

교량의 변위응답 추정을 위한 가속도 신호의 수치처리에 대한 실험적 연구

An Experimental Study on the Numerical Process of the Acceleration Signal for the Estimation of the Displacement Response of Bridges.

정진환* 계만수** 제순모***
Cheung, Jin Hwan Gye, Man Soo Je, Soon Mo

ABSTRACT

In this study, the algorithm which can estimate displacements from the acceleration data is developed. For proving the validity of this study, the calculated displacements are compared with the measured displacements through the forced vibration tests in the laboratory. So the sampling frequency and filtering range for the estimation of the displacements are proposed. Finally, these results are applied to estimate displacements from the acceleration data obtained from the real bridge.

1. 서론

최근의 교량 구조물은 설계, 시공 및 안전진단에 대한 기술적인 발전에도 불구하고 재료의 노후화, 기후 및 교통량의 악영향 그리고 유지관리의 미흡 등으로 인해 구조물의 성능과 안전성이 저하되어 건설당시의 기능을 수행하지 못하는가 하면 종종 붕괴사고 까지도 발생시키고 있다.

이러한 추세로 구조물의 동적 특성을 계측하고 이를 분석하여 대상구조물의 건전도를 평가하는 연구가 활발히 수행되고 있는 실정이다.^{1)~4)} 구조물의 동적 거동을 계측할 때 변위신호와 가속도신호를 측정하는데 측정된 변위데이터는 구조물의 응력과 명확한 관계를 가지므로 구조물의 거동파악과 공학적인 판단자료로 직접 이용할 수 있다. 그러나 구조물의 변위추정을 위해서는 변위추정을 위한 지지점을 설치해야 하는데 이 때문에 많은 노력과 비용이 요구된다. 한편, 가속도데이터는 구조물의 거동을 파악하는데 직접적으로 이용할 수는 없으나 가속도 데이터를 얻고자 하는 부분에 가속도계를 비교적 쉽게 설치하여 측정할 수 있으므로 변위데이터에 비해 계측이 편리하고 그에 따른 노력과 비용을 많이 절감할 수 있다.

본 연구에서는 변위데이터에 비해 계측이 유리한 가속도데이터를 수치처리하여 변위응답을 추정하는 프로그램 개발하였다. 그리고 실험실에서 수행한 강제진동실험으로부터 측정된 동일 시편에 대한 변위데이터와 가속도데이터를 프로그램에 적용시켜 가속도데이터로부터 추정된 변위와 실측변위를 비교하여 실측변위재현을 위한 적절한 샘플링주파수와 필터링범위를 제시하였다. 또한, 이를 바탕으로 실제교량에서 측정된 가속도데이터로부터 변위응답을 추정하여 교량의 실측변위응답과 비교해 보았다.

* 부산대학교 토목공학과 교수
** 부산대학교 토목공학과 박사과정
*** 부산대학교 토목공학과 석사과정

2. 신호처리의 이론적 배경

2.1 연속시간신호와 이산시간신호

신호(Signal)란 일반적으로 물리적 시스템의 상태 또는 거동에 관한 정보를 전하는 기능을 가진 함수라고 정의 할 수 있다.⁶⁾ 신호는 연속시간신호(Continuous-time signal)와 이산시간신호(Discrete-time signal)로 나누어지는데 연속시간신호(아날로그신호)는 연속적으로 변화하는 시간(t)의 모든 값에 대하여 신호함수의 값이 정의되고 이산시간신호는 시간(t)의 특정한 값들에 대해서만 불연속적으로 신호함수의 값이 정의되어 있는 신호를 말한다.⁷⁾ 일반적으로 물리현상에 따르는 신호의 형태는 연속시간신호인데 이를 컴퓨터에서 수치 처리 하기 위해서는 이산시간신호 형식으로 처리해야 한다.

