

RBRLS 알고리즘의 탭 가중치 갱신에 따른 MSE 성능 분석

°김 원 균*, 윤 찬 호*, 광 중 서*, 나 상 동*
★ 조선대학교 컴퓨터공학과

MSE Convergence Characteristic over Tap Weight Updating of RBRLS Algorithm Filter

Won-Kyun Kim, Chan-Ho Yun*, Jong-Seo Kwak*, Sang-dong Na*
★ Department of Computer Engineering Chosun University

ABSTRACT

We extend the sue of the method of least square to develop a recursive algorithm for the design of adaptive transversal filters such that, given the least-square estimate of this vector of the filter at iteration n-1, we may compute the updated estimate of this vector at iteration n upon the arrival of new data.

The RLS algorithm may be viewed as a special case of the Kalman filter. Indeed this special relationship between the RLS algorithm and the Kalman filter is considered. We begin the development of the RLS algorithm by reviewing some basic relations that pertain to the method of least squares. Then, by exploiting a relation in matrix algebra known as the matrix inversion lemma, we develop the RLS algorithm. An important feature of the RLS algorithm is that it utilizes information contained in the input data, extending back to the instant of time when the algorithm is initiated. The resulting rate of convergence is therefore typically an order of magnitude faster than the simple LMS algorithm. This improvement in performance, however, is achieved at the expensive of a large increase in computational complexity.

I. 서 론

최소 자승 기법은 적응 필터링, 신호 전파, 배열 신호 처리, 채널 등화기 등에서 사용된 것과 같은 현대 신호 처리와 통신 방법의 전 분야에 걸쳐 기여하고 있다. 최소 자승 알고리즘의 효율적인 구현, 즉 반복적 최소 자승 알고리즘은 현대 신호처리의 고성능과 속도 개선을 충족시켜 주기 위하여 필요하다. 횡단선 필터와 격자 필터는 반복적 최소 자승 알고리즘을 효율적으로 수행한다[1,2,3,6].

적용 횡단선 필터의 탭 가중치 벡터의 최소 자승 평가가 주어진 상황에서 반복적인 알고리즘을 개발하기 위해 최소 자승의 방법을 확장하여 새로운 데이터의 입력되는 곳에서 반복에 의한 벡터의 탭 가중치를 갱신함으로써 갱신된다. 선형 적응 필터를 위해 중요한 도구로서 반복적 최소 자승 알고리즘을 개발하는 것이다. 최소 자승의 방법에 적합한 기본적인 관계에 역행렬 정리라고 하는 행렬 대수식을 이용함으로써 재순환 버퍼 RLS 알고리즘의 개발이 이루어진다. 재순환 버퍼 RLS 알고리즘의 중요한 형태는 입력 데이터에서 포함된 정보를 사용하는 것이고, 알고리즘이 시작될 때 탭 가중치 벡터의 갱신은 전방 추정 에러를 이용한 다. 그러므로 반복적 최소 자승 알고리즘을 이용한 평균 자승 에러의 수렴 특성은 최소 자승 알고리즘보다 빠르게 수렴되어지나 계산의 복잡성이 증가하는 문제가 발생한다 [15,6,8,18].

본 논문은 적응 횡단선 필터에서 수렴 속도의 개선을 위해 기존의 최소 평균 자승 알고리즘을 확장한 반복적 최소 자승 알고리즘의 탭 가중치 갱신 메카니즘에 재순환 데이터 버퍼를 이용함으로써 수렴특성을 개선시키는 효율적인 기법을 제시한다. 적응 횡단선 필터의 탭 가중치를 적응 제어하기 위해 단일 탭 입력 벡터를 이용하는 대신에 몇 개의 한정된 터퍼를 두어 폐기된 데이터를 재사용함으로써 새로운 반복적 최소 자승 탭 가중치 갱신 알고리즘 이용하여 빠른 수렴 특성이 나타나는 새로운 구조를 제안하고, 버퍼가 사용되지 않는 경우의 최소 평균 자승 에러와 비교해

서 수렴속도가 데이터 재순환 버퍼 수 배 만큼 증가되는 것을 수학적 연산을 통해 증명하였다. 또한 제안된 구조에서 새로운 반복적 최소 자승 탭 가중치 갱신 알고리즘의 이론적 분석이 채널의 진폭 왜곡에 의한 고유치 확산, 재순환 데이터 버퍼수에 따른 컴퓨터 시뮬레이션 결과와 일치함을 보여줌으로써 제안된 알고리즘의 신호 간섭 제거가 보다 효율적으로 이루어짐을 증명하였다.

