

# Conformal Array를 위한 최적 빔 형성 기법

김준환 · 김기만

한국해양대학교 전파공학과

## An Optimal Beamforming Technique for Conformal Array

Jun-Hwan Kim · Ki-Man Kim

Dept. of Radio Sciences & Eng., Korea Maritime University

E-mail : 0genius0@netian.com

### 요 약

소나 array의 성능을 최대화하기 위한 다양한 기법들이 논의되고 있다. 기존에는 지향성을 최대화하거나 제한조건을 갖는 빔 형성 기법들이 연구되었다. 그러나 이러한 연구들은 대부분 등간격 선형 array문제에 적용되었다. 본 논문에서는 이러한 기법을 Conformal array에 응용한 후에 발생하는 문제점에 대해 고찰하고, 이에 따른 해결책으로 보상된 가중 벡터를 적용하여 원하는 빔 패턴을 형성하는 방법을 제시한다.

### ABSTRACT

Various techniques for optimizing the performance indices of sonar arrays have been discussed, Maximizing the directivity or beamforming technique with constraints have been studied, however these performances are adapted on the condition of isotropic linear array. In this paper we discuss the problems resulting from application of conformal array by using previous techniques. Finally, we could get a desired beam pattern after use of the compensated weight vector to solve the problems.

### 1. 서 론

소나에 대한 연구에서는 빔 형성시 가중상수를 사용하여 부엽 준위를 억제시킴으로써 주엽과 부엽과의 신호 대 잡음비를 상대적으로 향상시킨다. 이는 가중 상수가 빔 형성에 영향을 미치므로 빔 패턴 제어용으로 작용함을 의미한다. 낮은 부엽 레벨 그리고 빔폭과 같은 바람직한 패턴의 특성을 가지는 동시에 원하는 방향에서 생기는 부엽과 null을 획득하기 위한 array 패턴 합성은 중요한 문제중의 하나이다. 원하는 방향에서의 고정된 이득을 지닌 채 미리 규정된 방향에서의 부

엽들과 null을 나타내는데 필요한 array 가중 벡터들의 합성 문제를 다룬다. [1]~[6].

가중치는 행렬의 'generalized inverse (pseudo inverse)'를 통하여 쉽게 구해진다. 빔폭과 부엽의 관계 이외에도, 중요한 내용중의 하나는 지향하는 방향의 이득 또는 지향성이다. 지향성이란 평균적인 방사 세기에 대한 주엽의 방향쪽으로 나타낸 방사 세기(강도)를 비율로서 나타내어 정의할 수 있으며 array의 지향성을 최대화시키는 기법이 연구되었다. 두 Hermitian forms의 비율로서 각 elements array의 지향성을 표현하고 interference를 최소화시키기 위해 다른 방향에는 null을 적용하는 동안에 한 방향에 최대 지향성을 주는 것이 요구된다.

동방성의 element가 동일하게 간격을 둔 선형 array의 지향성을 최대화시키는 문제가 Uzkov에 의해 처음 연구되었다[7]. 또한 특정한 부분을 억

본 연구는 수중 음향 특화 연구센터(UARC)의 지원으로 수행되었습니다 (UA-22).

제한 채널들을 최적화시키는 기법이 Uzsoy와 Solymar에 의해 연구되었다[8]. 그러나 이런 기존의 기법들은 실제 환경에서는 부적합함을 본 연구에서의 시뮬레이션 결과로서 증명한다. 그리고 기존의 기법에 새로운 알고리즘을 추가시켜 실제 경우 conformal array 환경에서 빔 형성을 최적화시킬 수 있는 기법을 제안한다.

## II. 기존의 선형 array를 위한 최적 빔 형성

### (1) 의사 행렬 역변환을 통한 빔 합성 [9]

$n$ 개의 element들을 갖는 array에서 원하는 방향을 조절하는 벡터  $C$ 가 있다고 하자.

$$C = \begin{bmatrix} \exp \{j(\vec{p}_1 \cdot \vec{u}_c)k_0\} \\ \exp \{j(\vec{p}_2 \cdot \vec{u}_c)k_0\} \\ \vdots \\ \exp \{j(\vec{p}_1 \cdot \vec{u}_c)k_0\} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$\vec{p}_i$ 는  $i$ 번째 element의 위치 좌표의 벡터이고  $\vec{u}_c$ 는 원하는 신호로부터 전파되는 방향에서의 단위 벡터이다.  $k_0$ 는  $w_0/c$ 로 전파방향에서의 파수(wavenumber)이다. 수신된 신호는 중심 각주파수  $w_0$ 를 가진 협대역이라고 가정하고  $S_1, S_2, \dots, S_{m-1}$ 은  $(m-1)$  ( $m \leq n-1$ )개인 interference 방향 벡터를 나타낸다. 한편, null을 나타내는 array를 구성하는 것으로서,  $S_i$  및  $C$ 와  $W$  사이의 관계는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} C^T W &= 1 \\ S_i^T W &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

