

적응적 중요표본추출법에 의한 확률유한요소모형의 신뢰성분석

Reliability Analysis of Stochastic Finite Element Model by the Adaptive Importance Sampling Technique

김 상 효¹⁾ 나 경 웅²⁾
Kim, Sang-Hyo Ra, Kyeong-Woong

ABSTRACT

The structural responses of underground structures are examined in probability by using the elasto-plastic stochastic finite element method in which the spatial distributions of material properties are assumed to be stochastic fields. In addition, the adaptive importance sampling method using the response surface technique is used to improve simulation efficiency. The method is found to provide appropriate information although the nonlinear Limit State involves a large number of basic random variables and the failure probability is small. The probability of plastic local failures around an excavated area is effectively evaluated and the reliability for the limit displacement of the ground is investigated. It is demonstrated that the adaptive importance sampling method can be very efficiently used to evaluate the reliability of a large scale stochastic finite element model, such as the underground structures located in the multi-layered ground.

1. 서 론

구조계의 응답은 하중, 기하학적 형상 및 재료물성의 불확실성으로 인하여 확률적 특성을 갖게 된다. 지반의 불확실성 요인으로는 공간적 변화, 시험오차, 통계적 불확실성, 모형의 불확실성 등이 있으며(Baecher 1981), 지하구조체의 합리적인 설계를 위해서는 지반 물성의 불확실성을 확률적으로 정량화하여 분석할 필요가 있다. 특히 지반물성의 공간적 분포의 불규칙성은 구조거동에 영향을 미치는 중요한 요인이 되므로 이에 대한 영향을 합리적으로 분석하기 위해서는 추계론적(stochastic) 접근 방법이 필요하다.

불확실성을 갖는 재료의 물성은 확률변수로 모형화 될 수 있으며, 확률변수의 공간적 분포 특성은 확률장(stochastic field)으로 표현된다(Vanmarke 1986). 이러한 확률장에 대한 해석을 위하여 확률유한요소법(stochastic finite element method, SFEM)이 사용되며, 최근에는 지하구조체에 대한 응답 분석에도 적용되고 있다(나경웅 1998A). 확률 유한요소법에서 주로 사용되는 기법으로는 모의분석법과 섭동법 및 신뢰성이론에 기초한 방법 등이 사용된다. 모의분석법은 자기상관된 확률장을 발생시켜 해석하고 결과를 확률적으로 분석하는 방법이며, 자기상관된 확률장 발생을 위하여 공분산 행렬을 분해하는 방법(Yamazaki 1988, 1990) 등이 사용된다. 섭동법이나 신뢰성이론에 기초한 방법은 빠른 시간 내에 근사적으로 해를 얻을 수는 있으나, 한

1) 연세대학교 사회환경건축공학부 교수
2) 연세대학교 산업기술연구소 전문연구원

계상태면이 비선형적이고 확률변수의 수가 많거나 확률변수들의 분산이 큰 경우에는 오차가 상당히 크다는 문제점이 있다. 반면 모의분석법은 결과를 통계적으로 처리하기 때문에 기존의 결정론적 해석기법을 큰 수정 없이 사용할 수 있으며, 분산이 크거나 비선형성이 존재하는 문제에 대해서도 신뢰도 높은 결과를 얻을 수 있다.

그러나 모의분석기법은 높은 정밀도가 요구되는 문제에 대해서는 계산량의 증가로 인하여 계산시간이 길어지게 되므로, 이러한 단점을 해결하기 위한 방법으로 다양한 형태의 분산감소기법이 사용된다. 그 중 중요표본추출법(impostance sampling method)은 파괴 확률이 높은 곳에 표본추출을 집중시킴으로써 계산의 효율성을 높일 수 있는 기법으로서 직접법, 적응적 기법 (Press 1992), 방사형 기법 (Melchers 1990) 및 지향성 기법 (Bjerager 1988) 등이 사용된다. 특히, 층화표본추출(Stratified Sampling)법과 혼합된 적응적 중요표본 추출법은 계산된 파괴확률밀도에 따라 표본추출밀도를 점진적으로 개선하는 방법으로 파괴확률밀도의 분포를 미리 예측할 수 없는 문제에 대해서도 효과적으로 사용할 수 있다. 그러나 층화표본추출법은 확률변수의 차원이 높아지면 요구되는 모의분석 수가 기하급수적으로 증가하게 되어 효율성이 저하되므로, 다차원 확률변수 문제에 대한 적용성이 떨어진다. 따라서 확률유한요소법과 같은 다차원 확률변수 문제에 적용하기 위하여 응답면을 이용한 적응적 중요표본추출기법(나경웅 1998B)이 개발되었으며, 이 기법에서는 다차원 확률변수에 대한 응답을 응답면함수를 이용하여 단일확률변수의 문제로 변환함으로써 다차원 확률변수 문제에서 발생하는 대규모의 모의분석규모를 효과적으로 감소시킬 수 있다.

