

# 반복 복호를 이용한 직렬 연쇄 시·공간 부호

김웅곤, 구본진, 양하영, 강창언, 홍대식  
연세대학교 전기·컴퓨터공학과

## Serially Concatenated Space-Time Code using Iterative Decoding

W. G. Kim, B. J. Ku, H. Y. Yang, C. E. Kang, D. S. Hong  
Dept. of Electrical & Computer Engineering, Yonsei Univ.

### ABSTRACT

In this paper, a serially concatenated space-time code (SCSTC) with bandwidth efficiency and high data rate is studied. The suggested SCSTC is composed of space-time code, the convolutional code and Interleaver. The SCSTC has a very high BER performance than the conventional space-time code. The BER performance of the suggested SCSTC can be proven by using computer simulation through the iterative decoding method.

The first decoder uses Symbol-MAP algorithm and the second decoder uses Bit-MAP algorithm for decoding the information bits.

The simulation results show the performance of the suggested SCSTC is better than the conventional Space-Time Code.

### 제 1 장 서 론

한정된 주파수에서 대역 제한된 무선 채널들은 데이터의 고속 흐름을 수용하지 않는 좁은 파이프들과 같다. 다수의 송·수신 안테나를 사용하는 것은 이러한 데이터 파이프를 넓히는 것과 같고 할 수 있다. [1]에서는 이러한 용량 증가에 관한 내용이 기술되어 있으며 최근 전송 다이버시티 안테나 또는 다중 안테나와 연쇄/터보 코딩을 결합한 논문, 수신 배열 안테나 등에 관한 논문이 부각되고 있다. 이들 중 다중 전송 안테나에 적절한 코딩을 결합한 형태의 시·공간 부호는 기존 부호에 비하여 상당한 이득이 있는 것으로 알려져 있다[2].

본 논문에서는 이러한 시·공간 부호를 응용하여 대역폭 효율적으로 고속전송이 가능한 직렬 연쇄 시·공간 부호(SCSTC)를 제안하고 그 성능을 분석한다. 즉, 제안된 직렬 연쇄 시·공간 부호는 시·공간 부호와 컨볼루션 부호를 심볼 인터리버를 사용하여 직렬로 연결한 구조로써 스페이스-타임의 장점인 고속전송의 특성을 유지하고 단점으로 지적되는 낮은 BER 성능을 향상시킴을 목적으로 한다. 2장에서는 제안된 SCSTC 시스템 부호기에 관하여 설명하며 3장에서는

반복 복호에 관하여 설명한다. 4장에서는 제안된 SCSTC에 관한 실험 결과에 관하여 비교 분석하며 마지막 5장에서 결론을 맺는다.

### 제 2 장 SCSTC 시스템의 부호기

#### 제 2-1절 SCSTC 부호화기의 구조

그림 1은 SCSTC 시스템의 송·수신 구조이며, 그림 2는 8-PSK SCSTC 시스템 블록도이다.

8-PSK SCSTC의 부호화 과정을 살펴보면 다음과 같다. 먼저 컨볼루션 부호화기에서 정보비트 2비트를 3비트로 부호화한다. 부호화된 3비트는 심볼 인터리빙을 거치게 된다. 이때 사용되는 인터리버는 AWGN환경에서는 연접 에러를 방지해주는 역할을 하며 페이딩 환경에서는 시간 다이버시티의 역할을 하기 때문에 전체적인 성능향상에 도움을 주게 된다. 그리고 인터리버는 직렬 연쇄 부호의 반복복호가 가능하게 하는 중요한 역할을 하며 인터리버의 크기가 커짐에 따라 성능향상의 폭이 커지게 된다. 인터리빙된 데이터는 마지막으로 스페이스-타임 코딩을 거쳐 2개의 안테나를 통해 전송되어지며 페이딩 채널을 거쳐 복호기에 수신 되어진다.

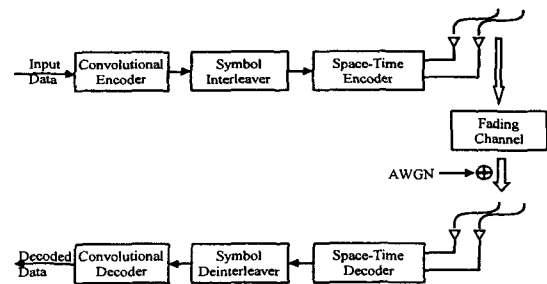


그림 1 SCSTC의 송·수신 블록도

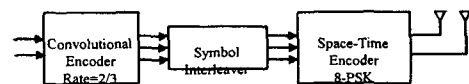


그림 2 8-PSK SCSTC

제 2-2 절 시·공간 부호

본 절에서는 SCSTC의 외부 부호인 시·공간 부호에 관하여 설명한다.

