

미지 입력 PI 관측기를 이용한 센서 및 구동기의 복합 고장진단

김 환 성

한국해양대학교 물류시스템공학과

Design of Complex Fault Detection and Isolation for Sensor and Actuator by Using Unknown Input PI Observer

Hwan-Seong Kim

Dept. of Logistics, Korea Maritime University

E-mail : kimhs@hanara.kmaritime.ac.kr

요 약

본 논문에서는 미지입력 외란에 대해서 강인한 새로운 형태의 고장 진단법을 제안한다. 시스템에 구동기만의 고장이 있는 경우는 한 개의 Luenberger 형태의 미지입력 PI 관측기의 설계에 의해 관측 적분 오차를 이용함으로써 구동기의 고장진단이 가능하고, 완벽한 분리가 이루어짐을 보이며, 복합적인 구동기 및 센서의 고장의 경우에는 다중 미지입력 PI 관측기를 출력의 개수만큼 설계함으로써 완벽한 고장진단 및 분리가 이루어짐을 제안한다.

ABSTRACT

In this paper, a fault diagnosis method using unknown-input proportional integral (PI) observers including the magnitude of actuator failures is proposed. It is shown that actuator failures are detected and isolated perfectly by monitoring the integrated error between the actual output and the estimated output using an unknown-input PI observer. Also in presence of complex actuator and sensor failures, these failures are detected and isolated by multiple unknown-input PI observers perfectly.

1. 서 론

시스템의 고장진단 분야는 수 십여년에 걸쳐서 이론적인 분야와 실제 응용분야에서 많은 연구가 행하여져 왔으며,^{[1]-[6]} 이에 대한 대표적인 방법으로는 유수 발생을 이용한 방법^{[1]-[2]}과 고장진단 (fault detection and isolation, FDI) 관측기법^{[3]-[6]} 등이 있다. 그러나, 대부분의 경우는 구동기와 센서 복합적인 고장의 경우 부분적인 고장진단 및 분리만이 가능할 뿐이다.

FDI 관측기를 이용한 경우에는 입력의 차수와 동일한 개수의 미지입력 관측기를 이용하여 국소적인 고장진단을 행하였으며^[6], 이 경우에도 고장진단은 보증할 수 있으나, 완벽한 분리는 이루어지지 않고 있다.

최근, PI 관측기의 특성인 스텝상 외란의 소거 기능을 이용한 다중 PI 관측기 설계법에 의해 구

동기와 센서의 고장진단 및 분리가 가능하며, 고장의 크기까지 추정할 수 있게 되었다.^[6] 그러나, 시스템에 미지의 외란 등이 인가 될 수 있으므로, 이러한 환경에서의 고장진단은 정확히 이루어질 수 없다. 따라서 시스템에 노이즈 및 외부의 외란이 존재하는 경우에도 정확히 외란의 요소와 고장의 요소를 분리하여 고장진단을 행할 수 있는 방법이 필요하다.

본 연구에서는, 외부 미지 외란에 대해서 강인한 새로운 형태의 고장 진단법을 제안한다. 먼저, 시스템에 구동기 고장만을 고려한 경우는 한 개의 Luenberger 형태의 미지입력 PI 관측기의 설계에 의해 관측 적분 오차를 이용함으로써 고장진단이 가능하고 완벽한 분리가 이루어짐을 보인다. 두 번째로는, 시스템의 간단한 rank 조건에 의해 미지입력 PI 관측기의 존재조건을 보인다. 세 번째는, 복합적인 구동기 및 센서 고장을 고려

한 경우로, 미지입력 PI 관측기를 출력의 개수만큼 각각 설계하여 다중계를 구성함으로써 복합적인 고장진단 및 분리가 이루어짐을 제안한다. 여기서, 고장의 크기는 관측 출력 오차의 크기에 의해서 추정되며 미리 지정한 문턱값에 의해서 고장의 유무를 판별하고 있다.

