)$$

② 두부회전구속인 경우 ($\theta = \theta_0$, $y = y_0$)

$\theta_0 = E_p I_p \frac{dy}{dz} = 0$ 이므로 식(48) 혹은 식(49)가 얻어진다.

$$y_2 - y_{-1} = 0 \quad (48)$$

$$y_1 = y_0 \quad (49)$$

한편, 말뚝 선단에서는 마찰말뚝의 경우 전단력과 모멘트를 0으로 가정할 수 있으므로

$S = E_p I_p \frac{d^3 y}{dz^3} = 0$ 이므로

$$-y_{n-1} + 2y_n - 2y_{n+2} + y_{n+3} = 0 \quad (50)$$

또한 $M = -E_p I_p \frac{d^2 y}{dz^2}$ 이므로

$$y_n - 2y_{n+1} + y_{n+2} = 0 \quad (51)$$

유한차분법을 사용시에는 깊이에 따른 지반반력계수 k_h 의 변화도 취급할 수 있는 장점이 있다.

4.4.3 지반반력계수

가. 일반적인 방법

지반반력계수 k_h 의 분포도는 Palmer & Thompson의 제안식이 널리 사용되고 있다.

$$k_h = k_L \left[\frac{z}{L} \right]^n \quad (52)$$

여기서, k_L :말뚝선단에서의 k_h 값, n :경험지수 (≥ 0)

통상적으로 점성토에서는 $n=0$, 즉 지반반력계수가 깊이에 무관하게 일정하고 사질토에서는 $n=1$ 로 깊이에 선형적으로 증가한다고 가정하고 있다. 그러나 Davission and Prakash는 비배수상태의 점성토에서는 $n=0.15$ 라고 한 바 있다. $n=1$ 인 경우 k_h 는 d 에 반비례하여 다음과 같이 정리되기도 한다.

$$k_h = n_h \left[\frac{z}{d} \right]^n \quad (53)$$

여기서, n_h : 지반반력상수

통상적으로 지반반력계수는 다음과 같은 3가지 방법으로 결정되고 있다.

- ① 말뚝의 현장수평재하시험
- ② 평판재하시험
- ③ 경험적 방법

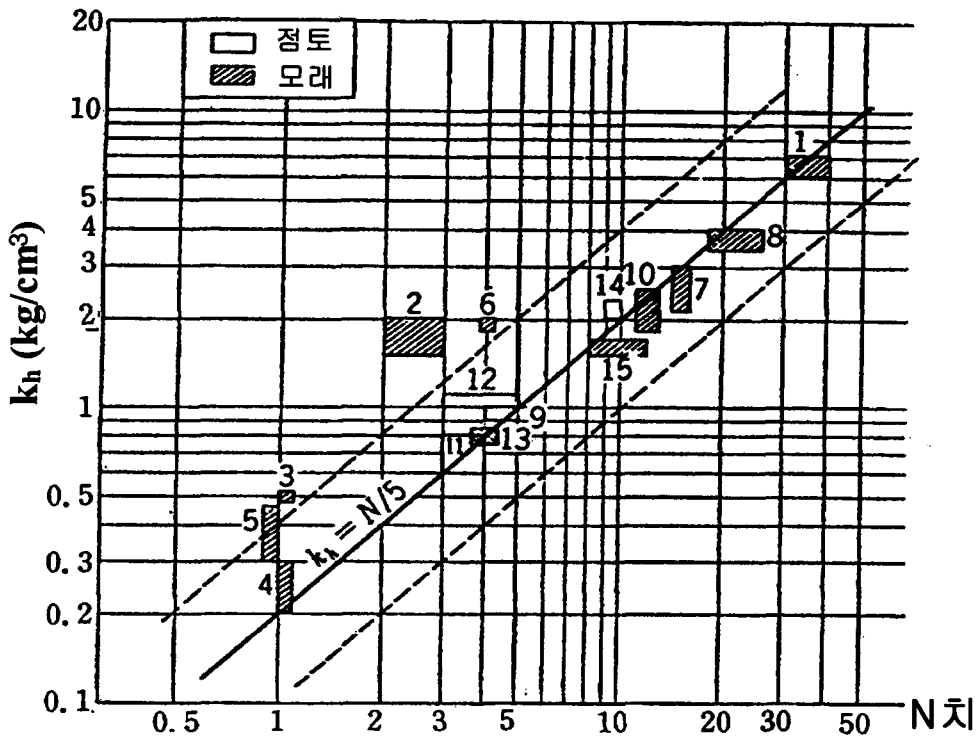
나. N치로 추정하는 방법

말뚝 직경이 30cm 이상되는 말뚝의 수평재하시험으로 얻은 말뚝두부 지표면에서의 하중-변위곡선 및 실측 휨변형률로 지반반력계수를 역산하고 지표면에서 특성장 $1/\beta$ 까지 구간의 평균 N치와의 관계를 도시하면 그림 16과 같다. 이 그림은 지표면의 변위가 1cm 일때의 k_h 값을 사용하여 정리한 결과이다.

이 그림으로부터 k_h 와 N치는 다음과 같은 관계로 제시되었다.

$$\begin{aligned} k_h &\doteq \frac{N}{5} (\text{kg/cm}^2) \\ k_h &\doteq 1.5q_u (\text{kg/cm}^2) \end{aligned} \quad (54)$$

여기서, q_u 는 일축압축강도이다.



점토	매우 연약함	연약함	중간	단단함	매우 단단함	딱딱함
모래	매우 느슨함		느슨함	중간	조밀함	매우 조밀함

그림 16 지반반력계수와 N치의 관계

다. Terzaghi 방법
점성토의 경우

$$k_h = \frac{30}{d} k_{h1} = \frac{20}{d} \bar{k}_{h1} \quad (\text{kg/cm}^2) \quad (55)$$

여기서, k_{h1} : 폭 30cm 의 판에 대한 값

\bar{k}_{h1} : 30cm × 30cm 정방형판에 대한 값 ($\bar{k}_{h1} = 1.5 k_{h1}$)

따라서, $k_h d$ 는 다음과 같은 일정치가 된다.

$$k_h d = 20 \bar{k}_{h1} \quad (55a)$$

Terzaghi는 연직방향 지반반력계수 k_v 로 k_{h1} 를 구하여 제시하였으나 여기서는 $k_h d$ 의 값도 수록한다.

표 1 점성토의 \bar{k}_{hi} 과 $k_h d$ (Terzaghi⁽⁴²⁾)

점토의 콘시스턴스	견 고	매우 견고	고 결
$q_u(\text{kg/cm}^2)$	1-2	2-4	4 이상
$\bar{k}_{hi} (\text{kg/cm}^3)$	1.5-3	3-6	6 이상
\bar{k}_{hi} 의 제한치	2.5	5	10
$k_h d(\text{kg/cm}^2)$	50	100	200

사질토의 경우 식(53)이 사용되며 $k_h d = n_h z$ 이며 Terzaghi는 다음과 같이 제시하였다.

$$n_h = \frac{A\gamma}{1.35} \quad (56)$$

여기서, A는 탄성계수 E_s 와 유효상재압 $q(=\gamma z)$ 와의 비로 표 2와 같이 제시되었다.

표 2 사질토의 n_h

모래의 상대밀도		느 슨	중 간	조 밀
$A = \frac{E_s}{q}$	범위	100-300	300-1000	1000-2000
	제한치	200	600	1500
건조 혹은 습윤 모래		0.24	0.71	1.8
수중 모래		0.15	0.45	1.1

Chang은 사질토의 지반반력계수가 깊이에 따라 선형적으로 증가할 경우 말뚝변위곡선 중 제1부동점 l_0 의 1/3깊이에서의 지반반력계수를 택하고 균일분포의 지반반력계수가 작용하는 것으로 취급하여 식(29)에 적용하였다.

연약한 점성토의 경우도 k_h 는 깊이에 선형적으로 증가하여 식(53)과 같이 표현되며 이 경우 몇몇 대표적 n_h 값은 표 3과 같다.

표 3 점성토의 대표적 n_h ⁽³⁴⁾

지 반	$n_h (\text{lb/in}^3)$	비 고
연약정규압밀점토	0.017 - 0.352	Reese and Matlock (1956)
	0.028 - 0.055	Davission and Parkash (1963)
정규압밀유기질점토	0.011 - 0.028	Peck and Davission (1962)
	0.011 - 0.083	Davission (1970)
이 토	0.006	Davission (1970)
	0.003 - 0.011	Wilson and Hiltz (1967)
Loess	0.80 - 1.11	Bowles (1968)

라. 실내시험으로 추정하는 방법

Broms⁽¹³⁾ :

$$k_h = 1.67 E_{50}/d \quad (57)$$

E_{50} = 비배수시험의 변형계수

Skempton :

$$k_h = (80 - 320) c_u/d \quad (58)$$

c_u = 비배수 전단강도

Davission⁽¹⁸⁾ :

$$k_h = 67 c_u/d \quad (59)$$

마. Vesic-Francis방법

지반의 연속성을 고려한 탄성론에 의하여 Winkler 스프링에 해당하는 k_h 를 구하는 방법이다.