본 연구에서는 확률유한요소 모형과 같은 대규모의 확률변수문제에 대하여 응답면을 이용한 적응적 중요표본추출기법의 적용성을 검토하고, 기존의 모의분석기법으로는 과다한 계산시간 때문에 적용하기 곤란한 단계 시공과정을 갖는 지하구조체에 대하여 탄소성 확률유한요소해석을 통한 신뢰성 분석을 수행하고자 한다. 특히 지반물성이 불연속적인 다층지반 내에 설치되는 지하구조체에 대하여 굴착부 주변요소 및 보강재의 소성발생확률과 굴착부에서 한계변위에 대한 신뢰성분석에 적용하여 실질적인 문제에 대한 적용성을 검토하고자 한다.

2. 탄소성 확률유한요소모형

모의분석기법에 기초한 확률유한요소법에서는 대상 구조체를 공간적 확률장으로 모형화하고, 이를 해석하여 구조응답의 확률적 특성을 분석한다. 이와 같이 공간적 분포특성을 모형화하기 위하여 재료물성을 확률변수로 가정하고 평균과 분산성분으로 구분한다. 이때 확률변수의 분산성분을 2차원 등방성 균질확률장(homogeneous stochastic field)으로 가정하면, 분산성분의 평균은 0이므로 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$E[a(\mathbf{x})] = 0 \quad (1)$$

여기서, $E[\cdot]$ 는 평균값을 나타내는 연산자이며, $a(\mathbf{x})$ 는 확률변수의 분산성분이다.

확률유한요소모형에서는 한 요소 내부의 물성은 균질하지만, 각 요소는 확률장 특성에 따라 서로 다른 물성을 갖는 것으로 모형화한다. 확률장에서 각 요소가 갖는 물성의 분산 성분 a_i 는 요소의 중심위치와 상관관계를 갖게 되며, 요소의 중심위치에 대한 상관관계특성을 나타내는 공분산행렬 $C_{\alpha\alpha}$ 의 (i,j)성분은 식(2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$c_{ij} = Cov[a_i a_j] = E[a_i a_j] = R_{\alpha\alpha}(\xi_{ij}) \quad (2)$$

여기서 ξ_{ij} 는 요소 i와 j의 중심 사이의 거리를 나타내는 벡터이며, $R_{aa}(\xi_{ij})$ 는 분산 성분의 자기상관함수(autocorrelation function)이다. 본 연구에서는 자기상관함수로 식(3)과 같은 지수함수를 사용하였다.

$$R_{aa}(\xi) = \sigma_0^2 \exp\left[-\left(\frac{|\xi|}{d}\right)^2\right] \quad (3)$$

여기서 σ_0 는 확률변수의 표준편차이며, d는 상관관계거리(correlation distance)이다. 상관관계를 나타내는 척도로서 상관관계거리가 커질수록 임의의 두 지점 간의 상관관계는 커진다.

각 요소의 분산성분을 나타내는 분산벡터 a 는 확률장 특성을 만족하도록 공분산행렬을 분해하여 구할 수 있다. 일반적인 경우에는 공분산행렬을 콜레스키(Cholesky) 분해하여 확률장을 발생하며(Yamazaki 1988), 확률변수의 공간적 상관관계가 높거나 교차상관특성을 갖는 경우에는 모드분해법을 사용한다(Yamazaki 1990). 콜레스키 분해방법을 사용하는 경우 각 요소의 분산성분을 나타내는 분산벡터 a 는 식(5)를 사용하여 얻을 수 있다.

$$a = Lz \quad (5)$$

여기서 z 는 평균이 0, 표준편차가 1인 표준정규분포를 갖는 n개의 독립적인 확률변수이고, L 은 공분산행렬을 콜레스키 분해하여 구한 하부삼각행렬(lower triangular matrix)이다.