II. 문제 정의

다음의 미지 외란 입력을 지닌 선형 시불변 시스템을 고려하자.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Dd(t) & (1-a) \\ y(t) &= Cx(t) & (1-b) \end{aligned}$$

여기서 $x(t) \in R^n$ 는 상태벡터, $u(t) \in R^m$ 는 입력벡터, $y(t) \in R^p$ 는 출력벡터이며 $d(t) \in R^q$ 는 외란 벡터를 나타낸다. A, B, C, D 는 적당한 차원의 행렬이며, (C, A) 는 가관측이다.

본 논문에서는 두 가지 형태의 고장 즉, 구동기와 센서 고장만을 고려한다. 먼저, 구동기의 고장이 없는 경우의 순수한 입력을 $u(t)$ 이라 하며, 구동기의 고장을 고려한 경우의 입력을 $\bar{u}(t)$ 으로 고려하자. 그러면 다음 식으로 나타내어진다.

$$\bar{u}(t) = u(t) + a(t) \quad (2)$$

여기서 $a(t) \in R^m$ 는 구동기의 고장벡터를 나타내며, 입력항에 가산 형태로 주어진다.

센서 고장에 대해서도 같은 방법으로 고려하자. $y(t)$ 와 $\bar{y}(t)$ 는 각각 이상적인 경우의 센서 출력과 센서 고장이 있는 경우를 나타내며, 다음 식으로 나타내어진다.

$$\bar{y}(t) = y(t) + s(t) \quad (3)$$

여기서 $s(t) \in R^p$ 는 센서 고장벡터를 나타내며, 출력항에 가산 형태로 주어진다.

위의 두 가지 고장의 정의에 의해 시스템 (1)은 입력항과 출력항에 고장요소가 가해진 모델로 주어진다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Ba(t) + Dd(t) & (4-a) \\ y(t) &= Cx(t) & (4-b) \\ \bar{y}(t) &= y(t) + s(t) & (4-c) \end{aligned}$$

본 논문의 목적은 미지입력 PI 관측기를 이용하여 외란을 지닌 시스템에 대해서 구동기 및 센서의 고장을 진단하며 분리하는 것이 목적이다.

III. 미지입력 PI 관측기의 구조

본 절에서는 다음과 같은 미지입력 PI 관측기의 구조에 대해서 다루기로 하자. 미지입력 PI 관측기는 다음 식으로 주어진다.

$$\dot{\hat{x}}(t) = \hat{A}x(t) + \hat{B}y(t) + \hat{J}u(t) + \hat{H}\omega(t) \quad (5-a)$$

$$\hat{x}(t) = \hat{C}x(t) + \hat{D}y(t) \quad (5-b)$$

$$\hat{\omega}(t) = y(t) - \hat{C}\hat{x}(t) \quad (5-c)$$

여기서 $\hat{x}(t) \in R^n$ 는 추정된 상태벡터를 나타내며, 출력 오차는 $\omega(t) \in R^p$ 이며 $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}, \hat{H}, \hat{J}$ 는 적당한 차원의 관측기의 행렬이다.

Definition 1 : 시스템 (1)에 대해 시스템 (5)가 미지입력 PI 관측기가 될 필요충분조건은 다음 조건을 만족하는 것이다.

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) &= 0, \quad \forall x(0-), x(0-), u(\cdot) \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \omega(t) &= 0, \quad \forall \omega(0-) \end{aligned}$$

여기서 $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ 는 관측 오차를 나타낸다.

Lemma 1 : 시스템 (1)에 대해 시스템 (5)가 미지입력 PI 관측기가 될 충분조건은

$$\operatorname{Re} \lambda_i \left[\begin{array}{cc} \hat{A} & \hat{H} \\ -\hat{C}\hat{C} & 0 \end{array} \right] < 0, \quad i=1, \dots, n+p \quad (6)$$

이며, 다음 조건들을 만족하는 행렬 $U \in R^{n \times n}$ 가 존재하는 것이다.

$$\hat{A}U + \hat{B}C = UA \quad (7)$$

$$\hat{J} = UB \quad (8)$$

$$\hat{C}U + \hat{D}C = I_n \quad (9)$$

$$UD = 0 \quad (10)$$

여기서 $\operatorname{Re} \lambda[\cdot]$ 은 고유치의 실수부를 나타낸다.