Biot는 완전히 연속적인 탄성기초 위에 놓인 무한장의 보에 집중하중이 작용하는 경우를 해석하여 동일한 보가 Winkler 형태의 기초 위에 놓여 있는 경우를 등가시켜 지반반력계수 k 를 구하는 식을 제안

한바 있다. Vesic은 Biot의 연구를 등방탄성고체상의 보의 휨문제에 확장시켜 지반반력계수를 제시하였고 Francis는 말뚝 문제에 이를 적용하여 다음과 같은 식을 제시하였다.

$$k_h d = 1.30 \frac{E_s}{1 - \nu^2} \left[\frac{E_s d^4}{E_p I_p} \right]^{1/12} \quad (60)$$

4.2 비선형해석 (p - y 곡선)

4.2.1 기본원리

말뚝의 변위가 커지면 지반반력이 항복치에 도달하게 된다. 따라서 이러한 지반에서의 말뚝변위와 지반반력 사이의 일반적인 관계는 식(61)과 같은 비선형성을 보인다.

$$P = k z^m y^n \quad (61)$$

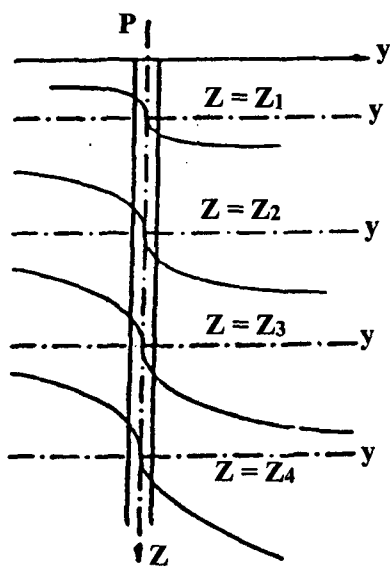
이러한 비선형해석으로는 Reese등의 연구에 의한 소위 “p-y곡선”이 많이 사용된다. Reese등은 말뚝이 선형탄성보란 가정하에 수평하중말뚝의 미분방정식을 식(62)와 같이 제시하였다.⁽³⁶⁾

$$E_p I_p \frac{d^4 y}{dz^4} + P_z \frac{d^2 y}{dz^2} - P d = 0 \quad (62)$$

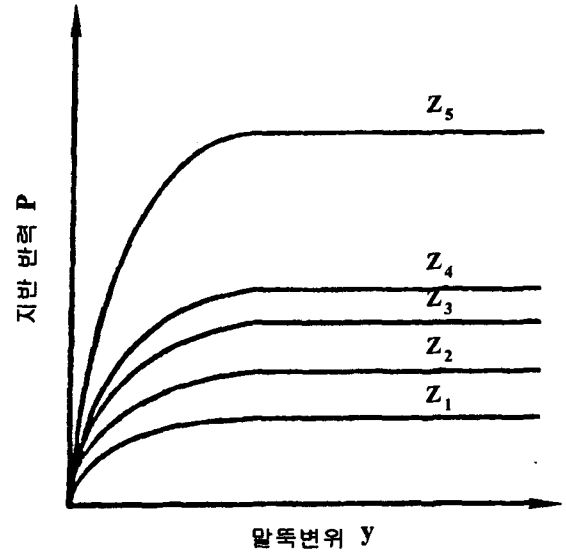
이 식은 식(28)을 축방향력이 작용하는 경우까지 확장시킨 것이며 유한차분형태로 사용된다. 여기서 P_z 는 말뚝의 축하중이고 단위길이당 P 는

$$P = k y$$

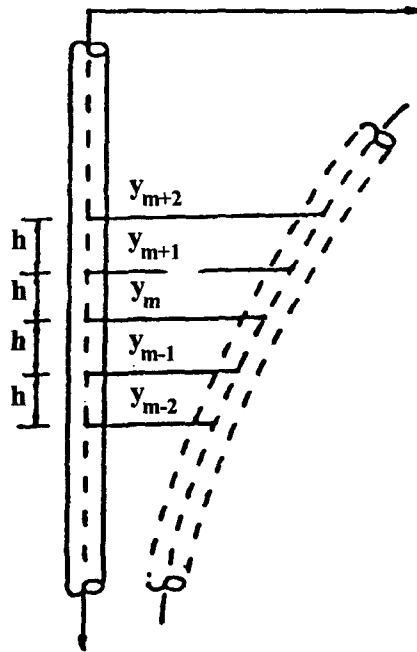
(63)



(a)



(b)



(c)

그림 17 p-y 곡선

지반계수 k 가 z 와 y 의 함수일때 식(62)는 해석될 수 있다. 지반계수는 지반반력 p 가 말뚝변위 y 의 함수로 표시되는 일련의 곡선으로 구하여 질 것이다. 일반적으로 이들 곡선은 비선형적이고 깊이, 지반의 전단강도 및 반복하중수 등의 요소에 의존한다.

이 p-y 곡선의 개념이 그림 17에 도시되어 있다. 이들 곡선은 다음과 같은 특성을 갖는 것으로 가정되어 있다.

① 일련의 p-y 곡선은 임의의 깊이에서 이 말뚝연직단면상에 수평저항력 작용하의 지반의 측방변형을 나타낸다.

② 이 곡선은 말뚝의 형상이나 강성에 무관하며 임의의 깊이에서의 말뚝의 위아래에 작용하는 하중에는 영향을 받지 않는다(Winkler 모델과 동일). 이는 임의의 깊이에서의 말뚝변위는 그 위치에서의 지반반력에만 의존함을 의미한다. 따라서, 지반은 그림 17(b)에 보여주는 바와 같이 일련의 p-y 특성 곡선으로 바뀔 수 있다.

따라서, 그림 17(a)의 일련의 p-y 곡선은 0에서 지반의 항복강도까지의 수평지반저항에 대한 지반변형을 나타낸다 할 수 있다. 그림 17(c)는 말뚝의 변위상태를 도시한 것이다.

일련의 p-y 곡선이 일단 확립되면 수평하중말뚝 문제는 다음과 같은 단계의 반복작용으로 해석한다.

① n_h 나 k 가 추정되거나 주어졌을 때 지반-말뚝계의 T 혹은 R 을 식(10)에 의거 계산한다. T는 사질토지반과 정규압밀점토지반에 적용하고 R은 과압밀점토지반에 적용한다.

② 계산된 T 혹은 R과 지표면에서의 수평하중 H_0 및 모멘트 M_0 로 Reese and Matlock⁽³⁶⁾ 혹은 Davis-sion and Gill⁽¹⁷⁾ 의 방법에 따라 말뚝길이 전체의 변위 y 를 결정한다. 즉 4.1 절의 지반반력해석법에 의거 y 를 구할 수 있다.

③ 위에서 계산된 변위를 사용하여 p-y 곡선으로 부터 깊이에 따른 수평반력 p 를 구한다. 그런 후 지반계수와 상대강성(R 혹은 T)을 다음과 같이 구한다.

$$k = p/y$$

(a) $n_h = \frac{k}{z}$, $T = \left[\frac{E_p I_p}{n_h} \right]^{1/5}$: 선형지반계수의 경우

(b) $k_1 = k$, $R = \left[\frac{E_p I_p}{k} \right]^{1/4}$: 일정지반계수의 경우

여기서 구한 R 혹은 T를 위의 과정 ①에 계산된 값과 비교한다. 이 값이 일치하지 않으면 과정④로 다시 반복 계산을 실시한다.

④ 과정③에서 구하여 진 값에 근접한 k 혹은 n_h 값을 다시 가정한다. 그런후 과정 ②와 ③을 반복하여 새로운 R 혹은 T를 구한다. 이러한 과정을 계산치와 가정치가 일치할 때 까지 계속한다. 그런 후 최종 R 혹은 T에 대한 말뚝의 변위와 모멘트를 구한다.

4.2.2 p-y 곡선의 작성법

연약내지 보통의 포화점토지반에서의 p-y 곡선작성법이 Matlock⁽²⁸⁾에 의하여 처음으로 발표된 후 Reese는 계속하여 사질토지반⁽³⁷⁾ 및 견고한 점성토지반^(38,39)에 대한 p-y 곡선 작성법을 확립시켰다. 여기서는 p-y 곡선 작성법의 일 예로 연약내지 보통의 포화점토지반에서의 작성법에 대하여 설명하기로 하고 나머지 지반에 대하여는 참고문헌을 참조하기로 한다.

(A) 단기정하중 작용시

① 비배수전단강도 c_u 와 단위체적중량 γ 를 현장 및 실내지반조사로 구한다.

② 한계깊이 Z_r 과 지지력계수 N_c 를 구한다.

$$Z_r = \frac{6c_u d}{\gamma d + Jc_u} \quad (64)$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} N_c = 3 + \frac{\gamma z}{c_u} + J \frac{z}{d} & (z < Z_r) \\ N_c = 9 & (z \geq Z_r) \end{array} \right\} \quad (65)$$

여기서 J는 경험치로 연약점토의 경우 0.5, 견고한 점토의 경우는 0.25로 한다.

- ③ p-y 곡선을 조사할 깊이 z 를 임의로 정한다. 이 z 를 Z_r 과 비교하여 N_c 를 구한다.
- ④ 극한지반반력 P_u 를 구한다. (말뚝단위폭당)

$$P_u = c_u N_c d \quad (66)$$

P_u 에 대응하는 변위 y_c 는 실내 비배수삼축압축시험으로부터 구한 응력-변형률곡선상의 최대응력이 발생하는 변형률 ϵ_c 에 대응하는 변위이고 다음과 같이 구한다.

$$y_c = 2.5 \epsilon_c d \quad (67)$$

실내시험결과가 없는 경우, ϵ_c 값은 (a) 취성 예민점토의 경우 0.005 (b) 교란되거나 재성형점토, 혹은 압밀되지 않는 퇴적점토의 경우 0.02, (c) 정규압밀점토의 경우 0.01로 한다.

- ⑤ p-y 곡선을 식(68)로 구한다. 이 식으로 표시되는 곡선은 그림 18상에 곡선(a)에 해당한다.

$$P = 0.5 P_u \left[\frac{y}{y_c} \right]^{1/3} \quad (68)$$

실내 비배수삼축압축시험결과가 있을 경우는 응력-변형률 곡선으로부터 p-y 곡선을 구할 수 있다. 또한 현장에서의 평판재하시험으로 얻은 하중-침하 곡선이 있을 경우도 그 시험 결과를 이용하여 p-y 곡선을 구할 수 있다.