II. 데이터 재순환 필터 구조

재순환 버퍼 RLS 알고리즘의 수렴 특성을 개선하기 위해 새로운 데이터 재순환 필터 구조를 제안한다. 제안된 구조는 다중 선형 회귀 적응 횡단선 필터에서 탭 가중치 벡터를 갱신하기 위해 단일 탭 입력 데이터 $u(n)$ 을 이용하는 대신에 몇몇의 한정된 버퍼에 폐기된 입력 데이터 $u(n-1), u(n-2), u(n-3), \dots$ 을 이용함으로써 새로운 재순환 버퍼 RLS 알고리즘의 적응 탭 가중치 벡터의 갱신 처리와 재활용 데이터에 이용되는 버퍼를 갖는 구조로서 그림 1과 같다. 그림 1은 탭 a, b 에 각각 버퍼를 두어 폐기된 입력 데이터를 재활용하는 새로운 구조로서 처음에 탭 a 의 버퍼에서 재사용 데이터 $u(n-3)$ 와 탭 b 의 버퍼에서 재 사용된 입력 데이터 $u(n-4)$ 은 전방 추정 에러 $\xi(n,3)$ 를 이용하여 $\hat{w}(n,3)=[\hat{w}_0(n,3), \hat{w}_1(n,3)]$ 을 $\hat{w}(n,2)=[\hat{w}_0(n,2), \hat{w}_1(n,2)]$ 로 갱신하고, $\hat{w}(n,2)=[\hat{w}_0(n,2), \hat{w}_1(n,1)]$ 은 탭 a 의 $u(n-2)$ 와 탭 b 의 $u(n-3)$ 와 $\xi(n,2)$ 을 이용하여 $\hat{w}(n,1)=[\hat{w}_0(n,1), \hat{w}_1(n,1)]$ 로 갱신된다.

이러한 과정을 반복 수행함으로써 최종적인 탭 가중치 벡터 $\hat{w}(n,-1)$ 은 제안된 적응 횡단선 필터의 다음 실제 출력 추정치 $\hat{x}(n)$ 을 생성하는데 이용되는 횡단선 필터 탭 가중치 $\hat{w}(n-1)$ 에 복사된다. 데이터 재순환을 이용하여 횡단선 필터

의 적용 탭 가중치 벡터 갱신을 하기 위한 처리과정은 먼저 탭 입력 벡터 $u(n)$ 과 탭 가중치 벡터 $\hat{w}(n)$ 을 초기화하고, 재순환 데이터 버퍼 B 를 결정하며, 전방 추정 에러 $\xi(n)$ 을 이용하여 적용 횡단선 필터의 재순환 버퍼 RLS 알고리즘 적용 탭 가중치 벡터 $\hat{w}(n)$ 을 갱신하기 위해 재순환 데이터 버퍼 수만큼 반복하여 갱신한다. 마지막으로 적용 횡단선 필터 실제 출력 추정치 $\hat{d}(n)$ 을 생성하는데 이용되는 탭 가중치 벡터 $\hat{w}(n-1)$ 을 $\hat{w}(n)$ 에 복사함으로써 재순환 데이터를 이용한 새로운 RLS 알고리즘 탭 가중치 벡터 갱신이 이루어진다.