이산시간신호는 이산적인 시각에서만 신호의 값이 정의되어 있는 수열(Sequence)로 생각할 수 있으므로 다음과 같이 쓴다.

$$x = \{x[n]\}, \quad -\infty < n < \infty \quad (2.1.1)$$

여기서 n 은 정수이고 $x[n]$ 은 수열의 n 번째 수를 나타낸다. 이와 같은 수열은 연속시간신호를 샘플링(Sampling) 하여 얻고, 이 때 수열의 n 번째 값 $x[n]$ 은 연속시간신호 $x_a(t)$ 의 시각 nT 에서의 값이다.

$$x[n] = x_a(nT), \quad -\infty < n < \infty \quad (2.1.2)$$

여기서, 시간 T 를 샘플링주기(Sampling period), 그 역수를 샘플링 주파수 f_s (Sampling frequency)라 한다.⁶⁾

이산시간신호 및 시스템이론에서 중요한 역할을 하는 기본적인 수열로는 단위임펄스수열(Unit impulse sequence), 단위스텝수열(Unit step sequence), 지수수열(Exponential sequence), 정현수열(Sinusoidal sequence)이 있으며 임의의 이산신호 $x(nT)$ 는 다음과 같이 임펄스의 합으로 표현할 수 있다.

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} x(kT) \delta(nT - kT) \quad (2.1.3)$$

2.2 이산 시스템

신호를 처리하여 정보를 얻어내는데 편리한 형태로 변환하는 장치 또는 수단을 시스템(System)이라 하는데 이산 시스템은 입출력이 이산신호 $x(nT)$ 및 $y(nT)$ 로 주어지는 시스템을 말한다.

$$y(nT) = T[x(nT)] \quad (2.2.1)$$

이산 시스템을 취급할 때는 선형성, 시불변성, 인과성 그리고 안정성을 고려하여야 한다.⁷⁾ 선형시불변시스템은 선형성과 시불변성을 동시에 갖는 시스템으로 실세계에 존재하는 많은 시스템들이 선형시불변성을 갖고 푸리에 해석과 같은 해석에 편리한 방법을 가지므로 신호처리에 많이 적용된다.⁸⁾ 또한, 선형시불변시스템은 시스템의 임펄스응답에 의해 완전히 기술되고 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] h[n-k] \quad (2.2.2)$$

여기서, $h[n-k]$ 는 임펄스 $\delta[n-k]$ 에 대한 응답이고 임펄스 응답을 알면 모든 입력 $x[n]$ 에 대한 출력 $y[n]$ 을 계산 할 수 있다. 식 (2.2.2)를 콘볼루션합(Convolution sum)이라 부른다.

2.3 신호의 표본화 정리

연속신호를 이산신호로 표현하는 가장 전형적인 방법은 주기적 샘플링(Sampling)이다. 한편, 이산신호로부터 원래신호를 재현하고 가속도데이터의 수치적분을 통해 변위파형을 재현하기 위해서는 적당한 샘플링주파수를 결정해야 한다.

주어진 연속신호 $x(t)$ 의 가장 높은 주파수가 $f_h[Hz]$ 일 때 샘플링주파수 f_s 를 f_h 의 2배 이상으로 설정하여 샘플링하면 본래의 연속신호 $x(t)$ 를 복원할 수 있다.

$$f_s \geq 2f_h \quad (2.3.1)$$

$$T \leq \frac{1}{2f_h} \quad (2.3.2)$$

여기서, T 는 표본화 시간이고, $2f_h$ 를 나이퀴스트 샘플링주파수(Nyquist sampling frequency)라 한다.⁷⁾ 그리고 변위 파형을 재현하기 위해서는 샘플링 주파수를 나이퀴스트 샘플링주파수 보다 크게 설정하여야 한다.^{1), 3)}

2.4 필터링(Filtering) 이론

신호처리의 가장 기본적인 목적의 하나로 본래의 신호에 잡음이 첨가될 경우 주어진 측정신호로부터 필요한 성분만을 추출해 내어 본래의 신호를 찾아내는 것이다. 이와 같은 과정을 필터링(Filtering) 혹은 필터처리라 하고 이러한 처리를 하는 장치를 필터(Filter)라 한다.

가속도 기록에는 일반적으로 여러 가지 오차가 포함되어 있고, 이 오차들은 대부분 저주파와 고주파 성분에 집중되어 있다. 따라서, 이 오차가 포함되는 주파수 영역을 결정하여 이를 대역통과필터를 사용하여 제거한다.³⁾ 시간영역상의 필터는 IIR(Infinite Impulse Response)필터와 FIR(Finite Impulse Response)필터로 분류할 수 있다. IIR필터는 계산량이 적은 장점이 있으나 위상차가 비선형으로 될 수 있고, FIR필터는 위상차를 선형으로 설계할 수 있으나 필터의 차수가 커져서 계산량이 많아지는 단점이 있다.