- ⑥ 위의 계산과정을 다른 깊이에 대하여서도 반복하여 지표면이하의 모든깊이에서의 p-y곡선을 얻을 수 있다.
- ⑦ 위의 계산과정을 다른 깊이에 대하여서도 반복하여 지표면이하의 모든 깊이에서의 p-y곡선을 얻을 수 있다.

(B) 반복하중작용시

- ① $Z_1 \geq Z_r$ 인 경우

그림 18의 곡선(b)와 같이 $P_B = 0.72 P_u$ 에서 p-y곡선을 수평으로 그린다.

- ② $Z_1 < Z_r$ 인 경우

그림 18의 곡선(c)와 같이 B점과 C점을 연결하고 C점에서 수평선을 그린다. C점은 $y = 15y_c$ 의 변위와 $P = 0.72 P_u Z_1/Z_r$ 의 지반반력에 해당하는 값이다.

- ③ $Z_1 = 0$ 인 경우

그림 18의 곡선 (d)와 같이 B점과 $y=15y_c$ 의 변위점을 연결한다. 이는 $y \geq 15y_c$ 의 경우 지반반력은 0으로 가정함을 의미한다.

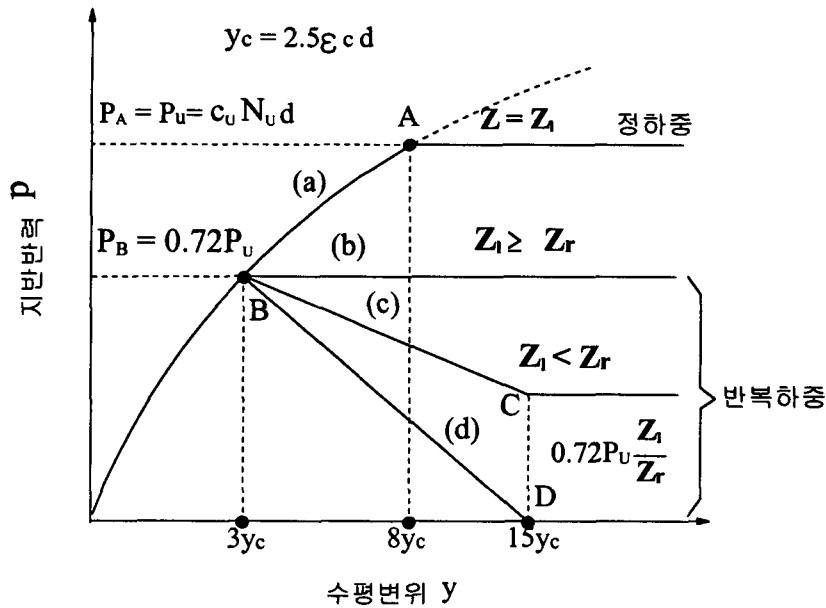


그림 18 p-y 곡선 작성법

4.3 탄성해석법

Poulos는 이상적 탄성지반속 수평하중말뚝의 해석법을 제시한 바 있다.⁽³²⁾ 이 해석법에서 지반의 수평변위로는 Mindlin해를 이용하였고 말뚝의 수평변위는 탄성보의 미분방정식의 차분식(45)로 구하였다. 이와 같이 구한 지반과 말뚝의 수평변위량을 말뚝전체에 걸쳐 동일하게 하였다. 이 해석법은 말뚝의 실제 거동을 보다 현실에 접근시키고 있으나 가장 큰 어려움은 지반계수 E_s 의 올바른 결정이다.

본 해석법에는 다음과 같은 사항이 고려되어 있다.

- ① 그림 19에서 보는 바와 같이 말뚝을 폭 d , 길이 L , 일정한 강성 $E_p I_p$ 를 가지는 얇은 구형 연직띠로 가정하였다. 말뚝은 $(n+1)$ 개의 요소로 분할하고 요소의 길이는 말뚝의 두부와 선단의 두 요소에 대하여는 $\delta/2$ 이고 나머지 요소는 $\delta (= L/n)$ 로 한다.
- ② 지반과 말뚝의 양측면에 작용하는 수평전단응력은 고려하지 않는다.
- ③ 각 요소는 말뚝폭에 걸쳐 일정한 균일수평력 P 를 받는다고 가정한다.
- ④ 지반은 탄성계수 E_s 와 포아슨비 ν 를 가지는 반무한의 균질등방탄성체로 가정하며 이 탄성계수와 포아슨비는 말뚝의 존재 여부에 영향을 받지 않는다고 가정한다.

4.3.1 일정지반계수 지반

과압밀점토지반의 경우 일반적으로 지반계수는 깊이에 무관한 것으로 알려져 있다. 이러한 지반속 말뚝의 해석결과를 Poulos는 다음과 같이 정리하였다.⁽³⁴⁾

두부자유말뚝의 지표면변위 y_t 와 회전각 θ_t 는 식(69) 및 식(70)과 같다.

$$y_t = \frac{H}{E_s L} (I_{\rho H} + \frac{e}{L} I_{\rho M}) / F_\rho \quad (69)$$

$$\theta_t = \frac{H}{E_s L^2} (I_{\theta H} + \frac{e}{L} I_{\theta M}) / F_{\theta} \quad (70)$$

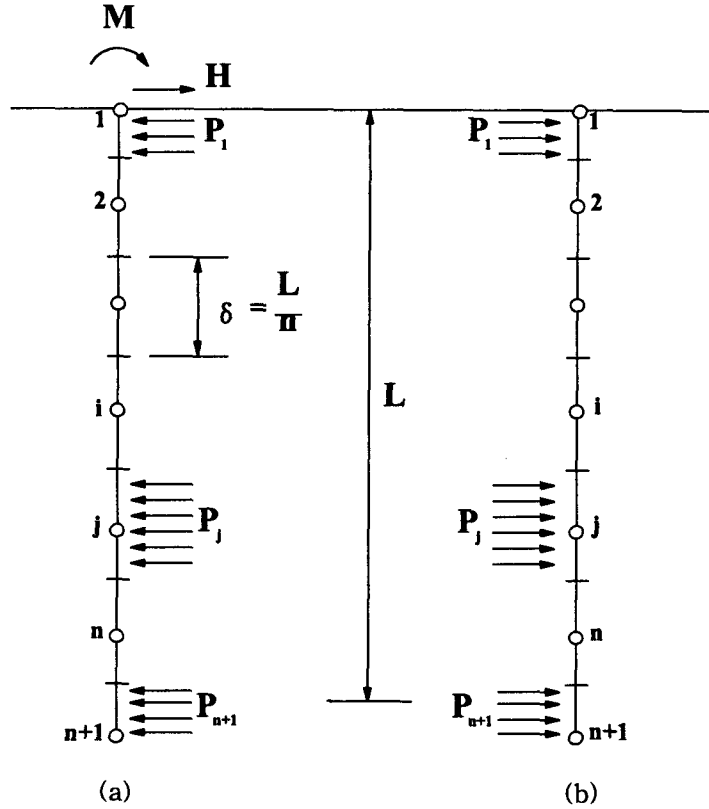


그림 19 응력도 (a) 말뚝 (b) 말뚝주변지반

여기서,

H : 수평하중, M : 모멘트(지표면), $e=M/H$

$I_{\rho H}$, $I_{\rho M}$: 일정한 E_s 상태에서 H 와 M 에 의한 말뚝변위 탄성영향계수(Elastic influence factor)

$I_{\theta H}$, $I_{\theta M}$: 일정한 E_s 상태에서 H 와 M 에 의한 말뚝회전각 탄성영향계수

F_{ρ} : 일정한 E_s 및 P_y 상태에서 항복지반에 대한 탄성지반의 말뚝변위의 비

F_{θ} : 일정한 E_s 및 P_y 상태에서 항복지반에 대한 탄성지반의 말뚝회전각의 비

P_y : 한계지반반력 (항복치 혹은 극한치)

Poulos는 $I_{\rho H}$, $I_{\rho M}$ ($= I_{\theta H}$), $I_{\theta M}$, F_{ρ} 및 F_{θ} 의 결과를 그림으로 제시하였다.⁽³⁴⁾ 항복영역이 없는 완전탄성지반의 경우 지표면에서 말뚝변위와 회전각은 다음과 같다.

$$y_t = I_{\rho H} \left[\frac{H}{E_s L} \right] + I_{\rho M} \left[\frac{M}{E_s L^2} \right] \quad (71)$$

$$\theta_t = I_{\theta H} \left[\frac{H}{E_s L^2} \right] + I_{\theta M} \left[\frac{M}{E_s L^3} \right] \quad (72)$$

두부회전구속말뚝의 지표면변위 y_t 는 식(73)과 같다.

$$y_t = I_{\rho F} \left[\frac{H}{E_s L} \right] / F_{\rho F} \quad (73)$$

여기서,

$I_{\rho F}$: 두부회전구속말뚝의 수평하중에 대한 변위영향계수(Displacement influence factor)

$F_{\rho F}$: 두부회전구속말뚝의 항복-회전요소

$I_{\rho F}$ 와 $F_{\rho F}$ 도 Poulos에 의하여 그림으로 정리·제시되었다.⁽³⁴⁾

점성토지반의 지반계수 E_s 로는 E_{50} 을 사용하였고 비배수전단강도로부터 다음과 같은 범위로 추정하고 $40c_u$ 를 평균치로 제시하였다.

$$E_s = E_{50} = (15 \sim 95)c_u \quad (74)$$

만약 지반계수 E_s 로 초기탄성계수 E_i 를 사용할 경우는 비배수전단강도로부터 다음과 같은 범위로 추정하였다.