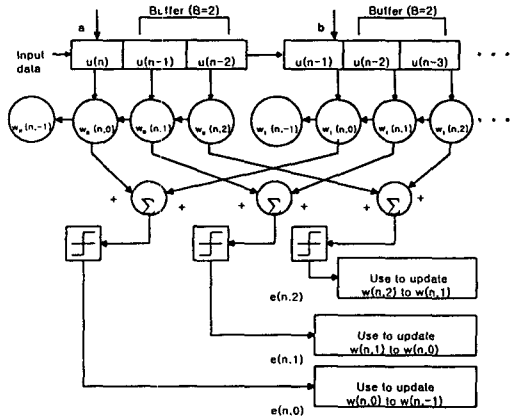


그림 1. 데이터 재순환 버퍼를 이용한 횡단선 필터 구조

그림 1에서 나타낸 재순환 데이터 버퍼를 이용한 적용 횡단선 필터의 실제 출력 추정치 $\hat{d}(n)$ 은 탭 입력 벡터 $u(n)$ 과 탭 가중치 벡터의 내적으로서 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{d}(n) = \sum_{i=1}^{M+1} w_i(n-1)u(n) = \hat{w}^H(n-1)u(n) \quad (1)$$

전방 에러 신호 $\xi(n)$ 은 원하는 응답 $d(n)$ 과 적용 횡단선 필터 실제 출력 $\hat{d}(n)$ 사이의 차로써 정의하고, 데이터 재순환 버퍼를 이용한 재순환 버퍼 RLS 알고리즘을 이용함으로써 적용 탭 가중치 조절 메커니즘을 통하여 조절된 탭 가중치 벡터는 식 (2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{w}(n) = \hat{w}(n-1) + k(n) \sum_{i=1}^M \xi^*(n, i) \quad (2)$$

식 (2)의 우변항에서 나타난 전방 추정 에러 $\xi(n)$ 은 식(3)과 같다.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^M \xi(n) &= e_0(n) - \sum_{i=1}^M [\hat{w}(n-1, i) - w_0] u(n-i) \\ &= e_0(n) - \sum_{i=1}^M \epsilon^H(n-1, i) u(n-i) \end{aligned} \quad (3)$$

위 식에서 $\epsilon(n-1, i)$ 은 재순환 데이터 버퍼 수에 따른 $n-1$ 번째 가중치 에러 벡터이다.

III. RLS 탭 가중치 갱신 알고리즘

재순환 버퍼 RLS 알고리즘에 대해 성능의 지표로서 평균 자승 에러를 정의하기 위한 전방 추정 에러 $\xi(n)$ 을 사용함으로써 식 (4)을 구할 수 있다.

$$J(n) = \sum_{i=1}^M E[|\xi(n)|^2] \quad (4)$$

심볼 $J(n)$ 에서 중요한 것은 에러 $e(n)$ 의 평균 자승 값으로부터 $\xi(n)$ 의 평균 자승 에러 값을 구분하는 것이다. 식

(4)에서 식(3)을 대입함으로써 식(5)와 같은 확장된 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} J(n) &= E[|e_0(n)|^2] + \sum_{i=1}^M (E[u^H(n-i)\epsilon(n-1, i) \\ &\quad \epsilon^H(n-1, i)u(n-i)] \\ &\quad - E[\epsilon^H(n-1, i)u(n-i)e_0^*(n)] \\ &\quad - E[e_0(n)u^H(n-i)\epsilon(n-1, i)]) \end{aligned} \quad (5)$$

추정 $e_0(n)$ 은 0 평균이라고 가정함으로써 식(5)의 오른쪽 항에서 첫 번째 기대값은 간단하게 $e_0(n)$ 의 분산이며, σ^2 으로 나타낸다. 또한 식(5)의 우변항에서 나타난 두 번째 기대값은 $\hat{w}(n-1, i)$ 추정과 가중치 에러 벡터 $\epsilon(n-1, i)$ 은 탭 입력 벡터와 무관하며, 영 평균의 넓은 의미의 통계로부터 유도할 수 있다. 그러므로 식 (5)의 오른쪽 두 번째 기대값을 나타내기 위해 행렬 대수로부터 얻은 결과를 이용하여 이러한 통계적 독립성을 이용하면 식 (6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^M E[u^H(n-i)\epsilon(n-1, i)\epsilon^H(n-1, i)u(n-i)] \\ &= \sum_{i=1}^M E[tr\{u(n-i)u^H(n-i)\epsilon(n-1, i)\epsilon^H(n-1, i)\}] \\ &= \sum_{i=1}^M tr\{E[u(n-i)u^H(n-i)]E[\epsilon(n-1, i)\epsilon^H(n-1, i)]\} \\ &= \sum_{i=1}^M tr\{RK(n-1, i)\} \end{aligned} \quad (6)$$