이러한 시간영역상의 필터의 단점을 보완 할 수 있는 것이 주파수 영역상의 필터이다. 이상주파수 선택필터(Ideal Frequency-Selective Filter)는 저역통과필터(Low Pass Filter), 고역통과필터(High Pass Filter), 대역저지필터(Band Stop Filter) 그리고 대역통과필터(Band Pass Filter)등으로 나눌 수 있다.

2.5 푸리에 변환(Fourier Transform)

시간영역에서 표현된 가속도 신호의 주파수 분석을 위해서는 주파수영역으로 변환하고 여기서 분석된 신호를 다시 시간영역으로 표현하려면 푸리에 변환(Fourier Transform)이 필요하다.

임의의 연속신호 $f(t)$ 의 푸리에 변환을 $F(\omega)$ 로 표시하면 다음과 같이 정의한다.

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (2.5.1)$$

$f(t)$ 의 푸리에 변환 $F(\omega)$ 가 주어졌을 경우에는 $f(t)$ 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$F(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (2.5.2)$$

이와 같은 관계를 역푸리에 변환 (Inverse Fourier Transform)이라 한다.

$F(\omega)$ 가 존재하기 위한 조건은 아래와 같이 함수 $f(t)$ 는 절대적분가능이어야 한다.

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)| dt < \infty \quad (2.5.3)$$

함수 $F(\omega)$ 는 일반적으로 복소수이므로 다음과 같이 표시된다.

$$F(\omega) = R(\omega) + jI(\omega) = |F(\omega)| e^{-j\phi(\omega)} \quad (2.5.4)$$

여기서 $|F(\omega)|$ 를 $f(t)$ 의 진폭스펙트럼(magnitude spectrum)이라 하고, $\phi(\omega)$ 를 $f(t)$ 의 위상스펙트럼(phase spectrum)이라 한다.

이산푸리에변환(Discrte Fourier Transform)은 컴퓨터를 사용하여 주파수분석을 하고자 할 때 중요한 도구가 된다. N개의 이산신호 $x(n)$ ($n = 0, 1, \dots, N-1$)가 주어질 때 $x(n)$ 의 이산푸리에변환은 다음과 같이 정의된다.

$$X(k) = D[x(n)] = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j\frac{2\pi nk}{N}}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2.5.5)$$

그리고 역푸리에변환(Inverse Discrete Transform)은 다음과 같이 표현된다.

$$x(n) = D^{-1}[X(k)] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) e^{j\frac{2\pi nk}{N}}, \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2.5.6)$$

고속푸리에변환(Fast Fourier Transform ; FFT)은 전혀 새로운 변환이 아니고 이산푸리에변환(DFT) 공식에서 반복계산을 제거함으로써 이산푸리에변환을 고속으로 산출하기 위한 하나의 알고리즘으로 볼 수 있다. 그리고 데이터의 양이 많으면 많을수록 고속푸리에변환은 그 계산량을 크게 감소시킨다.

2.6 가속도 데이터의 적분

속도와 변위는 가속도 기록을 적분하여 구할 수 있다. 적분은 시간영역과 주파수영역에서 수행될 수 있는데 주파수영역에서 적분하면 계산량이 적고 필터링하기 쉬운 장점이 있다.

교량이나 구조물에서 측정된 가속도 기록을 $a(n)$ 이라고 하면, 이에 대한 푸리에변환 결과는 다음과 같다.

$$A(\omega) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} a(n) e^{-j\omega n} \quad (2.6.1)$$

푸리에변환의 성질을 이용하여 속도와 변위에 대한 푸리에변환은 다음과 같다.

$$V(\omega) = \frac{A(\omega)}{i\omega} \quad (2.6.2)$$

$$D(\omega) = \frac{A(\omega)}{-\omega^2} \quad (2.6.3)$$

또한, 식(2.6.2)와 (2.6.3)을 역변환하면 시간영역에서의 속도와 변위를 구할 수 있다.

$$v(n) = \sum_{k=0}^{N-1} V(\omega) e^{jk\omega} \quad (2.6.4)$$

$$d(n) = \sum_{k=0}^{N-1} D(\omega) e^{jk\omega} \quad (2.6.5)$$

3. 실내 강제 진동 실험

일반적으로 진동실험을 실시하는 주된 목적은 구조물의 진동특성(고유진동수, 모드형상, 감쇠비등)을 추정하여 그 응답을 어느 정도 예측하고 구조물의 안전도를 평가하는데 있다. 본 논문에서는 실제 교량의 동적응답 측정과 유사한 상황을 재현하기 위해서 강제 진동 실험을 실시하였다.