$$E_i = (250 \sim 400)c_u \quad (75)$$

4.3.2 선형지반계수지반

사질토나 정규압밀점성토지반의 경우 지반계수 E_s 는 일반적으로 깊이에 대하여 식(76)와 같이 선형적으로 증가한다.

$$E_s = N_h z \quad (76)$$

여기서 N_h 는 E_s 의 깊이에 대한 증가율이고 지반반력해석법에서의 n_h 와 유사하다. E_s 와 k_h 가 깊

이에 따라 동일한 비율로 증가한다면

$$N_h = n_h \quad (77)$$

두부자유말뚝의 경우 지표면에서의 말뚝변위와 회전각은

$$y_t = \frac{H}{N_h L^2} (I'_{\rho H} + \frac{e}{L} I'_{\rho M}) / F'_{\rho} \quad (78)$$

$$\theta_t = \frac{H}{N_h L^3} (I'_{\theta H} + \frac{e}{L} I'_{\theta M}) / F'_{\theta} \quad (79)$$

두부회전구속말뚝의 경우 지표면에서의 말뚝변위는

$$y_t = \frac{H}{N_h L^2} I'_{\rho F} / F'_{\rho F} \quad (80)$$

$I'_{\rho H}$, $I'_{\theta H} (=I_{\theta M})$, $I'_{\theta M}$, F'_{ρ} , F'_{θ} , $I'_{\rho F}$ 및 $F'_{\rho F}$ 도 Poulos에 의하여 그림으로 제시되었다.⁽²⁾

<문제 4-1>

직경이 1000mm인 강관말뚝은 비배수전단강도 $c_u = 4.8 \text{ t/m}^2$ 이고, 단위중량 $\gamma = 1.92 \text{ t/m}^3$ 인 견고한 점토지반($J=0.25$)에 관입되어 있다.

정하중작용시와 반복하중작용시 지표면으로부터 깊이 $x=0$, $x=1.5\text{m}$, $x=3.0\text{m}$ 에서의 p - y 곡선을 작성하시오(단, 이 점토는 정규압밀점토임).

<풀이>

$$c_u = 4.8 \text{ t/m}^2, \quad \gamma = 1.92 \text{ t/m}^3, \quad J = 0.25, \quad d = 1 \text{ m}$$

$$Z_r = \frac{6 \cdot c_u \cdot d}{\gamma d + J c_u} = \frac{6 \times 4.8 \times 1}{1.92 \times 1 + 0.25 \times 4.8} = 9.23 \text{ m}$$

$z < Z_r$ 인 경우임.

$$N_c = 3 + \frac{\gamma z}{c_u} + J \frac{z}{d} = 3 + \frac{1.92}{4.8} z + 0.25 \frac{z}{1} = 3 + 0.65 z$$

$$z = 0, \quad N_c = 3$$

$$P_u = c_u N_c d = 4.8 \times 3 \times 1 = 14.4 \text{ (t/m)}$$

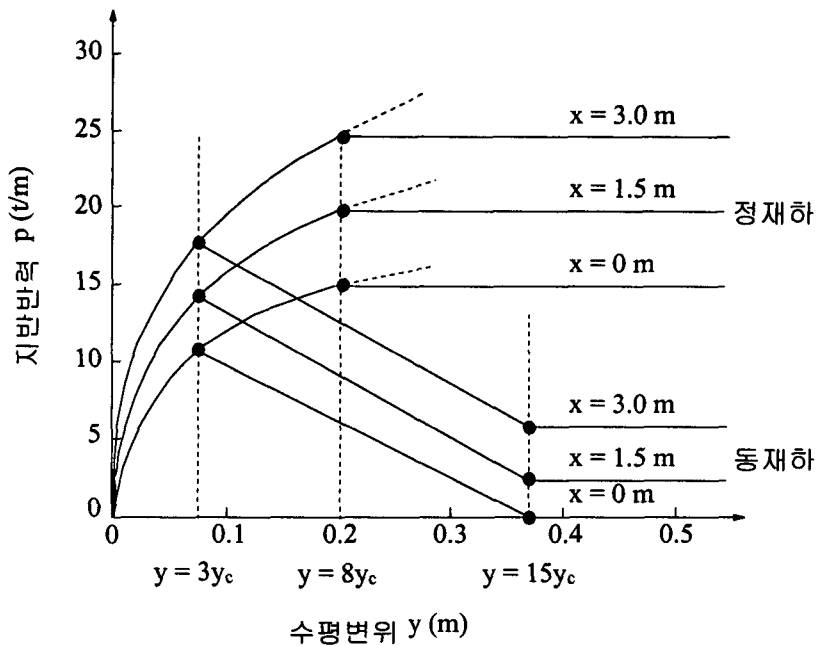
$$y_c = 2.5 \epsilon_c d = 2.5 \times 0.01 \times 1 = 0.025 \text{ m (여기서, } \epsilon_c = 0.01 \text{ : 정규압밀점토)}$$

<정하중작용시>

$x=0$	$x=1.5\text{ m}$	$x=3.0\text{ m}$
$y=0, \quad p=0$	$y=0, \quad p=0$	$y=0, \quad p=0$
$y=3 y_c, \quad p=10.65 \text{ t/m}$	$y=3 y_c, \quad p=14.13 \text{ t/m}$	$y=3 y_c, \quad p=17.6 \text{ t/m}$
$y=8 y_c, \quad p=14.82 \text{ t/m}$	$y=8 y_c, \quad p=19.63 \text{ t/m}$	$y=8 y_c, \quad p=24.44 \text{ t/m}$

<반복하중작용시>

x = 0	x = 1.5 m	x = 3.0 m
y = 0 , p = 0	y = 0 , p = 0	y = 0 , p = 0
y = 3 y _c , p = 10.65 t/m	y = 3 y _c , p = 14.13 t/m	y = 3 y _c , p = 17.6 t/m
y = 15 y _c , p = 0 t/m	y = 15 y _c , p = 2.3 t/m	y = 15 y _c , p = 5.72 t/m



<문제 4-1>의 정답

5. 수동말뚝해석법

2절에서 설명한 바와 같이 주동말뚝은 말뚝머리에 기지의 하중(수평력 및 모멘트)이 작용하는 반면에 수동말뚝은 측방소성변형지반으로 부터 측방토압을 받게 된다. 그러나 이 측방토압은 말뚝과 변형지반 사이의 상호작용에 의하여 결정되기 때문에 말뚝에 작용하는 하중을 미리 알기가 쉽지 않은 문제점이 있다. 따라서 수동말뚝의 해석에 있어서는 말뚝에 작용하는 측방토압과 지반의 측방변형의 발생기구를 동시에 취급하여야 한다. 그러나, 이들 말뚝과 지반사이의 상호작용의 복잡성 때문에 수동말뚝의 거동을 완전히 파악하기가 매우 어려운 실정이다.

지금까지 이러한 수동말뚝의 문제는 대략 다음과 같은 4가지 방법으로 해석되어 오고 있다.

- (1) 간편법 : 지반의 측방변형으로 발생될 수 있는 최대측방토압을 고려한 상태에서 해석하는 방법
- (2) 지반반력법 : 주동말뚝에서와 같이 지반을 독립된 Winkler모델로 이상화시켜 해석하는 방법
- (3) 탄성법 : 지반을 이상적 탄성체 혹은 탄소성체로 가정하여 해석하는 방법
- (4) 유한요소법 : 말뚝과 지반을 유한개의 요소로 분할하여 해석하는 구조적 근사해법

그러나 이들 방법을 실제문제에 성공적으로 적용하기 위하여는 다음과 같은 요소를 명백히 하여 들 필요가 있다.

- (1) 무리말뚝의 효과
- (2) 말뚝이 없을 때의 그 위치에서의 지반의 수평변위
- (3) 지반의 변형계수 혹은 지반반력계수
- (4) 말뚝의 선단과 두부의 경계조건

5.1 간 편 법

5.1.1 Tschebotarioff 법⁽⁴¹⁾

Tschebotarioff는 그림 20(a)와 같은 수동말뚝기초위에 옹벽을 설치한 후 뒤채움으로 인하여 연약지반에 측방변형이 발생한 경우 지반으로부터 말뚝이 측방토압을 받게됨을 설명하였다.⁽⁴¹⁾

이 경우의 수동말뚝 해석을 위하여 Tschebotarioff는 그림 20(b)와 같이 연약지반에서 작용하는 측방토압을 삼각형으로 추정하였다.

측방토압 P_H 와 모멘트 M_B 는 다음과 같다.

$$P_H = 0.8d\gamma H_0 \quad (81)$$

$$M_B = -(P a(L^2 - a^2))/2L^2 \quad (82)$$

여기서, d 는 말뚝직경 혹은 폭이고, H_0 는 교대 전후 지표면의 높이차이다.

$$M_m = (P a/2)(2 - 3a/L + a^3/L^3) \quad (83)$$

여기서 P 는 P_H 로부터 식(84)와 같이 구한다.

$$P = 0.9P_H t_0 / 2 \quad (84)$$

식 중 L 은 그림 20(b)에서 보는 바와 같이 콘크리트 후탕에서 연약점토층 저면까지의 깊이이고 a 는 연약층저면에서 전측방토압 작용점까지 거리이며 t_0 는 연약층 두께이다.