위 식 (6)의 마지막 항에서 조화 평균 상관 행렬 R 과 가중치 에러 상관 행렬 $K(n-1)$ 의 정의를 이용한다.

추정 에러 $e_0(n)$ 은 탭 입력 벡터에 의존한다. 그러므로 가중치 에러 벡터 $\epsilon(n-1)$ 은 $u(n)$ 과 $e_0(n)$ 에 달려 있다. 따라서 식 (5)의 우변항에서 세 번째 기대치는 다음 식 (7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^M E[\epsilon^H(n-1, i)u(n-i)e_0^*(n)] \\ &= \sum_{i=1}^M E[\epsilon^H(n-1, i)]E[u(n-i)e_0^*(n)] \end{aligned} \quad (7)$$

직교 원리로부터 탭 입력 벡터 $u(n)$ 의 모든 원소가 추정치 에러 $e_0(n)$ 과 직교가 이루어진다는 것을 알 수 있다. 그러므로 위에서 나타난 식의 값은 식 (8)에서 나타낸 바와 같이 0임을 알 수 있다.

$$\sum_{i=1}^M E[\epsilon^H(n-1, i)u(n-i)e_0^*(n)] = 0 \quad (8)$$

식 (5)의 우변 항에서 네 번째 기대치와 마지막 기대치는 결재 복소수를 제외하고는 두 번째 단계에서 고려된 것과 같이 동일한 수학적인 식을 갖는다. 그러므로 네 번째 기대치 또한 동일한 0의 값을 갖는다는 것을 식(9)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sum_{i=1}^M E[e_0(n)u^H(n-i)\epsilon(n-1, i)] = 0 \quad (9)$$

그러므로 에러 $e_0(n)$ 의 기대값은 분산 σ^2 과 동일하고 식 (5)에서 식(6)과 식(9)의 결과를 이용함으로써 재순환 버퍼 RLS 알고리즘에서 평균 자승 에러에 대한 식 (10)과 같은 간단한 식을 얻는다.

$$J(n) = \sigma^2 + \sum_{i=1}^M tr\{RK(n-1, i)\} \quad (10)$$

가중치 에러 상관행렬 $K(n)$ 은 다음 식(11)와 같다.

$$K(n) = \frac{\sigma^2}{n-M-1} R^{-1}, \quad n > M+1 \quad (11)$$

다음에 식(10)에서 식(11)을 대입하면 $\lambda=1$ 인 경우에 대해서 식(12)을 얻을 수 있다.