$W$ 는 array의 복소 가중 벡터이며 고려되어야 할 문제는  $W$ 를 구하는 것이다. (1)과 (2)를 하나의 식으로 합성하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} DW &= P \\ D^T &= \begin{bmatrix} C_1 & S_{11} & \cdots & S_{m-1,1} \\ C_2 & S_{12} & \cdots & S_{m-1,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_n & S_{1n} & \cdots & S_{m-1,n} \end{bmatrix} \\ &\equiv \begin{bmatrix} D_{11} & D_{21} & \cdots & D_{m,1} \\ D_{12} & D_{22} & \cdots & D_{m,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ D_{1n} & D_{2n} & \cdots & D_{m,n} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

$$W^T = [w_1^* \ w_2^* \ \cdots \ w_n^*]$$

$$P^T = [1 \ 0 \ \cdots \ 0]_{1 \times m}$$

$(\cdot)^*$ 은 켈레 복소수를 의미한다.

$D$ 가  $r$ 개의 rank를 가진다고 할 때,  $r=m < n$ 과

같은 관계를 갖게 되고,  $S_n$ 은 행 벡터  $D_i$ 가 속해 있는  $n$ 차 공간,  $S_r$ 은  $D^T$ 의 행 공간 즉,  $r$ 개의 특정한 방향을 가지는 벡터  $D_i$ 에 의해 span된  $S_n$ 의  $r$ 차 부분공간,  $X$ 는  $S_r$ 위에  $W$ 의 직교로 투영된 벡터,  $Y$ 는  $S_r$ 에 직교인 보상 부분공간 위에 투영된  $W$ 를 가리킨다. 따라서  $W = X + Y$ 이고 벡터  $D_i$ 에 대해  $D_i^T Y = 0$ 이 되므로,  $DY = 0$ 이 성립되고  $DW = P$ 은  $DX = P$ 와 같이 재계산된다.  $X = D^+ P$ 와 같이 주어지고 이 때  $D^+$ 는 의사(pseudo) 역변환으로서 행렬  $D$ 를 역변환시키는 것을 가리킨다 [10].

### (2) 지향성을 최대화하는 기법 [11]

$g(\theta, \phi)$ 는 power를 나타내는 함수라 할 때  $(\theta_0, \phi_0)$ 인 주엽의 방향에서는  $g(\theta_0, \phi_0) = 1$ 이라고 일반화시킨다. 그 때, 지향성  $G$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} G &= \frac{(\theta_0, \phi_0) \text{ 방향에서의 방사세기}}{\text{방사세기의 평균}} \\ &= \frac{|E(\theta_0, \phi_0)|^2}{\frac{1}{4} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi |E(\theta, \phi)|^2 g(\theta, \phi) \sin \theta d\theta} \end{aligned} \quad (4)$$

$n$ 개의 element를 가지는 두 행 벡터  $J$ 는 excitation 함수의 복소수 집합이고,

$$G = \frac{J^+ A J}{J^+ B J} \quad (5)$$

와 같이 얻어진다.  $(\cdot)^+$ 은 공액 복소수로 구성된 역행렬을 나타낸다.  $A$ 와  $B$ 는  $n \times n$  정방행렬로 다음과 같이 정의된다.

$$A = [a_{mn}] = F_0 F_0^+ \quad (6)$$

$$B = [b_{mn}] = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi g(\theta, \phi) \cdot$$

$$\exp[-jk(r_m \cos \alpha_m - r_n \cos \alpha_n)] \sin \theta d\theta$$

여기서  $F_0$ 는 위상들의 차이를 나타내는 집합이다.  $G$ 가 두 Hermitian 형태의 비로써 표현 가능하다면 그리고  $B$ 가 nonsingular이고 양의 영역에서 유한할 때  $A - \lambda B$  행렬의 고유치  $\lambda_M$ 은 최대치  $G$ 를 구할 수 있는 값이다. 이때  $J$ 는 homogeneous 방정식을 만족시키는 고유 벡터이다. 이것을 다음과 같이 표현한다.

$$A J = \lambda_M B J \quad (7)$$

$\lambda_M$ 에 대응하는 고유 벡터는 다음과 같다.