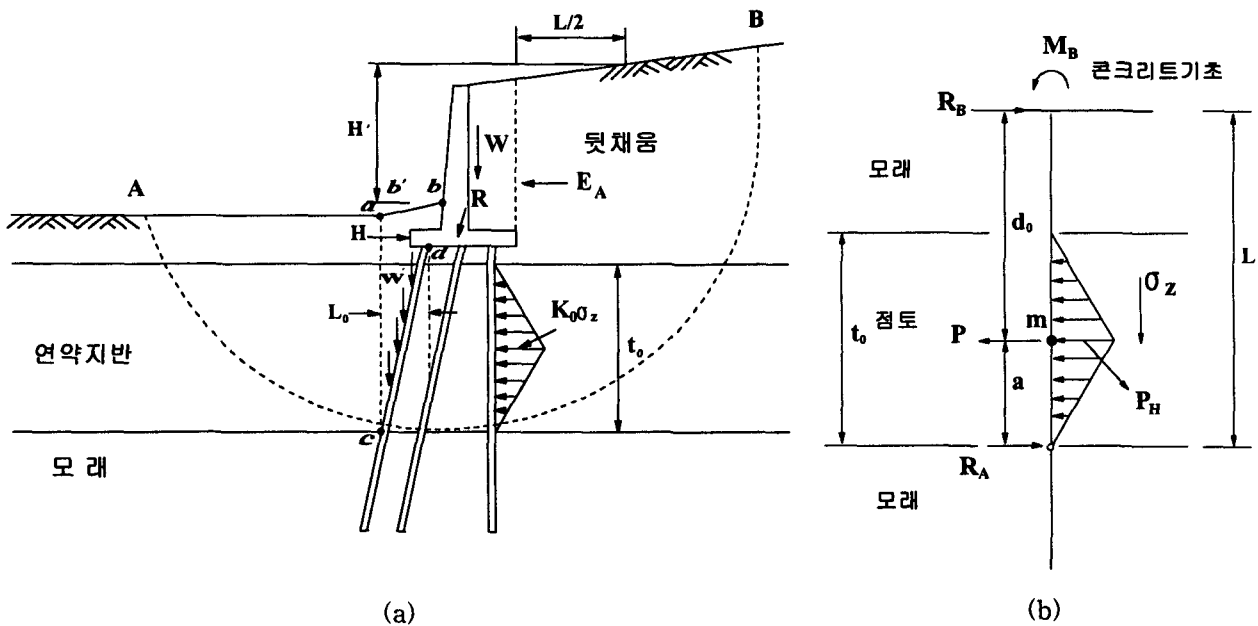


그림 20 Tschebotarioff 법

5.1.2 De Beer & Wallays 법⁽¹⁹⁾

De Beer & Wallays는 지반의 측방유동에 의하여 말뚝에 발생되는 휨모멘트를 계산함에 있어 1.6의 사면의 안전율 $(F_s)_{slope}$ 을 기준으로 하여 다음과 같이 구분하였다.

(a) $(F_s)_{slope} \geq 1.6$ 인 경우

이 경우는 상재하중 P에 의하여 연약지반속의 말뚝에 작용하게 될 측방토압 P_H 를 다음과 같이 제안하였다.

$$P_H = f P \quad (85)$$

$$f = \frac{(\alpha - \phi/2)}{(\pi/2 - \phi/2)} \quad (86)$$

여기서, α 는 그림 21과 같이 말뚝설치 위치와 사면과의 관계에서 구하도록 하였다. 여기서, H_f 는 단위체적중량이 γ_k 인 성토의 가상높이로 식(87)로 계산된다.

$$H_f = H \gamma_k / 1.8 \quad (87)$$

말뚝의 휨모멘트는 말뚝을 연약지반 상하의 견고한 지반에 가상지지된 상태로 생각하고 식(85)로 규정된 등분포토압을 받는 것으로 생각하였다.

(b) $(F_s)_{slope} < 1.6$ 인 경우

사면의 안전율이 1.6이하가 되는 경우는 그림 22의 (a)그림과 같이 가상원호활동면을 기준으로 사면안정계산에 말뚝의 저항을 고려함과 동시에 말뚝에는 (b)그림과 같이 활동면을 기준으로 상하에 각각 방향이 다른 수평토압이 작용하는 것으로 생각하여 모멘트를 구하도록 하였다.

여기서, 수평토압으로는 Brinch Hansen의 그림 5를 사용하도록 제안하였다. 또한 말뚝머리부의 저항력 H_B 와 활동면깊이 D_r 은 수평력과 모멘트의 평형조건으로부터 구하도록 하였다. 이 때 말뚝에 발생하는 모멘트 분포는 (c) 그림과 같다.

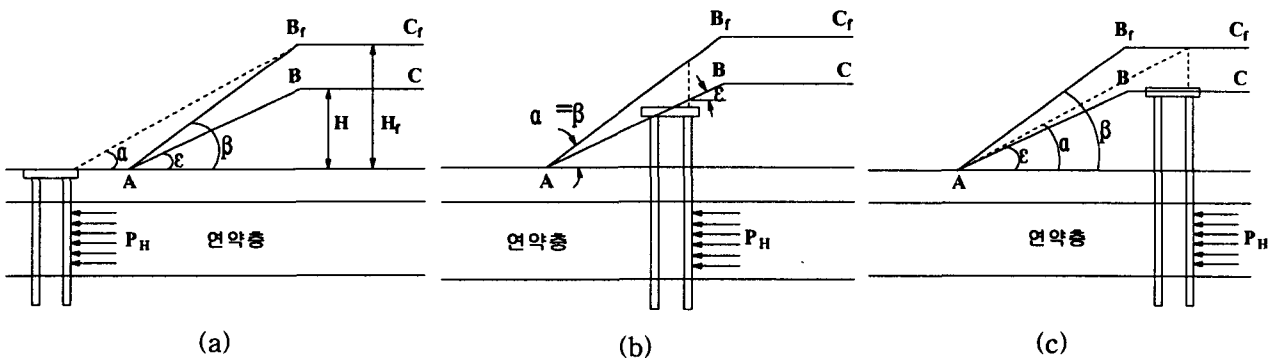


그림 21 De Beer & Wallays법($(F_s)_{slope} \geq 1.6$)

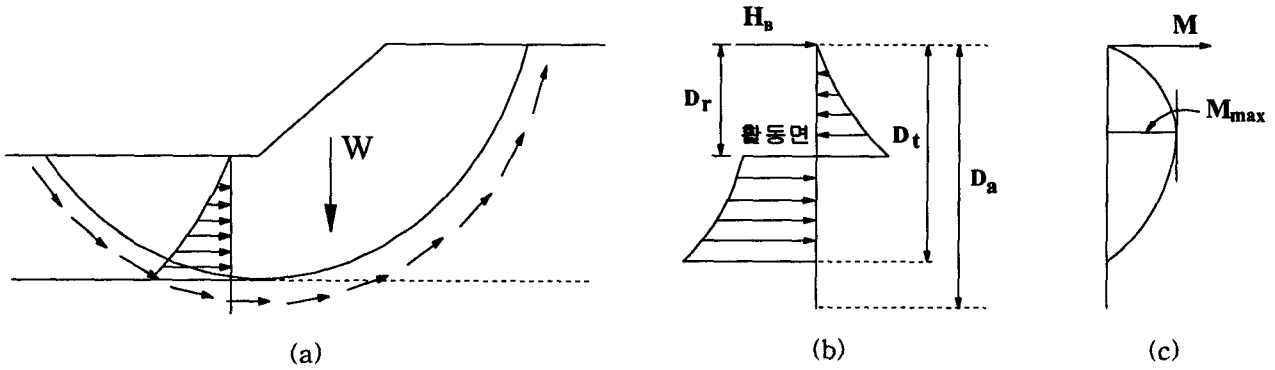


그림 22 De Beer & Wallays법($(F_s)_{slope} < 1.6$)

5.2 지반반력법⁽²⁹⁾

측방토압을 받는 수동말뚝의 거동 방정식으로 탄성보의 원리를 응용하여 Marche는 다음식을 사용하였다.⁽²⁹⁾

$$E_p I_p \frac{d^4 y}{dz^4} = P = k_h (y - y_s) \quad (88)$$

여기서, y_s 는 말뚝위에서 말뚝이 없을 경우에 대한 지반의 수평변위, k_h 는 지반반력계수로 깊이 z 와 $(y - y_s)$ 의 함수이다.

5.3 탄성법

Poulos는 탄성지반 속의 말뚝을 탄성보로 생각하였으며 이 탄성보의 거동을 해석하기 위하여 그림 23 과 같은 해석모델을 만들었다.⁽³³⁾ 즉 말뚝과 말뚝설치 위치의 지반을 n 개의 요소로 분할하여 말뚝과 지반의 변위방정식을 구하였다.