$$J(n) = \sigma^2 + B \frac{M\sigma^2}{n-M-1}, \quad n > M+1 \quad (12)$$

이러한 결과는 재순환 버퍼 RLS 알고리즘의 조화 평균 학습 곡선의 평균 자승 에러값에 대한 반복 수 n 에 대해서 데이터 재순환 버퍼 B 개를 이용한 수렴속도가 버퍼가 사용되지 않는 경우의 수렴 속도보다 B 배만큼 빠르게 수렴한다는 것을 식 (12)의 수학적 연산을 통해 입증하였다. 식 (12)에서 나타낸 M 은 횡단선 필터에서 탭의 수를 나타낸다. 이것은 또한 재순환 버퍼 RLS 알고리즘 수렴율이 전형적으로 LMS 알고리즘보다 훨씬 더 빠르다는 것을 의미한다. 무한대로 접근하는 반복수 n 에 대해서 평균 자승 에러 $J(n)$ 은 추정 에러 $e_0(n)$ 의 분산 σ^2 와 동일한 최종 값에 접근한다. 즉 이론적으로 재순환 버퍼 RLS 알고리즘은 통계적 환경에서 연산 될 때 평균 자승 에러를 초과하는 0의 값을 산출한다. 또한 평균 자승에서 재순환 버퍼 RLS 알고리즘의 수렴은 입력 벡터 $u(n)$ 의 조화 평균 상관 행렬 R 의 고유치 값과는 무관하다는 것을 알 수 있다. LMS 알고리즘의 확장을 통한 재순환 버퍼 RLS 알고리즘 수렴율에서 위에서 언급한 개선은 추정 에러 $e_0(n)$ 이 원하는 응답 $d(n)$ 과 비교해서 적을 때 즉 신호 대 간섭비가 높을 때만 유지된다.

IV. 컴퓨터 시뮬레이션 결과 및 분석

컴퓨터 시뮬레이션을 위해 적용 횡단선 필터에서 왜곡을 생성하는 선형 분산 채널의 간섭을 제거하기 위해 재순환 버퍼 RLS 알고리즘을 이용하며, 모든 데이터는 실수 값으로 가정한다. 그림 2는 적용 횡단선 필터에서 시뮬레이션을 위한 블록도를 나타내고 있다.

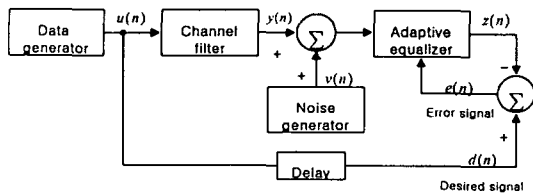


그림 2. 적용 횡단선 필터 시뮬레이션 블록도

발생된 랜덤 순열 (x_n)은 ± 1 을 가진 Bernoulli 순열로 구성되어 횡단선 필터에 입력되고, 영-평균과 단위 분산을 갖고, 발생된 순열을 채널에 입력한 후의 채널 임펄스 응답은 식 (13)과 같다.

$$h_n = \begin{cases} \frac{1}{2} \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{W}(n-2)\right) \right], & n=1,2,3 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (13)$$

위 식에서 매개변수 W 는 채널에 의해 생성된 왜곡의 진폭 크기와 증가를 나타낸다.

또한 매개변수 W 는 적용 횡단선 필터에서 탭 입력 상관 행렬의 고유치 확산 $\chi(R)$ 을 조절하고, 고유치 확산은 W 값에 증가하면 증가된다. 두 번째 랜덤 발생기에서 생성된 부가적 백색 가우시안 잡음 순열 $v(n)$ 은 영-평균과 0.0001의 분산 값을 가진다.

적용 횡단선 필터의 상관 행렬을 나타내기 위해 반복 수 n 에 대한 등화기의 첫 번째 탭 입력은 식 (14)과 같다.

$$u(n) = \sum_{k=1}^M h_k a(n-k) + v(n) \quad (14)$$

식 (14)에서 모든 매개변수는 실수 값이다. 그러므로 등화기의 11개 탭 입력 $u(n), u(n-1), \dots, u(n-10)$ 들에 대한 상관 행렬 R 은 11×11 의 대칭 행렬이다. 또한 임펄스 응답 h_k 은 $n=1, 2, 3$ 인 경우에 대해 0이 아닌 값을 가지며, 잡음 처리 $v(n)$ 은 영-평균 백색 가우시안이고, 분산은 σ_v^2

이며, 상관 행렬 R 은 식 (15)와 같다.

$$R = \begin{bmatrix} r(0) & r(1) & r(2) & 0 & \dots & 0 \\ r(1) & r(0) & r(1) & r(2) & \dots & 0 \\ r(2) & r(1) & r(0) & r(1) & \dots & 0 \\ 0 & r(2) & r(1) & r(0) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & r(0) \end{bmatrix} \quad (15)$$