유한요소해석에서 강성도 행렬을 구성하는 과정에서 사용되는 확률변수와 항복조건을 나타내는 확률변수는 물성의 평균값과 식 (5)에서 구해진 분산항의 합으로 구하며(나경웅 1998A), 모의분석을 위한 입력물성으로 사용된다. 확률유한요소 해석프로그램은 재료의 비선형거동을 고려한 탄소성 유한요소법을 사용하여 구성하였으며, 지하구조체의 시공과정에 따른 단계별 해석이 가능하도록 하였다.

3. 응답면을 이용한 중요표본추출기법

모의분석기법은 신뢰성분석에 있어 탁월한 방법이지만 정확한 해에 근접하기 위해서는 많은 계산량이 필요하며, 특히 다단계의 시공과정을 갖는 지하구조체의 비선형 해석과 같은 경우에는 계산시간이 상당히 길어지므로 실질적으로 적용하는데 한계가 있다. 따라서 이러한 문제점을 극복하기 위해서는 분산감소기법이 사용되는데, 그 가운데 중요표본추출(importance sampling)기법은 파괴밀도가 높은 구간에 대하여 모의분석을 집중함으로써 분산을 감소시키는 효율적인 기법이다. 따라서 단순 몬테칼로 방법에 비하여 적은 수의 모의분석을 수행하여도 정밀도가 높은 해를 얻을 수 있어, 같은 정밀도의 해를 구하는 경우에는 모의분석 수를 줄일 수 있으며 계산효율을 높일 수 있다.

특히 충화표본 추출기법과 혼합한 적응적 중요표본 추출기법(Press 1992)은 파괴확률의 분포형상을 예측할 수 없는 문제에 대해서도 적용할 수 있다는 장점이 있으나, 확률변수의 차원이 높아지면 충화표본추출과정에서 요구되는 모의 분석수가 급격히 증가되는 문제점을 갖고 있다. 이러한 단점을 해결하기 위하여 확률변수를 응답함수로 단일화하는 응답면을 이용한 적응적 중요표본추출기법(나경웅 1998B)이 개발되었다. 확률유한요소해석에서는 모든 유한요소의 물성이 확률변수가 되므로 요소수에 따라 확률변수의 차원이 높아지게 되므로, 본 연구에서는 응답면을 이용한 적응적 중요표본추출기법을 도입하여 확률유한요소해석과 같은 대규모 문제에 대한 적용성을 검토하고자 한다.

한계상태식이 $G(x)$ 인 구조계의 파괴확률은 식(6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_f = \int_{all} \int I[G(\mathbf{x}) \leq 0] f_x(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (6)$$

여기서, $I[\cdot]$ 는 $G(\mathbf{x}) \leq 0$ 인 파괴영역에서는 1이고 그 이외에는 0인 지표함수이며, $f_x(\mathbf{x})$ 는 확률변수벡터 \mathbf{x} 에 대한 결합밀도 함수이다. 여기서 표본추출밀도함수 $h_v(v)$ 를 도입하면 식(6)은 식(7)과 같이 변환된다.

$$P_f = \int_{all} \int I[G(\mathbf{x}) \leq 0] \frac{f_x(\mathbf{v})}{h_v(v)} h_v(v) dv \quad (7)$$

중요표본추출에서 표본추출밀도를 파괴확률의 밀도함수에 근사하도록 하여 분산을 감소시키고 모의분석의 효율을 높이는 방법이다. 적용적 중요표본 추출기법은 반복과정을 통하여 표본추출밀도를 파괴밀도에 최대한 근사하도록 하는 방법이며, 이 과정에서 충화표본추출법과 병행한 방법이 사용된다. 충화표본추출법은 표본추출을 여러 구간으로 분할하고 각 구간에서 발생되는 분산을 최소화하는 기법으로써 중요표본 기법과 병행하여 사용하면 효율적으로 표본점을 선정할 수 있다. 그러나, 충화표본추출법은 확률변수가 많아지면 계산에 필요한 표본수가 기하급수적으로 증가되므로 다차원 확률변수문제에 대한 적용이 곤란하다는 문제점이 있다. 따라서 다차원 문제에 대하여 응답면 기법을 도입하여 표본추출영역을 확률변수에 대하여 직접 분할하는 대신 응답면식으로 구한 응답에 대하여 분할함으로써 다차원 문제에 대하여 적용할 수 있도록 하였다(나경웅 1998B).