$$J_M = B^{-1} F_0 \quad (8)$$

$d$ 의 간격을 가지는 elements가 위치한 선형 array에서  $a_{mn}$ 과  $b_{mn}$ 은 다음과 같다.

$$a_{mn} = \exp[-jk(d_n - d_m) \sin \theta_0] \quad (9)$$

$$b_{mn} = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi g(\theta, \phi) \cdot \exp[-jk(d_n - d_m) \sin \theta] d\theta \quad (10)$$

여기서  $\theta_0$ 는 주엽의 방향을 가리킨다. array element들이 등방성이고,  $g(\theta, \phi) = 1$  이며, 각 elements가 일정한 거리를 둔다면 다음과 같이 단순화 된다.

$$d_n - d_m = (m - n)d \quad (11)$$

$$a_{mn} = \exp[jk(m - n)d \sin \theta_0] \quad (12)$$

$$b_{mn} = \frac{\sin k(m - n)d}{k(m - n)d} \quad (13)$$

### III. Conformal array mapping 형성

본론 II에서 설명된 기법들을 사용하여 시뮬레이션의 결과는 그림1과 그림2이다. 이때 elements는 32개이고, 각각의 element는 등간격으로  $d/\lambda = 0.5$  의 값을 갖고 array가 직선상에 있다고 가정한 경우이다. 그림1은 40, 60, 80도에서 interference 방향에 대해 null을 갖고, 그림2는 20도에서 지향성을 최대로 했다.

기존의 기법들을 사용하여 비선형 부분(예를 들면 arc형태)에 적용시켜 그림3과 같은 부분에 element들이 간격의 위치에 있다고 가정하자. 이 conformal array에 기존의 방법을 사용하여 구한 가중 벡터를 그대로 사용하게 되면 그림4와 그림5에서 보는 바와 같이 주엽은 원하고자 했던 방향에서 벗어나 있고 부엽은 주엽에 크기만큼 높아지고 null을 형성하고자 했던 방향 역시 제어할 수 없음을 알 수 있다. 따라서 여기에서는 가중 벡터에 보정을 가할 필요가 있다. 보정된 가중 벡터를 얻기 위해 그림6과 같이 곡선위에 위치한 element들을 선형 직선인 부분에 사상시키고 사상된 element들의 위치를 통해 얻은 새로운 가중 벡터를 적용한 결과 그림7와 같은 시뮬레이션을 얻을 수 있다. 그림7과 같은 결과를 얻기 위해서는 식 (11)의 수정이 필요하다. 그림6은 Conformal mapping 의 알고리즘을 나타낸다. 실제의 elements는 굵은 선의 arc에 위치해 있고, 각 elements는 등간격으로 배치되어 있다. 이때의 간격을  $d$ 라 하면  $d_i = (x_{i+1}, y_{i+1})$ 에서  $(x_i, y_i)$ 까지의 곡선상 거리이고, 각 elements를  $x$ 축상에 사상시킴으로써 얻어진 elements는  $x_1, x_2, \dots, x_n$ 에 위치하게 된다. 따라서 사상된 elements 사이의 거리는 다음과 같다.

$$d_i = x_{i+1} - x_i \quad (14)$$

식(11)에 유사한 형태인  $(x_{i+1} - x_i)d'$ 와 같은 식을 적용하여 보정된 가중 벡터를 사용하여 시뮬레이션 한 결과는 그림7과 같이 보정되어 원하고자 하는 패턴에 가까워짐을 알 수 있다. 또한 제한 조건을 갖는 빔 형성 기법에서도  $C_i$ 와  $S_i$ 에 대해 위의 방법과 같은 과정을 적용시키면 보정된 결과를 얻을 수 있다.

### V. 결론

최적 빔을 형성함에 있어서 사용된 두 Hermitian form에 의한 최대 고유치를 이용한 기법과 직교하는 두 벡터에서 구한 가중 벡터를 의사 변환한 가중 벡터를 이용한 기법으로 선형 array와 conformal mapping으로 빔을 형성하였다. 차후 실제 해양 환경 모델에 근거한 array shape 추정 기법과 연계하여 다양한 비선형 환경으로 적용하기 위한 기법의 연구가 필요하다.