즉, 상관행렬 R 은 $r(0)$ 일 때 주 대각선으로 하여 위, 아래에 두 개의 대각선을 가진 형태로 나타난다. 식 (19)에서 $r(0) = h_1^2 + h_2^2 + h_3^2 + \sigma_v^2$, $r(1) = h_1 h_2 + h_2 h_3$, $r(2) = h_1 h_3$ 을 의미한다. 백색 가우시안 잡음 분산인 σ_v^2 가 0.001이면 h_1, h_2, h_3 은 식 (12)에서 매개변수 W 에 할당된 값에 의해 결정된다. 식 (13)과 (15)를 이용하여 $l=0, 1, 2$ 에 대해 자동 상관 함수 $r(l)$ 의 값을 구할 수 있다. 매개변수 W 에 따라 상관 행렬 R 의 가장 큰 고유치에 가장 적은 고유치로 나눔으로써 고유치 확산 $\chi(R)$ 을 구할 수 있다.

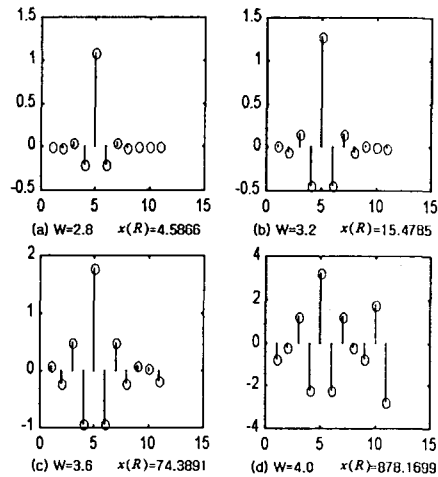


그림 3. 각각 4개의 다른 고유치 확산에 대한 적용 횡단선 필터의 임펄스 응답

그림 3은 매개변수 W 가 2.8일 때 상관 행렬 R 의 가장 큰 고유치는 1.8605로 나타나고, 가장 적은 고유치는 0.5440이다. W 가 3.2일 때 가장 큰 고유치는 2.5504이고, 가장 적은 고유치는 0.2235임을 알 수 있다.

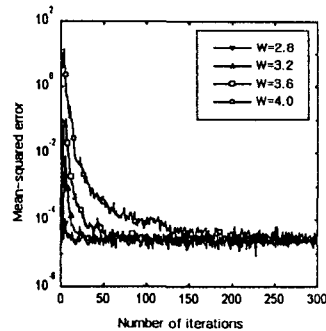


그림 4. 탭 수 $M=11$, 표준 편차 매개변수 $\sigma=0.01$ 에서 다양한 고유치 확산 $\chi(R)$ 에 따른 적용 횡단선 필터의 RLS 알고리즘 학습곡선

또한 W 가 3.6일 때 가장 큰 고유치는 3.2377으로 가장 적

은 고유치는 0.0922으로 나타난다. W 가 4.0일 때 가장 큰 고유치는 3.8712이고, 가장 적은 고유치는 0.0044임을 알 수 있다. 따라서 고유치 확산 영역은 W 가 2.8일 때 4.5866로, W 가 3.2일 때는 5.4785로 나타난다. 매개변수 W 가 3.6일 때는 74.3891로 나타나고, W 가 4.0일 때는 878.1699으로 분포되어짐을 알 수 있다.

그림 4는 탭 지수 M 이 11이고 가우시안 잡음 분산 값 매개 변수 σ^2 를 0.0001로 설정하여 다양한 고유치 확산 범위 $\chi(R)$ 에 따른 재순환 버퍼 RLS 알고리즘 평균 자승 에러의 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 나타내고 있다. 위 시뮬레이션 결과로부터 고유치 확산 영역이 증가함에 따라 평균 자승 에러 값이 증가함을 알 수 있다.

