

## Schrodinger 방정식에 기초한 Quantum-Well 결합기의 모드전송선로 해석법

호광춘\*, 윤인국\*\*, 김영권\*\*

\*: 한라대학교 전자공학과, \* \*: 건국대학교 전자공학과  
강원도 원주시 흥업면 흥업리 산 66번지

### Modal Transmission-Line Theory of Quantum-Well Couplers based on Schrodinger Equation

Kwang-Chun Ho\*, In-Kook Yun\*\*, Yung-Kwon Kim\*\*

\*: Halla Institute of Technology, \*\*: Kon-Kuk University

San 66, Heungup, Wonju, KangwonDo

kwangho@hit.halla.ac.kr

#### Abstract

Modal transmission-line theory is described for guided electron waves in quantum-well structures. To demonstrate the validity and usefulness of this approach, we evaluate the propagation characteristics and the coupling properties of electron guiding couplers consisting of double quantum-wells (DQWs).

#### I. 서론

양자우물 소자의 관심은 반도체 성장기술의 발전에 따라 최근 몇 년간 증가되어지고 있다. 전자파가 부분적으로 가두어지고, 그리고 임의의 방향을 따라 도파하는 전자 (electron) 도파로<sup>[1]-[4]</sup>를 사용하여 전자파 소자의 기능과 실행을 개선하려는 많은 시도가 되고 있다. 그러므로, 전자파 소자의 개발을 위해 양자우물 구조에서의 전자파 전파특성을 조사하기 위한 해석방법을 확립하는 것이 필요하다.

최근 몇 년간에 전자 도파로 결합기에서 통과대역이 동기에너지에 집중되어 있고, 필터링 기능이 존재한다는 것을 알아냈다. 그 방향성 결합기의 설계를 위하여 그 중첩모드의 전파상수를 정확하게 결정하는 것이 중요하다. 왜냐하면, 그러한 소자의 설계와 해석에 중요한 전송길이가 이러한 전파상수를 사용하여 결정되기 때문이다. 그러나, 지금까지 이러한 소자들의 해석방법에 있어서 결합 시스템에서의 고

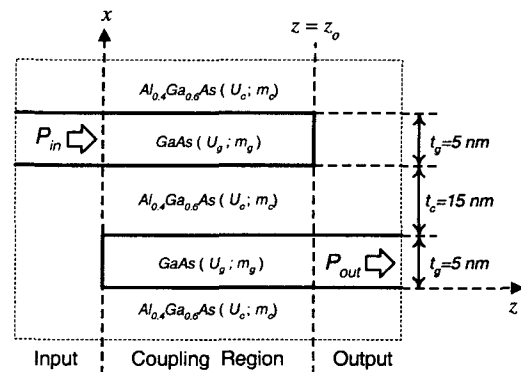


그림 1. Double Quantum-Wells로 구성된 방향성 결합기.

유합수, 즉 중첩모드는 정확히 추정되지는 않았다. 최근에는 전송 행렬 (transfer-matrix) 기술이 임의의 유효질량을 가진 다층구조의 중첩모드를 계산하는데 사용되어지고 있다<sup>[4]</sup>.

이 논문에서는 유효질량 차이가 설명되어지는 모드 전송선로 해석법을 이용하여 양자우물 구조에서의 전자파 특성 식들을 표현하였다. 첫째, 양자역학적 양들이 전자계적 양들로 바뀌어지고, 이에 기초하여 electron-wave는 전자계 전파와 유사한 방법으로 다루어 질 수 있다. 다음으로, 도파 전자파에 대한 전송선로 방정식이 유도되어진다. 이러한 도파로들의 고유치 방정식은 모드 전송선로 해석법의 횡방향 공진조건을 사용해서 쉽게 유도되어질 수 있다<sup>[6]</sup>.

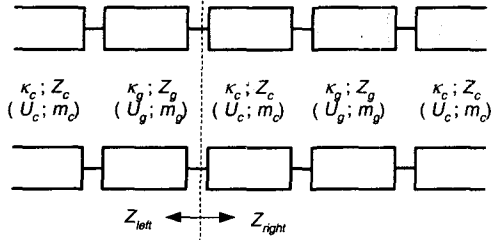


그림 2. x-방향으로 구성된 방향성 결합기의 등가 전송선로.

그 제안한 해석법의 타당성을 보이기 위하여 GaAs/AlGaAs 물질로 구성된 DQWs 전자 도파로 결합기의 결합 특성이 수치 해석적으로 분석되었다. 그림 1은 설계된 그 방향성 결합기의 전송 구조를 나타낸 것이다.