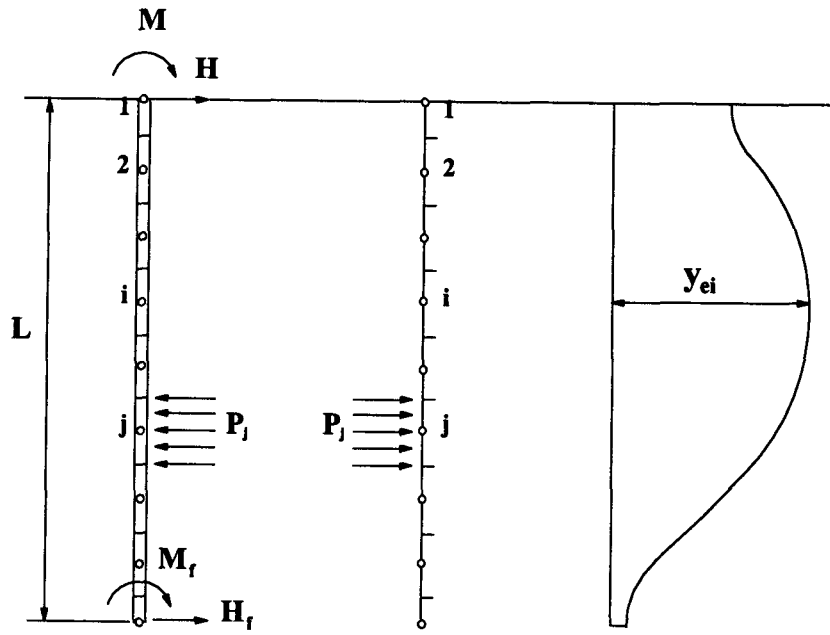
우선 말뚝의 변위방정식은 식(89)와 같다.

$$[D] \{y\} = -d L^4 / (E_p I_p) \{P\} \quad (89)$$

여기서, $\{y\}$ = 말뚝변위벡터
 $\{P\}$ = 수평토압벡터
 $[D]$ = 유한차분계수 매트릭스

한편 성토등에 의한 지반의 변위방정식은 식(90)과 같다.

$$\{y\} = d/E_{sr} \{E_{sr}/E_s\} [I] \{P\} + \{y_e\} \quad (90)$$



(a) 말뚝의 응력, 하중 및 모멘트 (b) 지반의 응력 (c) 지반의 수평변형량분포

그림 23 Poulos 해석법

여기서, E_{sr} = 지반계수의 참고치

E_s = 각절점에서의 지반계수

$\{E_{sr}/E_s\}$ = E_{sr}/E_s 의 벡터

$[I]$ = 지반변위요소의 매트릭스 <Mindlin의 해 이용>

$\{y_e\}$ = 외력지반변위 벡터

상기 두식에서 지반의 변위와 말뚝의 변위를 동일하다고 놓으면

$$[D + II/K_R n^4]\{y\} = [II]/(K_R n^4)\{y_e\} \quad (91)$$

여기서, $[II] = [I]^{-1}$

$$K_R = E_p I_p / E_{sr} L^4$$

5.4 유한요소법

지반의 응력-변형을 관계를 bilinear, multilinear, hyperbolic 등의 모델을 사용하여 해석한다.

Moser는 성토지반부근에 설치된 건물 기초말뚝에 작용하는 측방토압을 유한요소법으로 해석한 바 있다.⁽³⁰⁾ 여기서 흙의 거동을 해석하기 위하여 응력-변형을 거동을 Multilinear로 근사시켰다.

일반적으로 유한요소법은 수동말뚝해석에 비교적 정밀한 방법이지만은 하나 주어진 변형장내에서 말뚝을 고려하기에는 충분하지가 못하다. 왜냐하면 말뚝기초는 그러한 변형장내에서 반작용을 하게 되므로 이 경우 각 단계별 입력 자료가 변화하기 때문이다.

5.5 억지말뚝해석법

사면안정문제에 있어서 말뚝이 사면파괴면을 관통하여 설치되어있는 경우, 사면의 활동을 방지하는 말뚝의 효과가 기대된다. 그러나, 한편으로는 말뚝은 사면파괴면 상부의 토괴로부터 측방토압을 받게된다. 이 문제에 대처하기 위하여는 이 측방토압을 정확하게 산정하는 것이 매우 중요하다. 왜냐하면, 이 외력은 사면의 안정 및 말뚝의 안정에 동시에 관련되어 있기 때문이다. 즉 이 측방토압을 실제보다 크게 산정하여 설계한 경우 말뚝의 안정에 관하여는 안정측이나 사면의 안정에 관하여는 위험측이 된다. 반대로 측방토압을 실제보다 적게 산정하여 설계한 경우에는 그 반대로 된다. 그러나, 말뚝에 작용하는 측방토압의 발생기구는 복잡하기 때문에 정확하게 산정하기가 매우 어려워 강성벽에 사용하는 고전적 토압론에 의거한 토압을 사용하고 있는 실정이다.

일반적으로 말뚝이 설치된 사면안정문제에 있어서는 사면의 안정과 말뚝의 안정에 대한 두가지의 해석이 그림 24에서와 같이 실시되어야 한다.⁽²⁶⁾ 말뚝이 설치된 사면의 전체 안정은 사면과 말뚝 모두의 안정이 확보되었을 경우에만 비로소 가능할 것이다.

만약, 말뚝에 작용하는 측방토압 (혹은 붕괴 토괴에 저항하는 말뚝의 저항력)이 알려져 있다면, 먼저 말뚝의 안정이 수평하중을 받는 말뚝(주동말뚝)의 해석법을 응용하여 그림 24(b)와 같이 검토되어야 한다. 주동말뚝의 경우는 수평하중이 말뚝머리 부분에 집중하중으로 작용하나 수동말뚝은 사면파괴면 상부의 측방변형 지반을 통하여 말뚝에 분포하중으로 작용하게 된다.

이상의 말뚝안정 계산에서 말뚝의 안정이 확보되면 사면의 안정 계산이 그림 24(a)에서와 같이 파괴면의 전단저항 및 말뚝의 저항력을 고려하여 실시되어야 한다.

말뚝의 안정에 관하여는 그림 24(b)에 표시된 바와 같이 활동면상의 토괴에 의하여 말뚝이 $P(z)$ 의 측방토압을 받는다고 생각하면 주동말뚝에 대하여 이용하는 수평력을 받는 말뚝의 해석법이 적용될 수 있다. 단, 수동말뚝의 경우는 활동면상의 말뚝에 작용하는 측방토압은 분포하중이 된다.

측방토압을 분포하중으로 취급한 경우 말뚝에 관한 기본방정식은 말뚝에 작용하는 지반반력이 말뚝의 변위에 비례하는 것으로 가정하면 다음 식으로 표현된다.

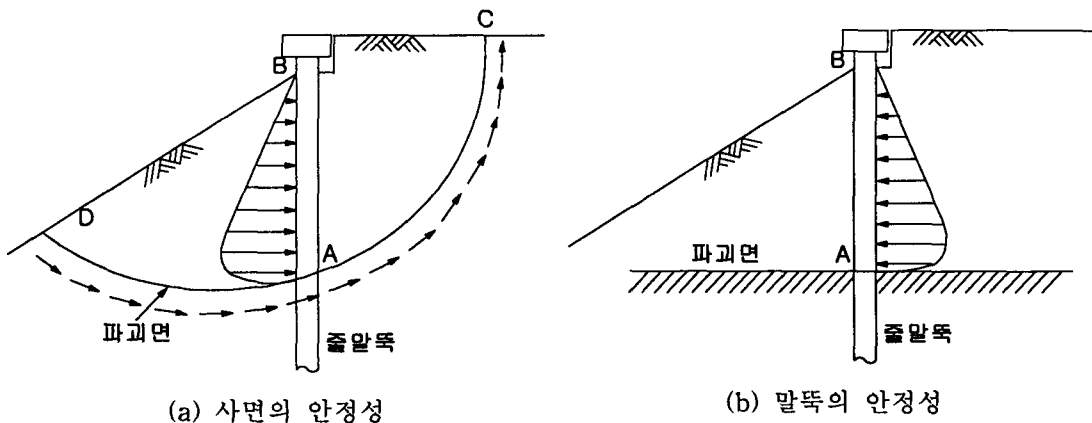


그림 24 억지말뚝이 설치된 사면의 안정해석법

$$\left\{ \begin{array}{l} E_p I_p \frac{d^4 y_1}{d z^4} = P_m(z) - E_{s1} y_1 \quad (-H \leq z \leq 0) \\ E_p I_p \frac{d^4 y_1}{d z^4} = -E_{s2} y_2 \quad (0 \leq \bar{z}) \end{array} \right\} \quad (92)$$

여기서, $\bar{z} = z - H$

\bar{z} : 지표면에서 부터의 깊이

H, H' : 파괴면에서 지표면 혹은 말뚝머리까지의 거리

y_1, y_2 : 파괴면 상하부의 말뚝의 변위

E_{s1}, E_{s2} : 파괴면 상하부의 지반계수

$E_p I_p$: 말뚝의 강성

이들 미분방정식의 일반해를 구하여 말뚝두부와 선단의 경계조건과 가상사면파괴면에서의 말뚝연속조건으로 해를 구할 수 있다. 여기서 줄말뚝에 작용하는 축방토압은 줄말뚝의 간격과 말뚝주변지반의 소성상태를 고려하여 유도 정리한 다음식으로 구할 수 있다.