응답면기법은 확률변수의 함수로 나타내는 것이 불가능한 구조물의 한계상태식 $G(\mathbf{x})$ 를 확률변수의 함수로 표현되는 간단한 다항식 $G'(\mathbf{x})$ 로 근사하여 신뢰성해석을 실시한다. 이때 근사된 다항식 $G'(\mathbf{x})$ 를 응답면식이라고 하며, $G'(\mathbf{x}) = 0$ 으로 표현되는 근사된 파괴면을 응답면이라고 한다. 본 연구에서는 식 (8)와 같은 1차식을 사용하여 모형화 하였다.

$$G'(\mathbf{x}) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x_i \quad (8)$$

응답면기법은 중요표본추출법에서 적분구간을 구분하는데 사용되는데 때문에 1차식만을 사용하여도 비교적 정확하게 파괴확률을 계산할 수 있다.

적용적 중요표본추출과정에서 응답면함수를 이용하면 표본추출영역을 확률변수에 대한 응답으로 변환하여 사용하므로 확률변수가 많은 경우에도 효율적으로 표본추출을 할 수 있다. 확률변수로 구성된 변수들에 의한 응답을 응답면 함수에 의한 응답으로 치환하고, 각각의 확률변수에 대한 최다 파괴확률특성 대신에 확률변수들에 의한 응답면 함수값을 표본점 선정 기준으로 사용하여 모의분석을 수행한다. 즉, 모의분석법을 사용하여 응답함수에 따른 파괴확률밀도를 계산하고, 응답함수에 대하여 파괴확률이 높은 영역에 모의분석을 집중함으로써 구조 해석에 요구되는 계산 시간을 감소시켜 전체적인 효율성을 높일 수 있다(나경웅 1998B).

각 구간에서 모의분석에 의한 계산 과정을 반복하면서 기존의 결과를 누적하여 사용하면, 응답의 확률 및 각 구간의 조건부 파괴확률이 점진적으로 개선되며, 파괴확률의 오차를 줄일 수 있게 된다. 또한 반복과정이 증가되면서 표본추출분포는 파괴확률분포에 더욱 근접하게 되므로 파괴확률의 분산을 감소시킬 수 있게 된다. 특히 응답면을 기준으로 구간을 분할하고 이를 구간에 대한 대표점을 선정하여 실제 응답을 구하므로 각 구간에 대한 실제 파괴 확률을 검토할 수 있으며, 각 구간별 파괴확률의 정밀도를 높일 수 있어 정확한 해에 더욱 근사한 결과를 얻을 수 있다.

4. 중요표본추출법에 의한 지하구조체의 신뢰성 분석

단일한 지반으로 구성된 지하구조체에 대한 확률유한요소 해석이 수행된 바 있으나(나경웅 1998A), 일반적으로 지하구조체는 토사와 암반 등 여러 지층으로 구성된 지반에 설치되며 다단계의 굴착 및 보강과정을 통하여 시공된다. 따라서 본 연구에서는 보다 실질적인 문제로 다층지반에 설치되는 복선 터널 단면을 대상으로 하여 탄소성 확률유한요소해석을 수행하고자 한다. 특히 모의분석의 효율성을 높일 수 있도록 응답면을 이용한 적응적 중요표본 추출기법을 사용하여 굴착부 주변의 요소와 보강재의 소성발생확률을 구하고 한 계변위에 대한 신뢰성을 분석하고자 한다.

4.1 다층지반에 설치된 터널모형

해석모형은 그림 1에 나타낸 바와 같이 토사, 풍화암, 연암과 경암의 4 개 층으로 구성되어 있으며, 터널은 굴착폭 10.95m, 높이 8.60m인 마제형 단면으로 연암과 경암 사이에 설치되는 것으로 가정하였다(나경웅 1999). 각각의 지층은 상호독립적인 특성을 갖는 다변수 확률장으로 토사 및 풍화암 층의 두께는 5.0m, 연암층의 두께는 10.0m로 모형화하였다.