### II. 양자역학적 특성들의 전송선로 모델

그림 1에서 보듯이, 전자파가 결합기의 상향 전송 채널로 입사하는 경우를 고려하자. 이때 전자파는 xz-방향을 따라 전파한다. 유효질량 근사법에서 시간 독립 Schrodinger 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{d^2\phi}{dy^2} - \beta^2\phi + k^2\phi = 0 \quad (1)$$

여기서,

$$k = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(E - U)} \quad (2)$$

이고,  $\phi$ 는 electron-wave 함수,  $\beta$ 는 z-방향에 대한 전파 상수,  $U$ 는 전위 에너지,  $m$ 은 전자의 유효질량 이고  $\hbar$ 는 2 $\pi$ 로 나뉘어진 플랑크 상수이다.

그때, 위의 electron-wave 파동방정식은 모드 전송선로 해석법의 모드 전압  $V$  와 모드 전류  $I$  로 다음과 같이 TE 모드에 대하여 정의된다.

$$V = E_x = \phi \quad (3)$$

$$I = -H_z = -\frac{1}{j\omega\mu} \frac{dE_x}{dy} = -\frac{\hbar}{jm\sqrt{E}} \frac{d\phi}{dy} \quad (4)$$

결국, 식 (1)와 (4)로부터 전송선로 방정식이 다음과 같이 유도되어진다.

$$-\frac{dV}{dy} = jxZI, \quad -\frac{dI}{dy} = jxYV \quad (5)$$

여기서, 각 등가 변수들은

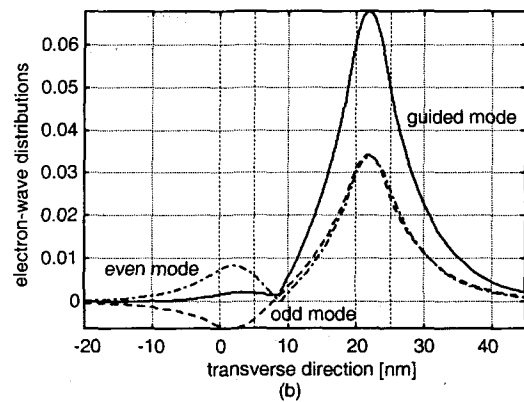
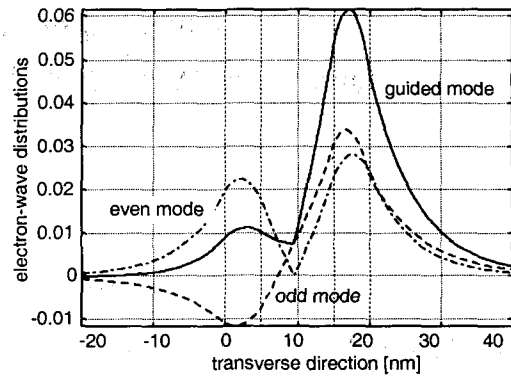


그림 3. 입력 경계면에서의 전장분포. (a)  $t_c=10 \text{ nm}$  인 경우, (b)  $t_c=15 \text{ nm}$ . 여기서, 종방향 점선은 전송 층들의 경계면을 나타낸다.

$$x = \begin{cases} \sqrt{k^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(E - U) - \beta^2} & \text{for } k^2 \geq \beta^2 \\ -j\alpha = -j\sqrt{\beta^2 - k^2} & \text{for } k^2 < \beta^2 \end{cases}$$

$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{\omega\mu}{x} = \frac{m\sqrt{E}}{\hbar x} \quad (6)$$

이다. 그리고,  $x$ 는 y-방향에 대한 전파상수,  $Z$ 는 특성 임피던스를 나타낸다.

식 (5)와 (6)에 의존하는 그 등가 전송선로가 그림 2에 자세하게 도시되어 있다. 이 등가 망에 아래와 같은 모드 전송선로 해석법의 횡방향 공진조건

$$Z_{left} + Z_{right} = 0 \quad (7)$$

을 적용하고 풀면 우리는 그 고유치 문제를 만족하는 전파 상수  $\beta$ 를 결정할 수 있다.