그림 3은 Tarokh에 의해 제안된 시·공간 부호의 블록도이다.

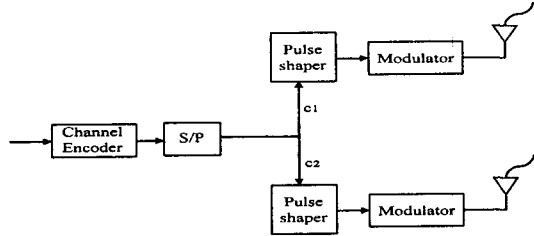


그림 3 시·공간 부호의 블록도

각 시간 슬롯  $t$ 에 채널 부호화기  $i$ 의 출력은 신호  $c_i^t$ 가 되며  $i$ (단,  $1 \leq i \leq n$ )번째 송신 안테나를 통해 전송되어진다.  $n$ 개의 신호들은 다른 송신 안테나를 통해 동시에 전송되어지며 이 신호들은 같은 전송 주기  $T$ 를 가진다. 수신 안테나에서 수신한 신호는  $n$ 개의 레일리 또는 라이시안 페이딩을 겪은 전송 신호들에 잡음이 섞인 신호이다. 또한 신호 정상도의 구성요소들은 정상도의 평균 에너지가 1이 되도록 신호 에너지  $\sqrt{E_s}$ 로 나누어진다고 가정한다.

수신기에서는 복조기가 각각의 수신안테나  $j$ (단,  $1 \leq j \leq m$ )에서 수신된 신호를 기반으로 결정 통계량을 계산한다. 시간  $t$ 에 안테나  $j$ 에서 수신된 신호  $d_j^t$ 는 다음과 같다.

$$d_j^t = \sum_{i=1}^n \alpha_{i,j} c_i^t \sqrt{E_s} + \eta_j^t \quad (2.1)$$

이때  $\eta_j^t$ 는 시간  $t$ 에서 분산  $N_0/2$ 를 가지는 평균 0의 복소 가우시안 랜덤 변수의 독립 샘플을 모델링한 것이며,  $\alpha_{i,j}$ 는  $i$ 번째 송신 안테나와  $j$ 번째 수신 안테나 사이의 경로 이득이다. 이러한 경로 이득은 프레임 동안 일정하며 한 프레임에서 다른 프레임으로 변화할 때 변화한다고 가정한다.

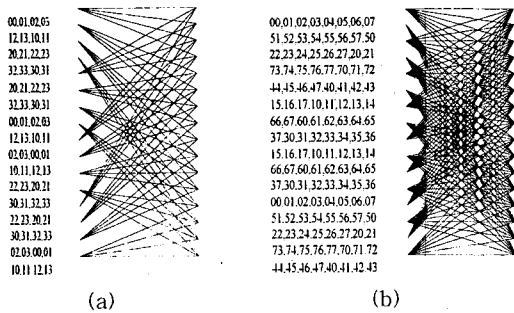


그림 4 (a) 4-PSK (b) 8-PSK 트렐리스도

계수  $\alpha_{i,j}$ 는 차원마다 분산 0.5와 평균이 0이 아닌  $E\alpha_{i,j}$ 를 가지는 복소 가우시안 랜덤 변수의 독립 샘플로 모델링 되어진다. 이것은 다른 안테나로부터 전송되어진 신호들은 독립적인 페이딩을 겪게 된다는 것을 의미한다.

그림 4는 본 논문에서 사용되어지는 상태수 16인 2-space-time code의 트렐리스도이다.