### 참고문헌

- [1] Y. T. Lo, S. W. Lee, and Q. H. Lee, "Optimization of directivity and signal to noise ratio of an arbitrary antenna array," *Proc. IEEE*, vol. 54, pp. 1033-1045, Aug. 1966.
- [2] M. T. Ma, *Theory and Application of Antenna Arrays*, New York: Wiley, 1974.
- [3] D. E. N. Davies, "Independent angular steering of each zero of the directional pattern for a linear array," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-15, pp. 296-298, 1967.
- [4] C. Drane and M. McIlvenna, "Gain maximization and controlled null placement simultaneously achieved in aerial array systems," *Radio Electron. Eng.*, vol. 39, pp. 49-57, 1970.
- [5] S. Prasad, "Generalized array pattern synthesis by the method of alternating orthogonal projections," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-28, pp. 49-57 1980.
- [6] O. L. Frost, III, "An algorithm for linearly constrained adaptive array processing," *Proc. IEEE*, vol. 60, pp. 926-935, Aug. 1972.
- [7] A. I. Uzkov, "An approach to the problem of optimum directive antenna design," *C. R. Acad. Sci. USSR.*, vol. 35, 1946. p. 35.
- [8] M. Uzsoky and L. Solymar, "Theory of

superdirective linear arrays," *Acta Phys.* (Budapest), vol. 6, 1956. pp. 257-259

- [9] David K. Cheng, "Optimization Techniques for Antenna Arrays," *Proceedings of the IEEE*, vol. 59, pp. 1664-1674, December 1971.
- [10] C. R. Raim "Linear statistical inference and its applications," Wiley Eastern Pvt. Ltd., New Delhi, 1974.
- [11] Surendra Prasad, "On the Constrained Synthesis of Array Pattern with Applications to Circular and Arc Arrays," *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, vol. ap-32, pp. 725-730, July 1984.

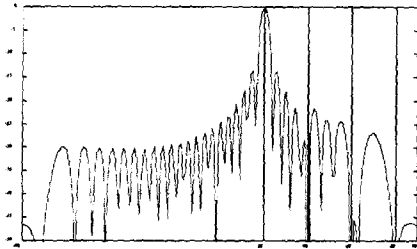


그림 1. 선형 array에서 제한 조건을 갖는 빔 형성기의 빔 패턴.

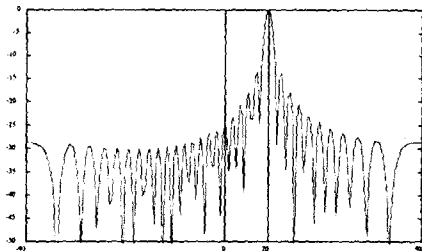


그림 2. 선형 array에서 지향성을 최대화 하는 빔 형성기의 빔 패턴

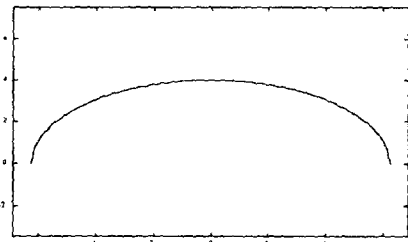


그림 3. Conformal array가 위치하는 비선형 곡선

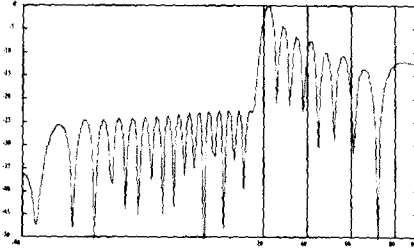


그림 4. 제한 조건을 갖는 conformal array의 빔 패턴

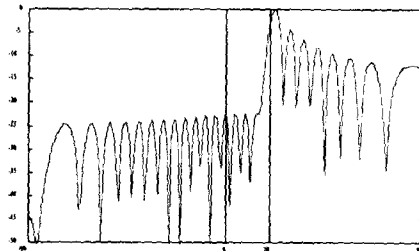


그림 5. 지향성을 최대화 한 conformal array의 빔 패턴

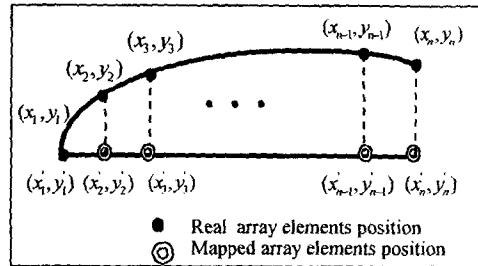


그림 6. Conformal Array의 사상(mapping)

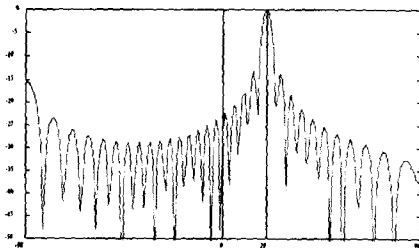


그림 7. Conformal array의 사상된 가중치를 적용한 빔 형성