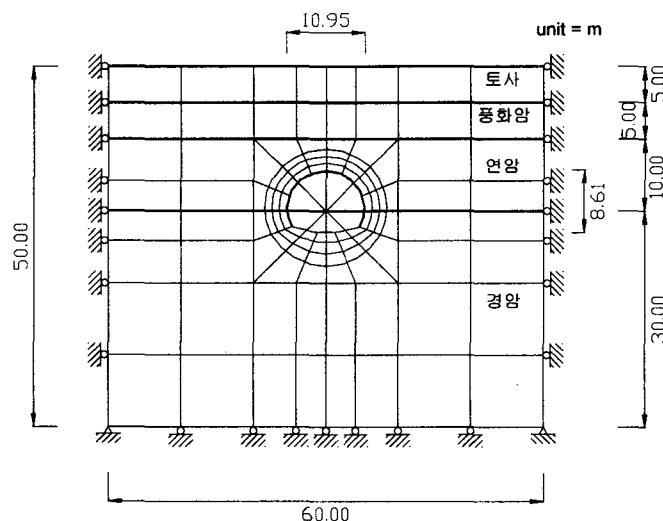


그림 1. 해석모형

입력물성은 표 1에 나타낸 바와 같이 탄성계수와 점착력을 확률변수로 사용하였다. 확률변수에 대한 분산계수는 암반 및 토사에 대하여 0.5이고, 콘크리트에 대하여 0.3인 것으로 가정하였으며, 상관관계거리는 8.0m로 가정하였다. 나머지 변수는 결정론적인 값을 갖는 일반변수로 설정하였으며, 측압계수는 1.2를 사용하였다. 해석조건은 무보강인 경우와 굴착 후 40%하중에서 두께 150mm의 콘크리트가 설치되는 두 가지 경우에 대하여 해석하였다.

표 1. 해석에 사용한 입력물성

구 분	확률변수		일반변수		
	탄성계수	접착력	밀도	포아손비	내부마찰각
단 위	MPa	MPa	t/m ³	-	degree
토 사	평균	30	0.030	2.0	0.30
	표준편차	15	0.015	-	-
풍화암	평균	200	0.100	2.2	0.25
	표준편차	100	0.050	-	-
연암	평균	900	0.500	2.4	0.20
	표준편차	450	0.250	-	-
경암	평균	3,000	1.000	2.6	0.18
	평균	1,500	0.500	-	-
숏크리트	평균	21,300	8.52	2.5	0.20
	표준편차	6,390	2.56	-	-

4.2 해석 결과 및 결과분석

응답면을 이용한 중요표본추출기법을 적용하여 지반물성의 확률적 특성을 고려한 굴착부 주변 요소의 소성발생확률과 한계변위에 대한 초과확률을 검토하였다. 파괴확률 0.002 정도의 수준에 대한 해석을 위하여 반복과정별 모의분석수를 500회로 설정하여 해석하였으며, 수렴기준으로 파괴확률의 변화율 0.01을 사용하였다.

표 2는 굴착부 주변 및 숏크리트 요소에 대한 파괴확률을 나타낸 것으로 신뢰성지수(β)와 함께 표시하였다. 파괴확률이 10-1수준인 무보강의 경우는 총모의분석수 2,000에서 수렴되는 결과를 보여주고 있다. 파괴확률이 10-3이하의 수준인 숏크리트요소의 소성발생확률을 수렴시키기 위하여 사용된 총모의분석수는 천단부의 경우 10,000회, 파괴확률이 1/30 수준인 측벽부의 경우에는 15,000회로 파괴확률이 낮아짐에 따라 모의분석수가 증가는 하지만 파괴확률이 낮아지는 수준에 비하여 수렴성은 더욱 좋아지는 것으로 나타났다.