제 3 장 복호기

제 3-1 절 복호기의 구조

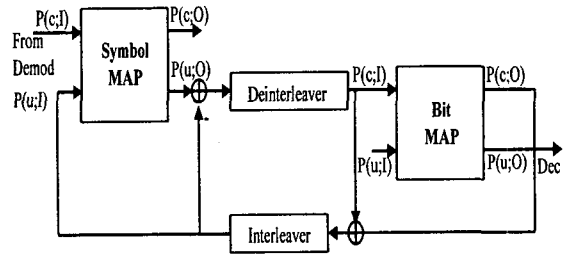


그림 5 SCSTC의 반복 복호기의 블록도

그림 5는 SCSTC의 반복 복호기 블록도이다. 복호과정은 다음과 같다. 각각의 (Maximum A Posteriori; MAP) 블록은 두 개의 입력과 두 개의 출력을 가진다.  $P(c; I)$  라고 붙여진 입력은 부호화기 출력 심볼의 대수 확률 밀도함수를 나타내고, 반면  $P(u; I)$ 는 입력 심볼의 대수 확률 밀도 함수를 표시한다. SCSTC 반복 복호 알고리즘의 첫 번째 반복동안 두 번째 부호화기가 첫 번째 부호화기에 의해 한번 부호화된 심볼을 인터리빙을 거친 후 다시 부호화하고 부호화된 심볼은 변조와 합쳐진 형태로 이루어져 있기 때문에 기존의 (Serially Concatenated Convolutional Code; SCCC)와는 달리 첫 번째 복호기는 심볼-MAP을 사용하여 복호를 하여야 한다. 심볼-MAP 복호기 블록은 채널로부터 수신되는 심볼의 대수 확률 밀도함수값으로 이루어지는 복호기 연관정 값을 받게 된다. 심볼-MAP 복호기에서 입력 심볼에 관련된 대수 확률 밀도함수값을 계산한 후, 외부 정보를 얻기 위해서 출력된 정보로부터 입력 대수 확률 밀도함수값을 뺀다. 그리고 이 값은 역 인터리빙과정에 의해 디 인터리빙된다. 시·공간 부호의 입력 심볼은 컨볼루셔널 부호의 출력심볼에 해당되고, 그림 5와 같이 비트-MAP의 위단 입력으로 보내진다. 비트-MAP 복호기는 출력 심볼의 대수 확률 밀도 함수값을 처리하고 부호구속에 따르는 출력과 입력 심볼 모두를 계산한다. 입력 심볼의 대수 확률 밀도함수값은 마지막 단계에서 정보비트에 대한 판정을 내리기 위해 사용되어지고, 반면 출력심볼의

대수 확률 밀도함수값은 차와 인터리빙계산후에, 다음번 반복을 위해 심볼-MAP 복호기로 재귀된다.

**제 3-2 절 심볼-MAP 알고리즘**

먼저 상태수를  $2^v$ 으로 정의한다. 단계  $k$ 에서의 상태는  $S_k \in \{0, 1, 2, \dots, 2^v - 1\}$ 가 되며  $m$ 개의 정보 비트들의 그룹  $d_k$ 는  $(0, 1, 2, \dots, 2^m - 1)$ 의 범위내의 정수로 표현되어질 수 있다.  $n$ 개의 잡음 심볼에 대하여 수신기는 단계  $k-1$ 로부터 단계  $k$ 까지  $\mathbf{y}_k = (y_k^0, \dots, y_k^{(n-1)})$ 을 관찰한다. 전체 수신 열은 다음과 같이 정의 할 수 있다.

$$\mathbf{y} = \mathbf{y}_1^N = (y_1, \dots, y_N)$$

가지 전이 확률을 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \gamma_i(\mathbf{y}_k, M', M) &= p(\mathbf{y}_k | d_k = i, S_k = M, S_{k-1} = M') \\ &\cdot q(d_k = i | S_k = M, S_{k-1} = M') \\ &\cdot \Pr\{S_k = M | S_{k-1} = M'\} \end{aligned} \quad (3.1)$$

순방향 변수  $\alpha_k(M)$ 과 역방향 변수  $\beta_k(M)$ 을 다음과 같이 정의한다.

$$\gamma_T(\mathbf{y}_k, M', M) = \sum_{i=1}^{2^m-1} \gamma_i(\mathbf{y}_k, M', M) \quad (3.2)$$

식 (3.7)을 이용하여 다음과 같이 정의한다.

$$\alpha_k(M) = \frac{\sum_M' \gamma_T(\mathbf{y}_k, M', M) \cdot \alpha_{k-1}(M')}{\sum_M \sum_M' \gamma_T(\mathbf{y}_k, M', M) \cdot \alpha_{k-1}(M')} \quad (3.3)$$

$$\beta_k(M) = \frac{\sum_M'' \gamma_T(\mathbf{y}_{k+1}, M, M'') \cdot \beta_{k+1}(M'')}{\sum_M \sum_M'' \gamma_T(\mathbf{y}_{k+1}, M, M'') \cdot \alpha_k(M)} \quad (3.4)$$

**제 3-3 절 SCSTC의 성능 분석**

먼저 SCSTC의 구조는 컨볼루션 코드와 스페이스-타임 코드의 결합이다. 스페이스-타임 코드 또한 변조가 합하여진 형태라는 점을 제외하고는 트렐리스 코드의 형식을 갖추고 있기 때문에 SCCC에서 사용한 방식과 비슷한 방식의 성능 분석이 가능하다.