적용 횡단선 필터에서 재순환 버퍼 RLS 알고리즘을 이용한 컴퓨터 시뮬레이션은 적용 횡단선 필터에서 입력되는 채널의 시간 분산을 이용하였으며, 채널의 임펄스 응답은 식 (13)을 이용하였다. 제안된 재순환 데이터 버퍼를 이용한 적용 횡단선 필터에서 컴퓨터 시뮬레이션을 위해 사용된 필터의 탭 수는 11개로 설정하였으며, 백색 가우시안 잡음 분산 값 σ_n^2 은 0.0001로 하였다.

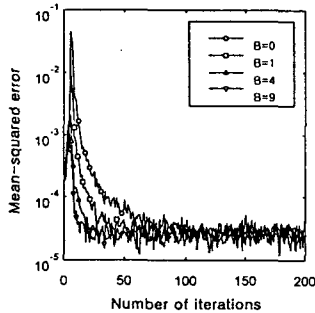


그림 5. 탭 수 $M=11$, 표준 편차 매개변수 $\sigma=0.01$, 고유치 확산 $\chi(R)=46.8216$, 재사용 데이터 버퍼 $B=0, 1, 4, 9$ 를 가진 재순환 버퍼 RLS 알고리즘의 평균 자승 에러 학습 곡선

그림 5는 위에서 나타낸 변수를 동일하게 설정한 상태에서 고유치 확산 $\chi(R)$ 은 878.1699으로 고정하여 제안된 재순환 데이터 버퍼 B 를 0개, 1개, 4개, 9개를 이용하였을 경우의 재순환 버퍼 RLS 알고리즘을 적용한 시뮬레이션 결과로서 반복 수를 300번으로 할 때 평균 자승 에러값을 나타내고 있다. 그림 4에서 나타낸 시뮬레이션 결과로부터 적용 횡단선 필터에 탭 수에 따른 재순환 데이터 버퍼 수를 증가함으로써 데이터 버퍼가 없는 경우의 재순환 버퍼 RLS 알고리즘의 시뮬레이션 결과보다 수렴속도가 B 배만큼 점차적으로 개선되어진다는 것을 알 수 있으며, 또한 버퍼 수를 점차적으로 증가시키면 재순환 버퍼 RLS 알고리즘의 평균 자승 에러 비의 학습 곡선이 버퍼 수에 비례하여 개선됨을 알 수 있으며, 이는 시뮬레이션 결과로부터 식 (12)의 수학적 연산의 타당성을 입증할 수 있었다.

그림 5와 같이 일정한 평균 자승 값의 수렴에 필요한 샘플의 수가 134개, 67개, 23개, 15개에 이른다는 것을 알 수 있으며, 위 시뮬레이션의 결과로부터 적용 횡단선 필터에 사용된 재순환 데이터 버퍼 구조에서 제안된 재순환 버퍼 RLS 알고리즘을 적용함으로써 조정된 탭 가중치 버퍼에 비례하여 평균 자승 수렴의 속도는 재순환 데이터 버퍼 수 B 가 증가함으로써 B 배 만큼 증가한다는 것을 알 수 있었고 결국, 제안된 알고리즘이 신호 간섭 제어가 보다 효율적으로 이루어짐을 컴퓨터 시뮬레이션에 의해 증명되었다

VI. 결 론

본 논문은 적용 횡단선 필터에서 수렴 속도의 개선을 위해 기존의 최소 평균 자승 알고리즘을 확장한 반복적 최소 자승 알고리즘의 탭 가중치 갱신 메커니즘에 재순환 데이터 버퍼를 이용함으로써 수렴특성을 개선시키는 효율적인

기법을 제시하였다.