3.1 실험 개요

크기가 각각 $60 \times 6 \times 1000\text{mm}$, $60 \times 12 \times 1000\text{mm}$ 인 캔틸레버보와 $30 \times 3.3 \times 1000\text{mm}$ 인 단순보에 대해서 실험을 실시하였다. 캔틸레버보와 단순보에 강제진동을 발생시키기 위해 추가 달린 막대를 연결한 모터를 고정시켜 이를 회전시킴으로써 강제진동을 발생시켰다. 강제진동을 발생시키는 동안 변위측정기와 가속도계로 가속도와 변위의 시간이력을 측정하였다.

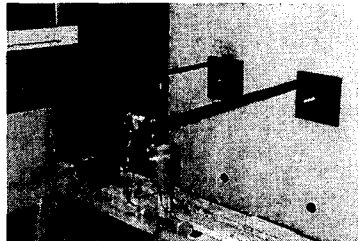


그림 3.1 캔틸레버 강제진동 실험전경

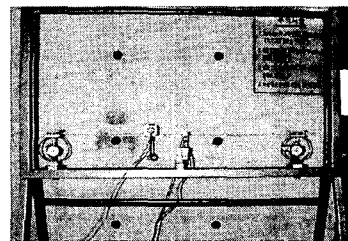


그림 3.2 단순보 강제진동 실험전경

3.2 신호의 계측

실제 실험에서 연속신호를 샘플링할 때 원래신호를 왜곡시키지 않고 측정된 가속도데이터로부터 변위파형을 재현하는데 지표가 되는 나이퀴스트주파수(Nyquist Frequency)는 대상구조물의 고유진동수를 정확하게 알아야 결정할 수 있다.

따라서, 실내실험 구조물에 대한 고유진동수를 이론적 방법으로 계산하여 표3.1에 나타내었다.^{9),10)} 또한, 표본추출진동수를 결정하기 위해 $60 \times 6 \times 1000\text{mm}$ 캔틸레버에 대해 32 Hz (제2모드의 1배)에서 1배씩 증가시켜 158 Hz (제2모드의 5배)까지 샘플링했고 $60 \times 12 \times 1000\text{mm}$ 캔틸레버에 대해 63 Hz (제2모드의 1배)에서 1배씩 증가시켜 315 Hz (제2모드의 5배)까지 샘플링했다. 또한, $30 \times 3.3 \times 1000\text{mm}$ 단순보에 대해서는 31 Hz (제2모드의 1배)에서 154 Hz (제2모드의 5배)까지 샘플링하여 데이터를 분석하였다.

표 3.1 고유진동수

(단위: Hz)

	캔틸레버 ($60 \times 6 \times 1000\text{mm}$)	캔틸레버 ($60 \times 12 \times 1000$)	단순보 ($30 \times 3.3 \times 1000\text{mm}$)
제1모드	5.02	10.03	7.69
제2모드	31.43	62.86	30.79
제3모드	88.02	176.03	69.29

3.3 계측 결과 분석

강제진동실험으로부터 측정된 가속도 데이터를 수치처리하여 얻은 변위응답과 실측변위응답을 비교해 본 결과 표본추출진동수를 제2모드의 2배이상으로 할 때 그 결과가 잘 일치 함을 알 수 있었다. 또한 더 안정적인 변위파형을 재현하기 위해서는 표본추출진동수를 제2모드의 3배정도로 샘플링해야 할 것으로 판단되며 4 배 이상으로 샘플링한 결과는 3배로 샘플링한 결과와 비교해 볼 때 그 정밀도에서 큰차이를 보이지 않았다. 계측된 가속도응답, FFT결과 및 계산된 변위와 계측된 변위응답의 비교는 아래 그림과 같다.