컨볼루션 코드의 부호율을  $R_c = k/n$ 라고 두고 사용하는 인터리버의 길이를  $N$ 이라 두자. 이때  $N$ 은  $n$ 의 배수가 되어야 한다. 스페이스-타임 코드의 부호율은 1이라는 점을 유념해야한다. 성능 분석을 위해 컨볼루션 코드와 스페이스-타임 코드의 상태들의 쌍인 초월-상태들로 이루어진 초월-트렐리스를 사용하자. 초월-상태  $S_{i,j}$ 와  $S_{i,m}$ 은 스페이스-타임 코드의 상태  $s_i$ 와  $s_j$ 와 컨볼루션 코드의 상태  $s_j$ 와  $s_m$ 로 구성된 길이  $N/n$ 인 경로들의 모든 쌍으로 구성된 초월-가지와 연결되어 있다. 입출력 가중치 열거 함수

(Input-Output Weight Enumeration Function; IOWEF)를 다음과 같이 정의한다.

$$A_C(W, H) = \sum_{w,h} A_{w,h}^C W^w H^h \quad (3.5)$$

이때  $A_{w,h}^C$ 는 가중치가  $w$ 인 입력 정보워드에 의해 발생하는 코드워드의 가중치가  $h$ 인 모든 코드워드의 개수이다. 입력 정보 워드의 가중치  $w$ 에 대한 조건부 가중치 열거 함수 (Conditional Weight Enumeration Function; CWEF)  $A^C(w, H)$ 를 정의하면 다음과 같은 식을 가진다.

$$A^C(w, H) = \left. \frac{1}{w!} \frac{\partial^w A^C(W, H)}{\partial W^w} \right|_{W=0} \quad (3.6)$$

초월-트렐리스로부터 비트 오류 확률의 상위 경계는 컨볼루션 코드의 표준 전달 함수로부터 얻을 수 있다. 인터리버의 크기가 구성 코드의 구성장 보다 현저히 클 경우 상위 경계의 근사치는 초월 상태  $S_{00}$ 와  $S_{00}$ 의 연결인 초월-트렐리스의 가지만을 포함한다. 그러므로 상위 경계는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_b(e) \leq \sum_{h=h_m}^N \sum_{w=w_m}^{NR_c} \frac{w}{NR_c} A_{w,h}^C e^{-hR_c E_b/N_0} \quad (3.7)$$

이때  $w_m$ 은 컨볼루션 코드의 오류 사건을 생성하는 입력열의 최소 가중치이며  $h_m$ 은 생성된 코드워드의 최소 가중치이다.

**제 4 장 실험 결과 및 고찰**

이 장에서는 제안된 SCSTC의 BER 성능을 시뮬레이션을 통하여 Space-Time Code와 비교한다.

동일한 2b/s/Hz의 부호율 실험을 위해 기존 시·공간 부호의 경우 4-PSK 16상태를 제안된 SCSTC의 경우 8-PSK 시·공간 부호와 4-상태의 컨볼루션 부호를 사용하였다.

실험에 사용한 변수들은 다음 표 1과 같다.

표 1 실험에 사용되는 변수들

채널	준 정적 페이딩
인터리버크기	500/1000/5000/10000
외부부호 생성다항식(8)	17/06/15, 27/75/73
수신안테나	1/2
Space-Time Code변조	4-PSK/8-PSK
시뮬레이션 기법	몬테 카를로 방식

그림 6은 반복 복호 회수에 따른 성능이며 인터리버 크기는 10000이다. 기존시·공간 부호의 성능은 15dB이

상에서 성능 분포가 나타난다[1]. 그러나 제안된 SCSTC의 경우 반복 복호가 계속 되는 동안 성능 향상이 계속 이루어지는 것을 알 수 있다. 그리고 반복 복호가 4회 이상일 경우 성능의 차이가 별로 없기 때문에 반복 회수로 4회정도가 적당하다.