적용 횡단선 필터에서 적용 탭 가중치 갱신을 위해 최소 자승의 방법을 확장하여 역행렬 정리를 이용함으로써 반복적 최소 자승 알고리즘을 나타내었다. 기존의 적용 횡단선 필터에 데이터 재순환 버퍼 구조를 제안하여 새로운 RLS 탭 가중치 갱신 알고리즘을 유도하여 조화 평균 학습 곡선의 평균 자승 에러 값에 대한 반복 수 n 에 대해서 데이터 재순환 버퍼를 사용한 학습 곡선의 수렴 속도가 버퍼가 없는 경우의 재순환 버퍼 RLS 알고리즘의 수렴 속도보다 비례하여 빠르게 수렴한다는 것을 수학적 연산을 통해 증명하였다. 또한 새로운 RLS 탭 가중치 갱신 알고리즘의 수렴 특성은 평균 자승 에러에서 입력 벡터 $u(n)$ 의 조화 평균 상관 행렬 R 의 고유치 값과는 무관하다는 것을 알 수 있었다. 다양한 고유치 확산 범위 $\chi(R)$ 에 따른 재순환 버퍼 RLS 알고리즘 평균 자승 에러 값이 고유치 확산 영역이 증가함에 따라 증가하였다. 컴퓨터 시뮬레이션의 결과로부터 적용 횡단선 필터에 사용된 재순환 데이터 버퍼 구조에서 제안된 재순환 버퍼 RLS 알고리즘을 적용함으로써 조정된 탭 가중치 벡터에 비례하여 평균 자승 수렴의 속도는 재순환 데이터 버퍼 수 B 가 증가함으로써 B 배만큼 증가한다는 것을 알 수 있었고 결국, 제안된 알고리즘이 채널 임펄스 응답 신호의 심볼간 간섭 신호를 보다 효율적으로 제거할 수 있었다. 또한 채널 진폭의 왜곡의 정도와 재순환 데이터 버퍼 수에 따른 평균 자승 에러에 대한 시뮬레이션 결과로부터 고유치 확산이 증가함에 따라 특정 값에 수렴하기 위한 요구된 샘플의 반복 수가 비례하여 증가하였으며, 재순환 데이터 버퍼 수 B 가 증가함에 따라 요구된 샘플의 반복수가 B 배만큼 감소함으로써 제안된 구조에서 RLS 가중치 갱신 알고리즘의 수렴특성이 개선됨을 알 수 있었다.

[참고문헌]

- [1] M.G Bellanger, "Computational complexity and accuracy issues in fast least squares algorithms adaptive filtering", Proc. IEEE ISCAS, pp.2635-2639, Finland,1988.
- [2] J.M. Cioffi, "Limited-precision effects in adaptive filtering", IEEE Trans. CAS, VOL CAS-34, pp.821-833, July, 1987.
- [3] J.M. Cioffi, "The fast Householder filters RLS adaptive filter", Proc. IEEE ICASSP, pp.1619-1622, Albuquerque, April 1990.
- [4] W.M Gentleman and H.T. Kung, "Matrix triangularization by systolic arrays", Proc. SPIE, Vol 298, Real Time Signal Processing IV, pp.298, 1981.
- [5] G. H Golub and C. F. Van Loan, Matrix Computations, 2nd ed., Baltimore, MD:Johns Hopkins University Press, 1989.
- [6] S. Haykin, Adaptive Filter Theory, Prentice Hall Inc., 1986.
- [7] D.E. Heller and I.C.F. Ipsen, "Systolic networks for orthogonal decomposition", SIAM J. Sci Stat. Comput. Vol 4, pp.261-269, June, 1983
- [8] L. Johnsson, "A computational array for the QR-method," 1982 Conference on Advanced Research in VLSI, M.I.T., pp.123-129.
- [9] Jiangnan Chen, Roland Priener, "An Inequality by Which to Adjust the LMS Algorithm Step-Size", IEEE Trans. Commun. Vol.43, No.2/3/4, pp.1477-1483, Feb./Mar./Apr. 1995
- [10] S. Kalson and K. Yao, "Systolic array processing for order and time recursive generalized least-squares estimation," Proc. SPIE, Vol, 564, Real Time Signal Processing VIII, pp.28-38, 1985.
- [11] Bergmans, J.W.M., "Tracking capabilities of the LMS adaptive filter in the presence of gain variations," IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process. vol.38, pp. 712-714, 1990.
- [12] H.T.Kung and M.S.Lam, "Wafer-scale intergration and two-level pipelined implementation of systolic array", J.Parallel Distrib. Comput., Vol 1, pp.32-63, 1984