IV. 미지입력 PI 관측기를 이용한 고장진단과 분리

IV-I 구동기 고장만의 경우 고장진단 및 분리 다음과 같이 시스템에 구동기의 고장만을 고려한 경우에 대해 살펴보자.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ba(t) + Dd(t) \quad (11-a)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (11-b)$$

다음 변수를 정의하자.

$$\zeta(t) = z(t) - Ux(t) \quad (12)$$

(5)식과 (11)식으로부터 (12)식은 다음과 같이 나타내어진다.

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}(t) &= \hat{A}\zeta(t) + (\hat{A}U + \hat{B}C - UA)x(t) \\ &\quad + UDd(t) + (\hat{J} - UB)u(t) \\ &\quad + \hat{H}\omega(t) + UBa(t) \end{aligned}$$

또한, (5)식은 다음과 같이 나타내어진다.

$$\begin{aligned} \hat{x}(t) &= \hat{C}\zeta(t) + (\hat{C}U + \hat{D}C)x(t) \\ \hat{\omega}(t) &= C(x(t) - \hat{x}(t)) \end{aligned}$$

위의 Lemma 1에 의해 다음과 같이 나타내어진다.

$$\dot{\xi}(t) = \hat{A}\xi(t) + \hat{H}(t) + UBa(t) \quad (13)$$

$$\hat{x}(t) = \hat{C}\xi(t) + x(t) \quad (14)$$

$$\hat{\omega}(t) = -C\hat{C}\xi(t) \quad (15)$$

$\xi(t)$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$\xi(t) = a(t) - \omega(t) \quad (16)$$

구동기의 스텝상의 고장 ($\dot{a}(t) = 0$)을 고려하면 위 식으로부터 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\dot{\xi}(t) = -\dot{\omega}(t) = C\hat{C}\xi(t) \quad (17)$$

여기서 $\hat{H} = UB$ 로 선택하면, 위 식은

$$\begin{aligned} \dot{\xi}(t) &= \hat{A}\xi(t) + \hat{H}(t) \\ \xi(t) &= C\hat{C}\xi(t) \end{aligned}$$

혹은

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi}(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{A} & \hat{H} \\ -C\hat{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix} \quad (18)$$

으로 변환된다. 위 식으로부터 Lemma 1을 이용하면 $\xi(t), \hat{\xi}(t) \rightarrow 0 (t \rightarrow \infty)$ 으로 됨을 알 수 있다. 그러므로 구동기의 고장은 다음과 같이 추정된다.

$$\hat{a}(t) = \omega(t) \quad (19)$$

따라서, 위 식으로부터 미지 외란을 지닌 시스템에 있어서 구동기 고장의 크기가 추정되며 고장이 완벽하게 분리됨을 알 수 있다.

이상으로부터 다음의 Theorem을 얻을 수 있다.

Theorem 1 : 미지의 외부 외란을 지닌 시스템 (11)에 대해서 미지입력 PI 관측기 (5)식이 존재할 충분조건은

$$\text{Re } \lambda_i \begin{bmatrix} \hat{A} & \hat{H} \\ -C\hat{C} & 0 \end{bmatrix} < 0, \quad i=1, \dots, n+p \quad (20)$$

이며, 다음 조건들을 만족하는 행렬 $U \in R^{n \times n}$ 가 존재하는 것이다.

$$\hat{A}U + \hat{B}C = UA \quad (21)$$

$$\hat{J} = \hat{H} = UB \quad (22)$$

$$\hat{C}U + \hat{D}C = I_n \quad (23)$$

$$UD = 0 \quad (24)$$

여기서, 구동기의 고장은 (19)식과 같이 추정된다.