식 (3.6)을 통해 인터리버의 크기가 크질수록 성능이 향상됨을 알 수 있으며 그림 7은 SCSTC의 경우 인터리버를 사용하기 때문에 복호때 시간 지연을 생각하지 않는다면 인터리버 크기가 큰 것이 좋다는 점을 보여주고 있다.

그림 8은 수신 안테나의 수에 따른 성능비교이다. 수신 안테나 수가 2개일 때의 성능이 1개일 때 보다 BER  $10^{-4}$ 에 대하여 약 1.2dB정도 더 좋은 결과를 보인다. 이것은 다양성이득이 2와 4로 차이가 나기 때문이다.

### 제 5 장 결 론

본 논문에서는 반복 복호를 이용한 직렬 연쇄 시·공간 부호의 성능에 관하여 연구하였다. 실험결과에서 직렬 연쇄 시·공간 부호를 사용하여 복호를 수행하였을 경우 기존의 시·공간 부호에 비해 매우 큰 성능향상을 보였으며 컨볼루션 부호의 상태수와 시·공간 코드의 상태수가 크지면 더 큰 성능 향상을 보임을 보여주었다. 그리고 인터리버의 크기가 커질수록 성능이 좋아지며 수신 안테나의 수가 증가할수록 성능이 향상됨을 보여 주었다.

본 논문을 통해 향후 연구하여야 할 과제를 고려한다면 직렬 연쇄 시·공간 부호에서의 성능향상에 중요한 역할을 하는 시·공간 부호기의 부호화 방법에 대한 연구와 최적의 컨볼루션 부호를 찾기 위한 연구가 필요할 것이다.

### 참고문헌

[1] E. Telatar, "Capacity of multi-antenna Gaussian channels," AT&T-Bell Labs Internal Tech, Memo., June 1995

[2] Vahid Tarokh, Nambi Seshadri, Calderbank, "Space-Time Codes for High Data Rate Wireless Communication: Performance Criterion and Code Construction," IEEE Trans. on Information Theory, Vol. 44, No.2, MARCH 1998.

[3] S. Benedetto, D. Divsalar, G. Montorsi, and F. Pollara, "Serial Concatenation of Interleaved Codes: Performance Analysis, Design, and Iterative Decoding," TDA Progress Report 42-126, Aug. 15, 1996.

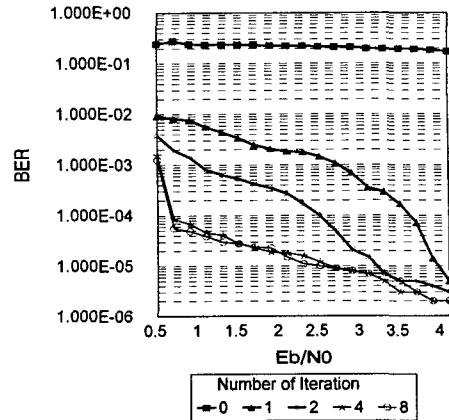


그림 6 4-PSK SCSTC의 반복 복호 회수에 따른 성능

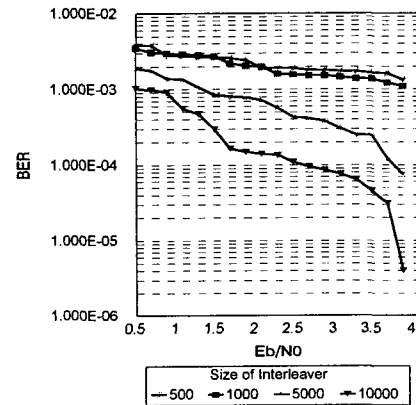


그림 7 8-PSK SCSTC의 인터리버 크기에 따른 성능

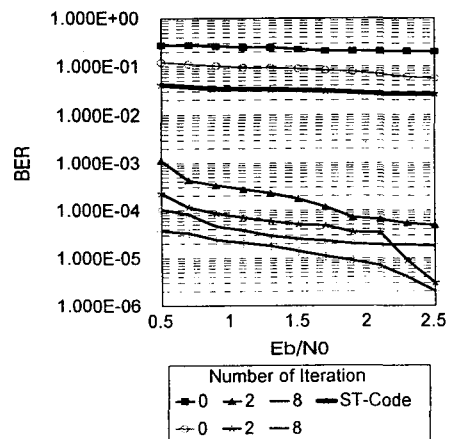


그림 8 4-PSK SCSTC의 수신 안테나 수에 따른 성능