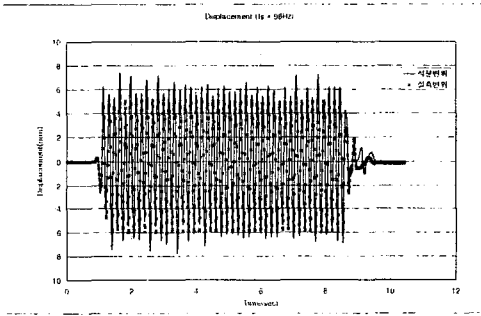
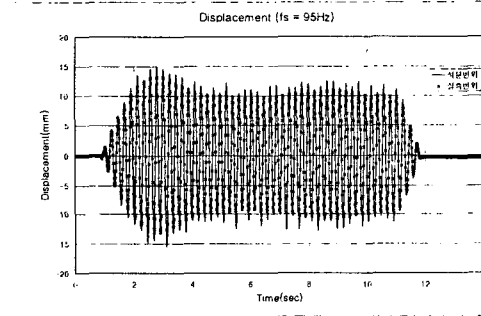
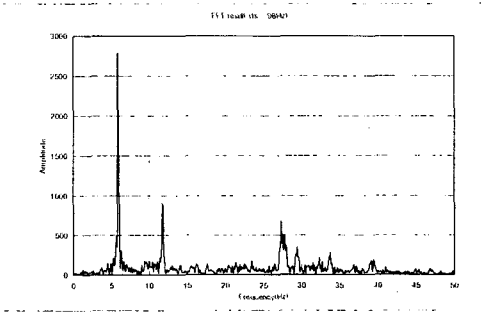
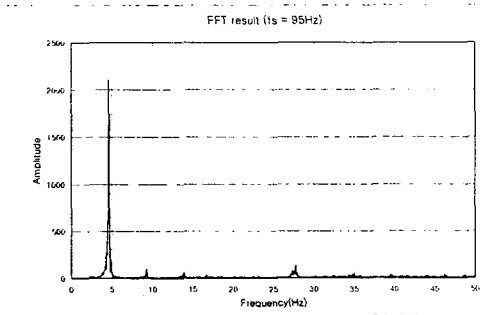
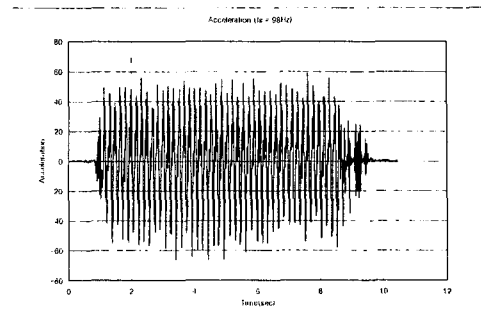
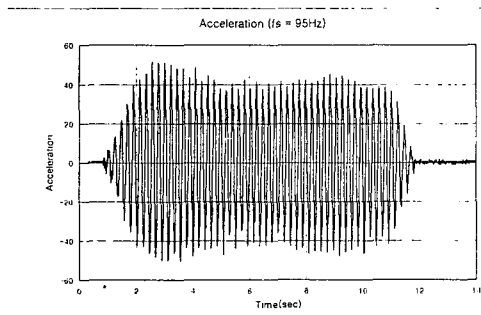


그림 3.3 캔틸레버 $60 \times 6 \times 1000\text{mm}$
(표본추출진동수 = 95 Hz)

그림 3.4 단순보 $30 \times 3.3 \times 1000\text{mm}$
(표본추출진동수 = 98 Hz)

4. 실제 교량에서 측정된 가속도 데이터를 이용한 변위 추정

이제까지 고찰한 내용을 실제교량에 적용해 보기 위해서 본 연구에서는 철도교량에 대한 동적재하실험에서 측정된 자료를 이용하였다. 당시 철도교량의 고유진동수를 찾아내기 위하여 상용 유한요소 프로그램 MIDAS-gen(ver3.4)을 이용하여 고유진동수를 계산하였고 모델링(Modeling)으로부터 계산된 수직방향의 제1 모드 및 제2모드의 고유진동수는 8.0086Hz와 25.1042Hz이었다. 측정 당시의 샘플링 주파수는 175Hz였고 측정된 가속도 응답, FFT결과 및 계산된 변위와 예측된 변위응답의 비교는 그림3.5와 그림3.6과 같다. 계산 결과는 정도상 다소 차이를 보이지만 비교적 잘 일치하였다. 그런데 측정된 모든 데이터의 계산결과가 잘 일치하지는 않았다. 이는 측정 당시의 측정기계의 정도상의 오차와 예측자의 경험 미숙 그리고 본 연구에서 고려되지 않은 여러 가지 요인에 의한 것으로 생각된다.