다음절에서는 Theorem 1을 만족하는 미지입력 PI 관측기의 존재조건에 대해서 다루도록 한다.

IV-II 미지입력 PI 관측기를 이용한 고장진단의 존재조건

PI 관측기의 계인을 설계하기 위해 간단하게 $\hat{C} = I_n$ 로 하자. 그러면 (23)식은

$$U = I_n - \hat{D}C \quad (25)$$

으로 되며, (25)식을 이용하면 (21)식을 다음과 같이 나타내어진다.

$$\hat{A} = UA - KC \quad (26)$$

$$\hat{B} = \hat{A}\hat{B} + K \quad (27)$$

여기서

$$K = \hat{B} - \hat{A}\hat{D}$$

또한 (25)식을 이용하면 (24)식은 다음과 같이 나타내어진다.

$$\hat{D}CD = D \quad (28)$$

(28)식을 만족하는 행렬 \hat{D} 가 존재하기 위해서는 다음 rank 조건이 만족되어야 한다.

$$\text{rank } CD = \text{rank } D = m \quad (29)$$

위의 조건은 $p \geq m$ 으로 되어 센서의 개수가 구동기의 개수보다 많아야 함을 알 수 있다.

(28)식의 일반해는 다음과 같이 나타내어진다.

$$\hat{D} = D(CD)^+ + G(I_p - CD(CD)^+)$$

여기서, G 는 임의의 행렬이다.

위의 식을 이용하면 (25)식은 다음과 같이 나타내어진다.

$$U = (I_n - GC) I_n - D(CD)^+ C$$

위의 수식으로부터, 행렬 $(I_n - GC)$ 이 정칙으로 하는 행렬 G 가 존재함을 알 수 있다. 따라서 행렬 U 의 rank가 $n - m$ 으로 됨을 알 수 있다.

위에서 rank $D = m$ 이므로, 행렬 D 의 의사역 행렬이 존재한다. 즉,

$$D^+ D = I_m$$

위의 rank $U = m - n$ 의 조건으로부터 $\text{Ker } U \cap \text{Ker } D^+ = 0$ 이 만족한다. 즉,

$$\text{rank} \begin{bmatrix} U \\ D^+ \end{bmatrix} = n$$

다음의 관계를 알 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{rank} \begin{bmatrix} sI_n - A & D \\ C & 0 \end{bmatrix} \\ = m + \text{rank} \begin{bmatrix} sI_n - UA \\ C \end{bmatrix} \end{aligned}$$

따라서, $\forall s \in C$ 에 대해서 다음 식을 만족하므로 시스템 $(A, D, C, 0)$ 의 불변영점이 안정해야 한다는 것을 알 수 있다.

$$\text{rank} \begin{bmatrix} sI_n - A & D \\ C & 0 \end{bmatrix} = n + m \quad (30)$$

이상의 내용을 정리하면, 다음의 Theorem을 얻을 수 있다.

Theorem 2 : 시스템 (11)에서 미지입력 PI 관측기 (5)식이 존재할 충분조건은 다음 조건을 만족하는 것이다.

- (i) rank $CD = \text{rank } D = m$
- (ii) rank $\begin{bmatrix} sI_n - A & D \\ C & 0 \end{bmatrix} = n + m,$
 $\forall s \in C$

V. 복합 구동기 및 센서의 고장진단 및 분리

앞 장에서는 구동기 고장만이 존재하는 경우는 한 개의 미지입력 PI 관측기의 설계에 의해서 구동기의 고장진단 및 분류가 가능함을 보였다. 여기서는 미리 지정된 센서의 고장에 대해서 영향을 받지 않는 미지입력 PI 관측기의 설계에 대해서 다루기로 한다. 이것은 특정한 센서의 정보를 무시한 부분적인 센서 출력만을 이용하여 미지입력 PI 관측기의 설계를 의미하고 있다. 따라서,

각 센서 출력의 정보를 무시한 미지입력 PI 관측기의 조합에 의해서 모든 구동기 및 센서의 고장진단 및 분류가 가능하다.