표 2. 굴착부 주변요소와 숏크리트요소의 소성발생확률

구 분	무보강시	숏크리트보강시
굴착부	천단부	9.434×10^{-2} ($\beta = 1.31$)
	측벽부	1.472×10^{-1} ($\beta = 1.05$)
주변요소	천단부	3.702×10^{-2} ($\beta = 1.79$)
	측벽부	1.036×10^{-1} ($\beta = 1.26$)
숏크리트	천단부	9.164×10^{-4} ($\beta = 3.11$)
	측벽부	3.052×10^{-5} ($\beta = 3.89$)
요소		

그림 2는 천단부 숏크리트요소에 대한 소성발생확률의 수렴성을 나타낸 것으로, 총모의분석수 6,000회 이후에는 소성발생확률의 변화가 적으며 안정적으로 수렴되는 것으로 분석된다. 따라서 변화율 0.02를 수렴기준으로 사용하면 모의분석수 8,500회에서 수렴된 결과를 얻을 수 있으며, 이때 소성발생확률은 8.615×10^{-4} (신뢰성지수 3.13)으로 10,000회 모의분석결과와 6%이내의 근접한 결과를 나타낸다. 또한 그림 3은 측벽부 숏크리트요소에 대한 소성발생확률의 수렴성을 나타낸 것으로 모의분석수 4,000회 이후에 완만하게 수렴되는

경향을 보이며, 총모의분석수 10,000회 이후의 변화율은 0.03~0.09로 안정된 수렴성을 나타낸다. 이 경우에도 변화율 0.05를 수렴기준으로 적용하면 총모의분석수 11,500회에서 수렴된 결과를 얻을 수 있으며, 이때의 소성발생률은 3.634×10^{-5} (신뢰성지수 3.86)으로 최종해(15,000회 결과)와 매우 근접한 결과이다. 따라서, 요구되는 해의 정밀도 수준에 따라 수렴기준을 적절하게 설정하면 효과적으로 근사해를 구할 수 있는 것으로 판단된다.

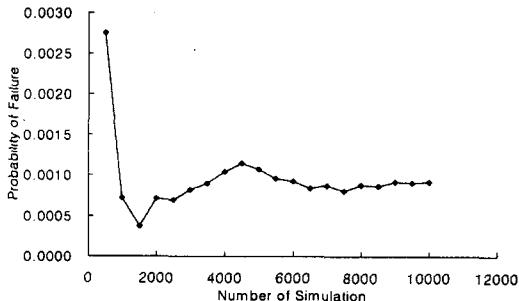


그림 2. 천단부 콘크리트의 소성발생률

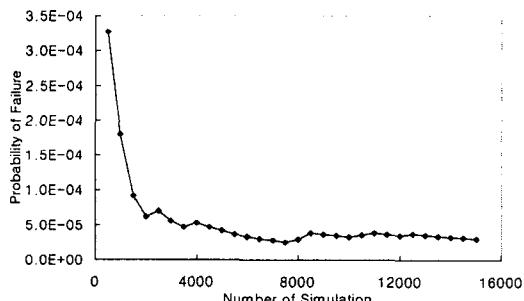


그림 3. 경사면부 콘크리트의 소성발생률

표 3은 터널의 천단부에 대하여 한계변위에 대한 초과확률을 나타낸 것으로, 한계변위 4.0mm에 대하여 무보강인 경우는 초과확률이 0.984로 대부분 한계변위를 초과하게 되지만, 콘크리트로 보강된 경우는 초과확률이 0.184로 상당히 감소되는 것으로 나타났다. 또한 한계변위를 6.0mm로 가정한 경우의 초과확률은 무보강의 경우 0.236, 보강 후에는 0.005의 수준인 것으로 나타났다. 기선정된 수렴조건을 만족하는 데 요구되는 총모의분석수는 초과확률의 수준에 비례하게 되는데, 무보강의 경우 한계변위 4.0mm와 같이 초과확률이 매우 큰 경우에는 총 1,500회로 3회의 반복후에 수렴되었으며, 이는 가장 기본적인 반복횟수라고 할 수 있다. 이런 경우에는 반복과정별 모의분석수를 100회 정도로 축소하면 더욱 빨리 수렴될 것이다. 초과확률이 다소 낮은 한계변위 6.0mm에 대해서는 총 2,500회로 5회 반복 후에 수렴조건을 만족시키고 있다. 초과확률이 좀 더 낮은 콘크리트로 보강된 경우에는 한계변위 4.0mm에 대하여 총모의분석 3,500회(7회 반복계산)에서 수렴되었으며, 한계변위 6.0mm에 대하여 총모의분석 5,000회(10회 반복계산)에서 수렴된 결과를 나타낸다.