### III. 수치해석 결과

GaAs/AlGaAs 의 이중 양자우물로 구성된 그림 1의

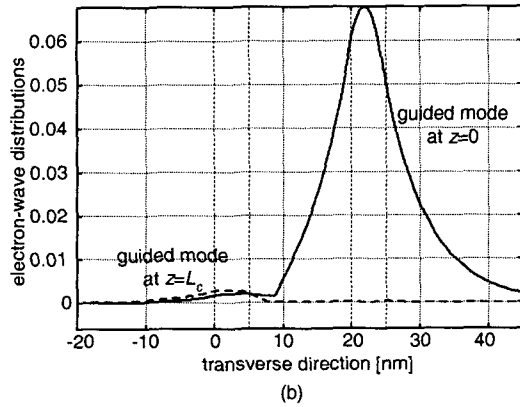
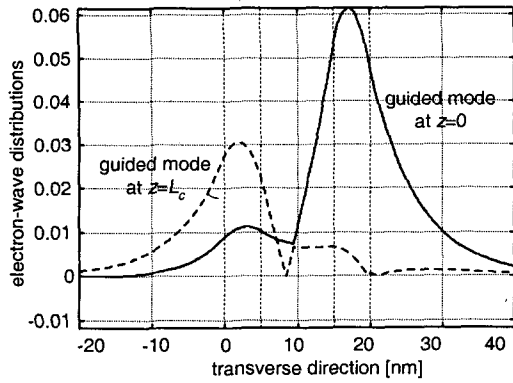


그림 4. 입력 경계면 (solid-line)과 결합길이를 진행한 후 (dashed-line) 그 경계면에서 발생한 전장분포. (a)  $t_c=10 \text{ nm}$ 인 경우, (b)  $t_c=15 \text{ nm}$ .

방향성 결합기의 결합 특성을 고려하자. 각 우물의 넓이는  $t_g=5 \text{ nm}$  이고 그 사이에 형성된 전위 장벽의 넓이는  $t_c=10 \text{ nm}$  또는  $15 \text{ nm}$  로 선정되었다. 양자우물들에 대한 Al 농도 비율은  $x=0$  이고 전위 장벽들에 대해서는 모두  $x=0.4$  이다. 농도 비율  $x$ 에 대한 전자 전위 에너지  $U$  와 유효질량  $m$ 은 다음과 같이 주어진다<sup>[5]</sup>.

$$U=0.7731x \text{ [eV]} \quad (8)$$

$$m=(0.067+0.083x)m_0 \text{ [kg]} \quad (9)$$

그러므로, 주어진 electron의 총 에너지  $E$ 에 대하여 위의 매개변수들은 결정되어지고, 이에 의존하는 각 전송 층에서  $x$ -방향으로 형성된 등가 전송선로의 그 등가 전파 상수와 등가 임피던스가 식 (6)으로부터 결정된다. 결국, 식 (7)로부터 얻어진 고유치를 이용

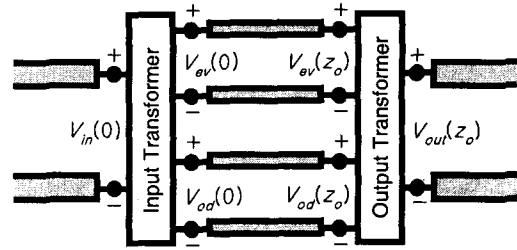


그림 5. Electron 방향성 결합기의 그 등가 전송선로 망.

하여 우리는 방향성 결합기의 결합특성을 정확하게 분석할 수 있다.

이와 같은 과정을 통하여 결정된  $\beta_{ev}$ ,  $\beta_{od}$  의 전파상수를 갖는 중첩모드는 그림 3에서 보듯이 우/기 모드의 특성을 갖는 모드를 형성하며, 이 두 모드 성분은 결합되어 electron 결합기를 통하여 전파하는 결합 전기장 (coupled field) 을 형성한다. 그러므로, 우/기 모드는 하향 채널에서 서로 상쇄되고 상향 채널에서 서로 결합하여 전력은 상향 채널을 통하여 입력 경계면 (input boundary)에서 입사된다. 이 입사된 전력은 임의의 결합길이  $L_c$  를 진행한 후에  $\pi$  위상차이된 기 모드에 기인하여 하향 채널에서는 서로 결합하고 상향 채널에서는 서로 상쇄되어 결합기의 고유 전파 특성인 전력전송 (power transfer)의 현상을 발생한다. 더욱이, 그림에서 보듯이 두 양자우물 사이에 형성된 전위 장벽의 두께에 의존하여 그 전송 효율은 크게 변함을 알 수 있다.