$$P_m(\bar{z}) = a_m P(\bar{z}) \quad (93)$$

$$P(\bar{z})/d = K_{p1} c + K_{p2} \sigma_H(\bar{z}) \quad (94)$$

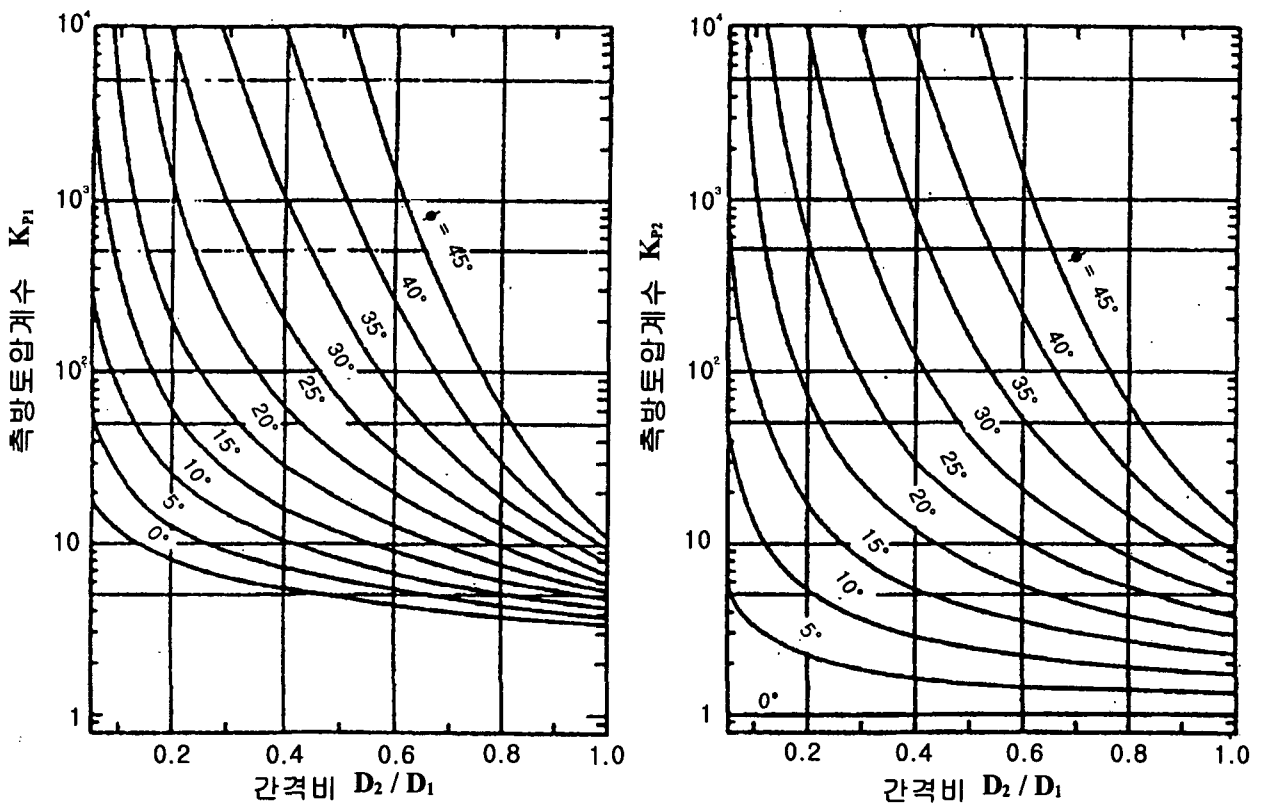


그림 25 축방토압계수 K_{p1} 과 K_{p2}

여기서 K_{p1} 과 K_{p2} 는 측방토압계수이고 그림 25를 이용하여 구할 수 있다. α_m 은 측방토압발달계수이고, σ_H 는 말뚝전면에 지반의 측방유동에 저항하여 작용하는 토압으로 Rakine주동토압을 사용한다.

통상 말뚝의 안정에 대한 안전율 $(F_s)_{pile}$ 은 허용휨응력 σ_{allow} 와 최대휨응력 σ_{max} 의 비로 다음과 같이 구한다.

$$(F_s)_{pile} = \sigma_{allow} / \sigma_{max} \quad (95)$$

단, 상기와 같이 휨파괴를 발생하지 않는 경우에는 말뚝의 전단응력에 의하여 다음과 같이 검토할 필요가 있다.

$$(F_s)_{pile} = \tau_{allow} / \sigma_{max} \quad (96)$$

여기서, τ_{allow} 는 허용전단응력, τ_{max} 는 최대전단응력이다. 식(95) 및 식(96)의 안전율이 1보다 클 때 말뚝의 안정이 확보될 수 있다.

사면의 안정에 관하여는 그림 24(a)에 표시한 바와 같이 원호활동토괴 CADBC에 작용하는 활동모멘트 M_d 와 저항모멘트 M_r 의 비교에 의하여 그 안정이 검토된다. 따라서, 사면의 안정에 대한 안전율 $(F_s)_{slope}$ 는 다음 식과 같이 표현된다.

$$(F_s)_{slope} = \frac{M_r}{M_d} = \frac{M_{rs} + M_{rp}}{M_d} \quad (97)$$

여기서 M_{rs} 는 파괴면 DAC에서의 전단저항력에 의한 저항모멘트, M_{rp} 는 AB면에서의 줄 말뚝의 저항에 의한 저항모멘트이다. 식(97)에서의 M_{rs} 및 M_d 는 통상의 사면안정해석에 있어서의 분할법에 의하여 얻어지며 M_{rp} 는 식(93) 및 식(94)를 이용하여 얻어진 말뚝 1개당의 측방토압과 가상사면파괴면상부 말뚝배면의 지반반력을 말뚝 중심간격으로 나눈 값을 이용하여 산정된다. 식(97)의 안전율이 소요안전율보다 큰 경우 사면의 안정이 얻어 질 수 있게 된다.

<문제 5-1>

오른쪽 그림에서 보는 바와 같이 단위중량 γ 가 2.0 t/m^3 인 연약점토층이 6m 두께로 분포되어 있는 지반위에 옹벽을 세우려고 한다. 직경 d 가 500mm인 말뚝을 점토지반을 관통하여 그 아래의 사질토지반까지 말뚝을 설치한다. 그 위에 옹벽을 설치한 후 뒷채움으로 성토를 한다. 이 때, 말뚝에는 연약지반의 측방유동으로 인하여 측방토압이 작용하게 된다. Tschebotarioff법을 사용하여 말뚝에 작용하는 측방토압(P_H)과 모멘트(M_B)를 구하시오(단, 옹벽교대 전후 지반의 높이차 H_0 는 10 m 이다).

<풀이>

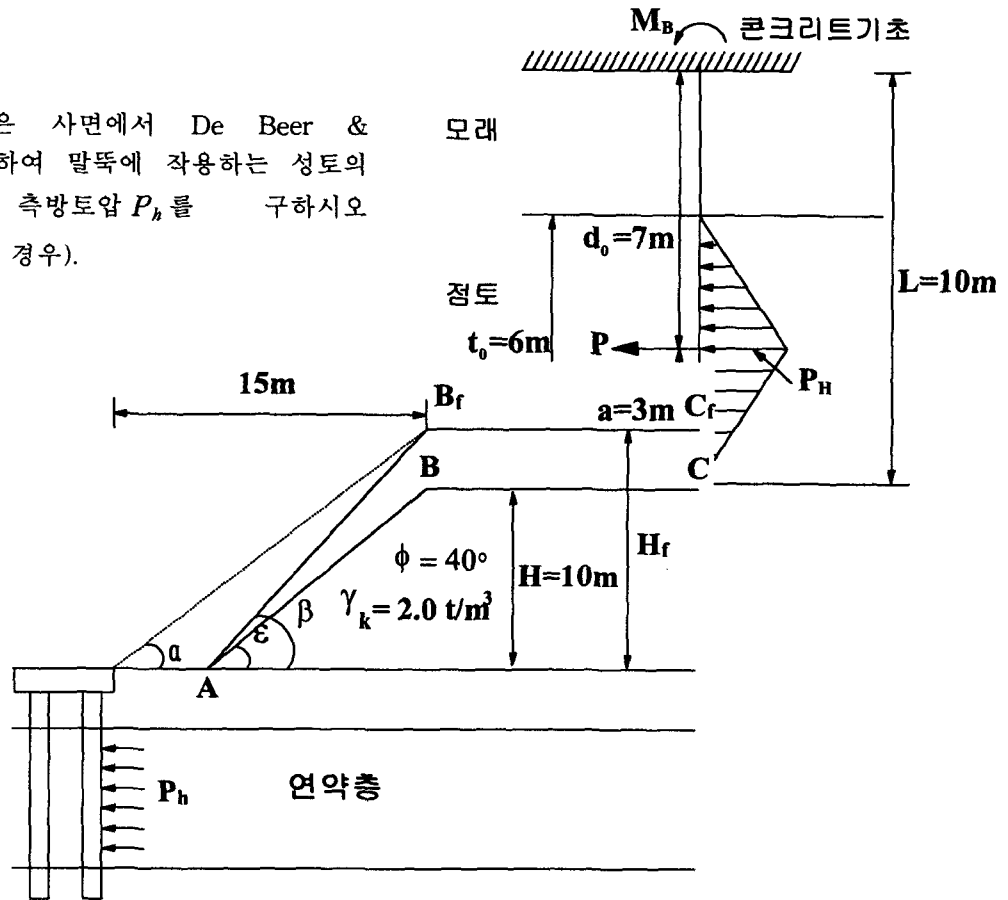
$$P_H = 0.8 d \gamma h' = 0.8 \times 0.5 \times 2 \times 10 = 8 \text{ (t/m)}$$

$$P = 0.9 P_H t / 2 = 0.9 \times 8 \times 6 / 2 = 21.6$$

$$M_B = - \frac{Pa(L^2 - a^2)}{2L} = - \frac{21.6 \times 3(10^2 - 3^2)}{2 \times 10} = -294.84 \text{ (t} \cdot \text{m)}$$

<문제 5-2>

아래그림과 같은 사면에서 De Beer & Wallays법을 적용하여 말뚝에 작용하는 성토의 가상높이 H_f 와 측방토압 P_h 를 구하시오
($(F_s)_{\text{slope}} \geq 1.6$ 인 경우).