표 3. 한계변위에 대한 천단변위의 초과확률

한계변위(mm)	무보강시	콘크리트보강시
4.0	9.841×10^{-1}	1.837×10^{-1}
6.0	2.362×10^{-1}	5.139×10^{-3}

본 연구에서 제시한 모의분석기법은 파괴확률이 10⁻² 이하로 낮아질 경우에 기존의 모의분석기법에 비하여 보다 효율성이 높아지므로 상대적으로 적은 계산량이 요구되며, 본 예제에서도 이러한 특성을 잘 보여주고 있다. 즉 1.837×10^{-1} 수준의 문제(콘크리트보강·한계변위 4mm)에서 3,500회의 모의분석 후에 수렴된 경우와 비교하여 초과확률이 1/36 수준인 콘크리트보강·한계변위 6mm 문제(초과확률 5.139×10^{-3})에서 단지 5,000회의 모의분석 후에 수렴되는 우수한 수렴성을 보이고 있다.

5. 결론

재료의 물성이 공간적으로 불규칙하게 분포된 지하구조체에 대하여 안전도를 합리적으로 평가하고 굴착부의 변위에 대한 신뢰성을 평가하기 위해서는 확률론적 해석기법을 사용하여야 한다. 탄소성 확률유한요소해석은 기존의 결정론적인 방법으로는 분석할 수 없는 입력물성의 확률특성을 반영하여 소성발생이나 변위등과 같은 구조적 거동에 대한 확률적 특성을 분석할 수 있으며, 구조체의 신뢰성 분석에 의한 합리적인 설계에 활용될 수 있다. 특히 본 연구에서는 다차원 확률변수로 구성된 확률유한요소해석에 대하여 응답면을 이용한 적응적 중요표본추출기법의 적용성을 검증하였으며, 다층지반에 설치된 지하구조체에 적용하여 굴착부 및 보강재에 대한 소성발생확률과 한계변위에 대한 신뢰성을 효율적으로 분석할 수 있었다. 이와 같이 응답면을 이용한 적응적 중요표본추출기법은 비선형적인 한계상태면을 갖는 다차원 확률변수의 문제에 대한 확률해를 효율적으로 구할 수 있는 기법이며, 다단계의 해석과정을 갖는 지하구조체의 탄소성 확률유한요소해석에 효과적으로 사용될 수 있음을 입증하였다.

참고문헌

- Baecher, G.B., "Uncertainties and geotechnical reliability analysis", 3rd International Conference on Structural Safety and Reliability, pp. 781-791, 1981.
- Bjerager, P., "Probability integration by directional simulation", Journal of Engineering Mechanics, Vol. 114, No. 8, pp. 1285-1302, August, 1988.
- Melchers, R.E., "Radial importance sampling for structural reliability", Journal of Engineering Mechanics, Vol. 116, No. 1, pp. 189-203, January, 1990.
- Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T., and Flannery, B.P., Numerical Recipes in FORTRAN - The Art of Scientific Computing (2nd Ed.), Cambridge University Press, 1992.
- Vanmarcke, E., Shinozuka, M., Nakagiri, S., Shueller, G.I., and Grigoriu, M., "Random fields and stochastic finite elements", Structural Safety 3, pp. 143-166, 1986.
- Yamazaki, F., Shinozuka, M. and Dasgupta, G., "Neumann Expansion for Stochastic Finite Element Analysis", J. of Eng. Mech., Vol. 114, No. 8, August, 1988.
- Yamazaki, F. and Shinozuka, M., "Simulation of stochastic fields by statistical preconditioning", Journal of Engineering Mechanics, Vol. 116, No. 2, pp. 268-287, February, 1990.
- 나경웅, 김상효, "확률유한요소법에 의한 지하구조체의 탄소성해석", 대한토목학회논문집 제 18권, 제 I-5호, 1998.
- 나경웅, 김상효, 이상호, "응답면을 이용한 적응적 중요표본추출법", 한국전산구조공학회지, Vol. 42, No. 4, 1998.
- 나경웅, "지하구조체의 확률유한요소해석을 위한 응답면을 이용한 적응적 중요표본추출기법", 연세대학교 박사학위논문, 1999.