그때, 상향 채널을 통하여 입력 경계면에서 입사된 모드는 그림 3에서 언급하였듯이 직교성의 중첩 모드를 결합기에 발생한다. 이 중첩모드는 이득 또는 손실을 포함하는 전송구조에 따라 지수 함수적으로 증가하거나 감소하며  $z$ -축을 따라 결합길이를 진행한 후에 하향 채널을 통하여 전송된다. 이때 발생하는 결합효율은 입력 전력에 대한 출력 전력의 비율로써 다음과 같이 표현된다<sup>[6]</sup>.

$$\eta = \frac{k_{z,o}}{k_{z,i}} \frac{|V_{out}|^2}{|V_{in}|^2} \quad (10)$$

여기서,  $k_{z,i}$  과  $k_{z,o}$  는 각각 입력 영역과 출력 영역에서의 그 전파 상수들이고,  $V_{in}$  과  $V_{out}$  는 결합기의 입/출력 경계면에서 여기되는 그 모드 전압들이다. TE 모드의 위의 결합효율을 유도하기 위하여 고려된  $z$ -방향 모드 전송선로 해석법의 등가 전송선로가

그림 5에 자세하게 묘사되어 있다.

수치 해석결과 이 결합 효율은  $t_c=10\text{ nm}$  인 경우 결합길이  $L_c = 118.27\text{ nm}$  에서 최대치를 나타냈으며,  $t_c=15\text{ nm}$  인 경우  $L_c = 274.56\text{ nm}$  에서 최대 값을 나타내었다. 이들 결합길이에서 발생한 전송모드 (우/기 모드가 결합된 모드)와 입력 경계면에서 생성된 전송모드가 그림 4에 자세하게 도시되어 있다. 그림에서 보듯이, 설계된 electron 결합기는  $t_c=10\text{ nm}$  인 경우가  $t_c=15\text{ nm}$  인 경우보다 채널 사이에서 더욱 좋은 효율의 전력 전송을 보이고 있다. 그러므로, 더욱 좋은 효율의 electron 결합기를 설계하기 위하여 그림 1에 도시된 결합기를 구성하는 다양한 양자역학적 변수들 (즉, 전자 전위 에너지  $U$ , 유효질량  $m$ , electron의 총 에너지  $E$ )에 따른 식 (10)에 주어진 결합효율을 체계적으로 분석하여야 한다. 이에 대한 결과는 후후 논문으로 보고할 예정이다.

#### IV. 결론

모드 전송선로 해석법이 양자우물 구조에서의 전자파 해석을 위하여 정의되었고, 이중 양자우물구조에 대한 고유치 방정식을 유도하였다. 도파모드의 유효질량과 유효전위와 같은 양자역학적 특성들에 기초한 electron 방향성 결합기에 대한 그 결합효율이 수치 해석적으로 보여졌다.

이 논문은 모드 전송선로 해석법의 등가 전송선로를 이용하여 Schrodinger 방정식에 기초한 양자우물 전송구조의 그 전자파 문제를 체계적이고, 직접적인 그리고 간단한 방법으로 분석할 수 있음을 보이는 것이 그 목적이다. 비록, 평판 양자우물구조에 제한되어 있지만 현재의 방법을 가지고 마이크로파의 초창기 업적과 전자계 분야의 기술들을 이용해서 채널 양자 선로 (channel quantum-wire) 구조에 또한 적용 할 수 있다.

그러므로, 정확한 모드 전송선로 해석법은 다른 근사적 해석법으로 분석할 수 없는 양자역학적 특성들에 대한 결과를 제공할 뿐만 아니라 컴퓨터를 이용한 소자 설계에 뛰어난 프로그래밍 알고리즘으로 이용될 수 있다.

#### 참고문헌

- [1] T. K. Gaylord and K. F. Brennan. "Electron wave optics in semiconductors," *J. Appl. Phys.*, vol. 65, pp. 814-820, Jan. 1989.
- [2] G. N. Henderson, T. K. Gaylord, and E. N.

- Glytsis, "Ballistic electron transport in semiconductor heterostructures and its analogies in electromagnetic propagation in general dielectrics," *Proc. IEEE*, vol. 79, pp. 1643-1659, Nov. 1991.
- [3] J. A. del Alamo and C. C. Eugster, "Quantum field effect directional coupler," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 56, pp. 78-80, Jan. 1990.
- [4] N. Dagli, G. Snider, J. Waldman, and E. Hu, "An electron wave directional coupler and its analysis," *J. Appl. Phys.*, vol. 69, pp. 1047-1051, Jan. 1991.
- [5] D. W. Wilson, E. N. Glytsis, and T. K. Gaylord, "Supermode analysis of electron wave directional coupling using a multilayer waveguide approach," *J. Appl. Phys.*, vol. 73, pp. 3352-3366, Apr. 1993.
- [6] 호광춘, 김준환, 김영권, 광통신용 광 결합기의 모드 전송선로 해석법, 대한전자공학회지, 제 35권, D편, 제7호, pp. 25~31, 1998.