<풀이>

$$H_f = H \cdot \gamma_k / 1.8 = 10 \times 2 / 1.8 = 11.11 \text{ (m)}$$

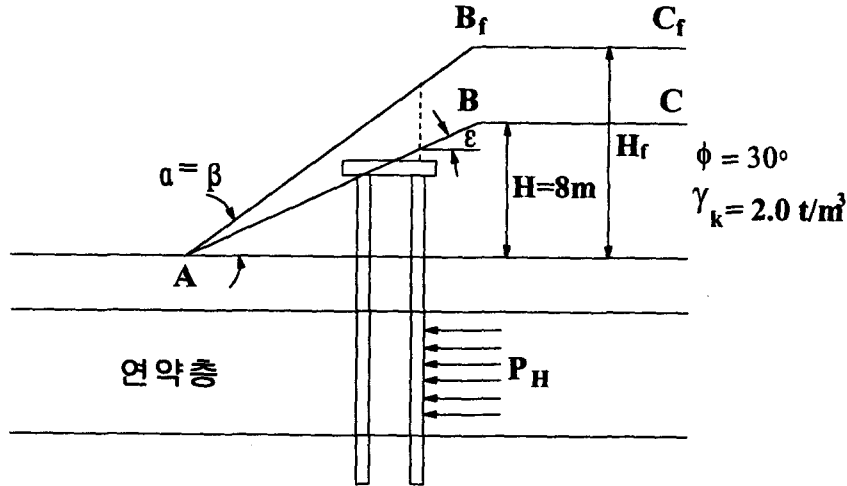
$$\tan \alpha = \frac{11.11}{15} \quad \therefore \alpha = 36.53^\circ$$

$$f = \frac{\alpha - \phi/2}{\pi/2 - \phi/2} = \frac{36.53 - 40/2}{\pi/2 - 40/2} = 0.24$$

$$P_h = fP = 0.24 \times 2.0 \times 10 = 4.8 \text{ (t/m}^2\text{)}$$

<문제 5-3>

아래그림과 같은 사면에서 원지반 사면의 경사각(ϵ)이 30° 라고 할 때, De Beer & Wallays법을 적용하여 말뚝에 작용하는 성토의 가상높이 H_f 와 측방토압 P_h 를 구하시오($(F_s)_{\text{slope}} \geq 1.6$ 인 경우).



<풀이>

$$H_f = H \cdot \gamma_k / 1.8 = 8 \times 2 / 1.8 = 8.89 \text{ (m)}$$

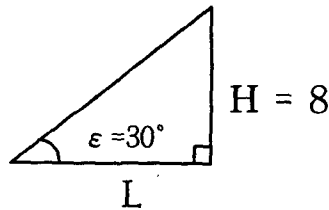
$$\tan 30 = \frac{8}{L} = 0.577$$

$$\therefore L = 17.33 \text{ m}$$

$$\tan \alpha = \frac{8.89}{17.33} \quad \therefore \alpha = 27.16^\circ$$

$$f = \frac{\alpha - \phi/2}{\pi/2 - \phi/2} = \frac{27.16 - 30/2}{\pi/2 - 30/2} = 0.162$$

$$P_h = fP = 0.162 \times 2.0 \times 8 = 2.59 \text{ (t/m}^2\text{)}$$



참고문헌

1. 홍원표(1982) “점토지반속의 말뚝에 작용하는 측방토압”, 대한토목학회논문집, 제2권, 제1호, pp.45-52.
2. 홍원표(1982) “모래지반속의 말뚝에 작용하는 측방토압”, 대한토목학회논문집, 제3권, 제3호, pp.45-52.
3. 홍원표(1983) “수평력을 받는 말뚝”, 대한토목학회지, 제31권, 제5호, pp.32-36.
4. 홍원표(1984) “측방변형지반속의 줄말뚝에 작용하는 측방토압”, 대한토목학회논문집, 제4권, 제1호, pp.59-68.
5. 홍원표(1984) “수동말뚝에 작용하는 측방토압”, 대한토목학회논문집, 제4권, 제2호, 1984, pp.77-88.
6. 홍원표(1984) “모래지반속에 설치된 단일말뚝의 극한수평저항력”, 중앙대학교 논문집, 제28집 자연과학편, pp.363-380.
7. 홍원표, 박래웅(1987) “단일주동말뚝의 극한수평저항력”, 대한토질공학회지, 제3권, 제3호, pp.21-30.
8. 홍원표(1991) “연약지반속 말뚝기초의 안정에 관한 문제점”, 토지개발기술, 제14호, pp.34-42.
9. 高速道路調査會(1979) 軟弱地盤上の橋臺基礎に関する調査研究報告書.
10. 横山辛滿(1978) くい構造物の計算法と計算例, 山海堂, 東京, pp.14-140.
11. 藤井喬 · 齊藤正忠(1976) Y.L. Changの方法による杭と版の計算圖表, 技報堂, 東京.
12. 日本土質工學會(1976) 鋼ク"イ- 鋼ク"イ研究委員會 報告-,1976, 東京, pp.61-170.
13. Broms, B.B.(1964) "Lateral resistance of piles in cohesive soils", Jour., SMFD, ASCE, Vol. 90. No. SM2, pp.27-63.
14. Broms, B.B.(1964) "Lateral resistance of piles in cohesionless soils", Jour., SMFD, ASCE, Vol. 90. No. SM3, pp.123-156.
15. Broms, B.B.(1972) "Stability of flexible structures(piles and pile groups)", General Report, Session 2, Proc., 5th ECSMFE, Madrid, Vol. 2, pp.239-269.
16. Davission, M.T. and Prakash, S. (1963) "A review of soil-pile behavior", Highway Research Record, No.39, pp.25-48.
17. Davission, M.T. and Gill, H.L.(1963) "Laterally-loaded piles in a layered soil system", Jour., SMFD, ASCE, Vol.89, No.SM3, pp.63-94.
18. Davission, M.T.(1970) "Lateral load capacity of piles", Highway Research Record, No. 333, pp.104-112.
19. De Beer, E.E. and Wallays, M.(1972) "Forces induced in piles by unsymmetrical surcharges on the soil around the pile", Proc., 5th ECSMFE, Madrid, Vol. 1, pp.325-332.
20. De Beer, E.E.(1977) "Piles subjected to static lateral loads", State-of-the-Art Report, Proc., 9th ICSMFE, Specialty Session 10, Tokyo, pp.1-14.
21. Douglas, D.J. and Davis, E.H.(1964) "The movement of buried footings due to movement and horizontal load and the movement of anchor plate", Geotechnique, Vol.14, No.2, pp.115-132.
22. Fransis, A.J.(1964) "Analysis of pile groups with flexural resistance", Jour., SMFD, ASCE, Vol.90, No.SM3.
23. Hong, W.P.(1980) Stability Analysis of Slope Containing Piles in a Row and Its Design Method, Thesis, Eng. Dr., Osaka University.
24. ISSMFE(1973) Lateral pressure of clayey soils on structures, Proc., 8th ICSMFE, Specialty Session 5, Moscow, Vol. 4.3, pp.227-280.
25. ISSMFE(1977) The effect of horizontal loads on piles due to surcharge or seismic effect, Proc., 9th ICSMFE, Specialty Session 10, Tokyo.
26. Ito, T., Matui, T. and Hong, W.P.(1979) "Design method for the stability analysis of the slope with

- landing pier", *Soils and Foundations*, Vol.19, No.4, pp.43-57.
27. Matlock,H. and Reese,L.C.(1960) "Generalized solution for laterally loaded piles", *Jour., SMFD, ASCE*, Vol.86, No.SM5, pp.63-91.
 28. Matlock,H.(1970) "Correlation for design of laterally loaded piles in soft clay", *Proc. 2nd Offshore Technology Conference, Houston,TX, Paper OTC 1204, Vol.1, pp.577-594.*
 29. Marche,R.(1973) Discussion, Specialty Session 5, *Proc., 8th ICSMFE, Moscow, Vol.4.3, pp.247-252.*
 30. Moser,M.A.(1973) "Lateral pressure of clayey soils on Structures", *Proc., 8th ICSMFE, Specialty Session 5, Moscow, Vol 4.3, pp.252-253.*
 31. Palmer,L.A and Thompson,J.B.(1948) "The earth pressure and deflection along the embedded lengths of piles subjected to lateral thrust", *Proc., 2nd ICSMFE, Rotterdam, Vol.5, pp.156-161.*
 32. Poulos,H.G.(1971) "Behavior of laterally loaded piles : I-Single piles", *Jour., SFMD, ASCE, Vol.97, No.SM5, pp.711-731.*
 33. Poulos,H.G.(1973) "Analysis of piles in soil undergoing lateral movement", *Jour. SMFD, ASCE, Vol. 99, No. SM5, pp.391-405.*
 34. Poulos,H.G. and Davis,E.H.(1980) *Pile Foundation Analysis and Design, John Wiley and Sons, New York, pp.143-249.*
 35. Prakash,S. and Sharma,H.D.(1990) *Pile Foundation in Engineering Practice, John Wiley & Sons, A Wiley-International Publication, pp.322-474.*
 36. Reese,L.C. and Matlock,H.(1956) "Non-dimensional solutions for laterally loaded piles with soil modulus assumed proportional to depth",*Proc.8th Texas Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Austin, TX, pp.1-41.*
 37. Reese,L.C., Cox,W.R. and Koop,F.D.(1974) "Analysis of laterally loaded piles in sand", *Proc.,6th Offshore Technology Conference, Houston, TX, Paper No. OTC 2080, pp.473-483.*
 38. Reese,L.C. and Welch,R.C.(1975) "Lateral loading of deep foundations in stiff clay," *Jour. GED, ASCE, Vol.101, No.GT7, pp.633-649.*
 39. Reese,L.C., Cox,W.R. and Koop,F.D.(1975) "Field testing and analysis of laterally loaded piles in stiff clay", *Proc.,7th Offshore Technology Conference, Houston, TX, Paper No. OTC 2312, pp.671-690.*
 40. Spillers,W.R. and Stoll,R.D.(1964) "Lateral respond of piles", *Jour., SMFD, ASCE, Vol.90, No.SM6, pp.1-9.*
 41. Tschebotarioff,G.P.(1973) *Foundation, Retaining and Earth Structures, McGraw-Hill, Kogakusha, Tokyo, pp.400-410.*
 42. Terzaghi,K.(1955) "Evaluation of coefficient of subgrade reaction", *Geotechnique, Vol.5, p.297*
 43. Van Leijdem,W.(1972) "Lateral loading of freestanding and fixed-headed piles em-bededin elastic C-type and S-type soils", *Proc., 5th ECSMFE, Madrid, Vol.1, pp.365-372.*