다음과 같이 변수를 정의하자.

${}^k \bar{y}(t) : y(t)$ 의 k 번째 요소

$\bar{y}^k(t) : \bar{y}(t)$ 에서 ${}^k \bar{y}(t)$ 를 제외한 벡터

$$\hat{a}_k(t) = \omega_k(t) = \begin{bmatrix} \omega_{k1}(t) \\ \vdots \\ \omega_{km}(t) \end{bmatrix}$$

: 미지 입력 PI 관측기의 k 번째 추정된 구동기 고장

$$\begin{aligned} e_k(t) &= \bar{y}^k(t) - \hat{y}^k(t) \\ &= \bar{y}^k(t) - C^k \hat{x}_k(t) \end{aligned}$$

$$= \begin{bmatrix} e_{k1} \\ \vdots \\ e_{kp} \end{bmatrix}, \quad (e_{kk} \text{ is not included})$$

: 미지 입력 PI 관측기의 k 번째 출력 추정오차

여기서 C^k 는 행렬 C 의 k 번째 행을 소거하여 얻은 것으로 $\text{Re}^{(p-1) \times n}$ 가 되며, k 번째 미지입력 PI 관측기를 이용하여 추정된 상태변수를 $\hat{x}_k(t)$ 으로 나타낸다.

복합 구동기 및 센서의 고장을 가진 시스템의 상태를 추정하기 위해, i 번째 센서 고장을 가정하기로 하자. 이때 실제 시스템의 출력은 i 번째 센서의 출력을 무시한 $\bar{y}^i(t)$ 를 얻을 수 있고, 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{y}^i(t) = C^i x(t) + s^i(t) = \begin{bmatrix} \bar{y}_1(t) \\ \vdots \\ \bar{y}_{i-1}(t) \\ y_{i+1}(t) \\ \vdots \\ \bar{y}_p(t) \end{bmatrix}$$

모든 입력과 출력을 이용하여 미지입력 PI 관측기를 다음과 같이 구성한다.

$$\dot{\hat{z}}_i(t) = \hat{A}_i \hat{z}_i(t) + \hat{B}_i \bar{y}^i(t) + \hat{J}_i u(t) + \hat{H}_i \omega_i(t) \quad (31-a)$$

$$\hat{x}_i(t) = \hat{C}_i \hat{z}_i(t) + \hat{D}_i \bar{y}^i(t) \quad (31-b)$$

$$\hat{\omega}_i(t) = \bar{y}^i(t) - C^i \hat{x}_i(t) \quad (31-c)$$

여기서 $\hat{A}_i, \hat{B}_i, \hat{C}_i, \hat{D}_i, \hat{H}_i, \hat{J}_i$ 는 i 번째 미지입력 PI 관측기의 행렬이다.

위의 미지입력 PI 관측기는 i 번째 센서의 고장으로부터 영향을 받지 않음을 알 수 있다. 즉, 시

시스템의 상태는 i 번째 센서의 고장으로부터 영향을 받지 않고 미지입력 PI 관측기 (31)식으로부터 추정됨을 보인다. 따라서 복합적인 구동기 및 센서의 고장진단을 위해서는 p 개의 미지입력 PI 관측기가 구성되어야 한다.

Theorem 3 : 복합 구동기 및 센서의 고장진단 및 분리를 위한 다중 미지입력 PI 관측기의 존재조건은 다음 조건이 만족되어야 한다.

- (i) $\text{rank } C^k D = \text{rank } D = m,$
 $k = 1, \dots, p$
- (ii) $\text{rank} \begin{bmatrix} sI_n - A & D \\ C^k & 0 \end{bmatrix} = n + m,$
 $\forall s \in C, k = 1, \dots, p$

Fig. 1은 미지입력 PI 관측기를 이용한 고장진단 및 분리를 나타내고 있다.

주어진 시스템이 Theorem 3을 만족할 경우, p 개의 미지입력 PI 관측기가 각각 구성될 수 있다. 만일, i 번째 센서가 고장이라면 시스템의 실제 상태는 i 번째 PI 관측기에 의해서 추정될 수 있다. 이 경우, 다른 PI 관측기는 시스템의 상태를 완벽하게 추정할 수 없으며 관측 오차가 발생한다.

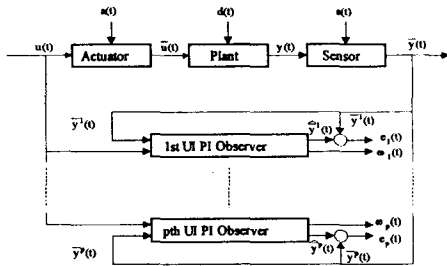


Fig. 1. Configuration of fault diagnosis system based on unknown-input PI observers

모든 i 번째 관측 오차가 임의로 지정한 문턱값(threshold) 보다 크다면, i 번째 센서가 고장임을 알 수 있다. 위의 내용을 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$r_{si} = \prod_{k=1, k \neq i}^p s_{ki} \quad (32)$$

여기서

$$s_{ki} = \begin{cases} 1, & \text{if } |e_{ki}| \geq Th_{si} \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

Th_{si} 은 i 번째 센서고장의 문턱값을 나타낸다.

(32)식으로부터 $r_{si}=1$ 이면 i 번째 센서가 고장임을 나타내고, 그렇지 않으면 i 번째 센서는

고장이 아니다.

유사한 방법으로 구동기 고장도 다음 식과 같이 진단 및 분류될 수 있다.

$$r_{ai} = \prod_{k=1}^p a_{ki} \quad (33)$$

여기서

$$a_{ki} = \begin{cases} 1, & \text{if } |\omega_{ki}| \geq Th_{ai} \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

이며, Th_{ai} 는 i 번째 구동기 고장의 문턱값을 나타낸다.

(33)식으로부터 $r_{ai}=1$ 이면 i 번째 구동기의 고장을 나타내며, 그렇지 않으면 i 번째 구동기는 고장이 아님을 알 수 있다.

VI. 결 론

본 연구에서는 미지입력 PI 관측기를 이용하여 구동기와 센서의 복합 고장에 대해서 논하였다. 먼저 미지입력 PI 관측기의 특성을 이용하여 구동기의 고장진단에 대해서 논하였으며, 다중 미지입력 PI 관측기를 이용함으로써 복합적인 구동기와 센서의 고장에 대해 진단 및 분리 가능한 방법을 제시하였다. 추후 과제로는 위의 미지입력 PI 관측기의 체계적인 설계법이 연구되어야 한다.

참고문헌

- [1] A.S. Willsky, "A survey of design methods for failure detection in dynamic systems", *Automatica*, 12, pp. 601-611, 1976
- [2] R.N. Clark, "Instrument fault detection", *IEEE Trans. Aero. and Electr. Syst.* AES-14, pp. 456-465, 1978
- [3] P.M. Frank and L. Keller, "Sensitivity discriminating observer design for instrument failure detection", *IEEE Trans. Aero. and Elect. Syst.* AES-16, 1980
- [4] N. Viswanadham and R. Srichander, "Fault Detection using Unknown-Input Observer", *Control - Theory and Advanced Technology*, Vol. 3, No. 2, pp. 91-101, 1987
- [5] M. Hou and P.C. Muller, "Fault detection and isolation observers", *Int. J. Control*, Vol. 60, pp. 827-846, 1994
- [6] H.S. Kim, S.B. Kim, and S. Kawaji, "Fault Detection and Isolation of System Using Multiple PI Observers", *Journal of the Korean Society of Precision Engineering*, Vol. 14, pp. 41-47, 1997
- [7] H.S. Kim, "Design of Robust Control System using Proportional Integral Observer", Ph. D. dissertation, Kumamoto, Japan, 1996