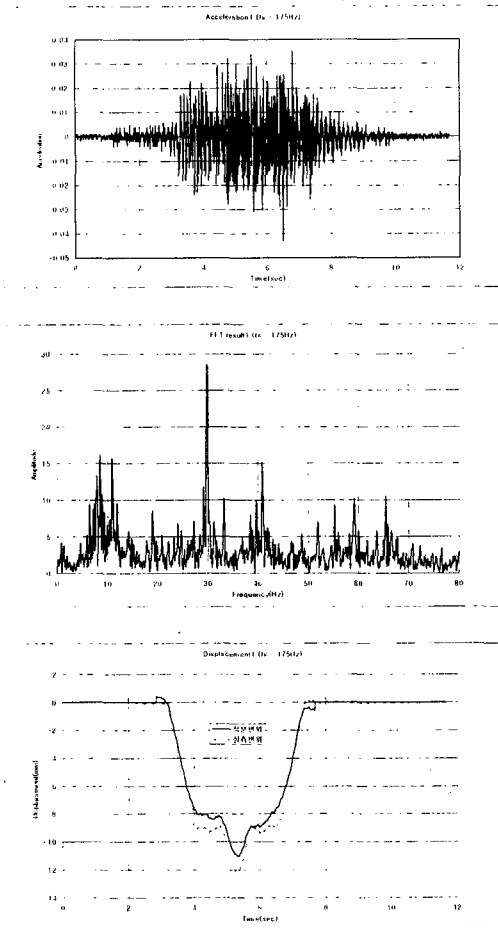


그림3.5 50km/h 일때의 응답

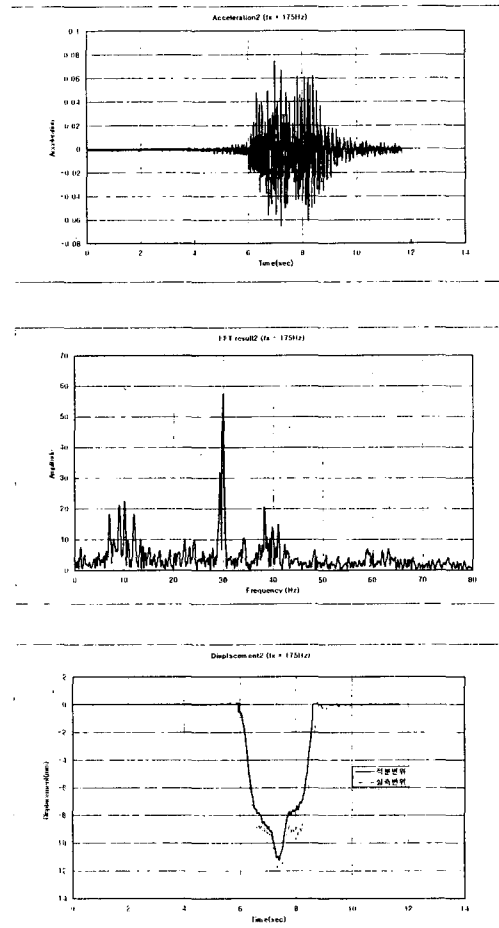


그림3.6 80km/h 일때의 응답

5. 결 론

본 연구에서는 실측 가속도데이터를 수치처리하여 실측변위를 추정해내기 위한 프로그램을 개발하였다. 또한 실내 강제진동실험을 실시하여 변위추정을 위한 적절한 표본추출진동수와 필터링범위를 설정하고 이를 실제 교량으로부터 계측된 데이터에 적용해 봄으로써 다음의 결론을 얻을 수 있었다.

1. 원래 진동과형을 재현하고 실측 가속도데이터를 주파수영역에서 두 번 적분하여 실측변위를 추정해내기 위해서는 구조물의 고유진동수 제2모드의 2배이상의 진동수로 샘플링해야 하며 더 안정적인 결과를 얻기 위해서는 구조물 고유진동수 제2모드의 3배 정도로 샘플링해야 할 것으로 판단되었다. 또한, 고유진동수 제2모드의 4배 이상으로 샘플링하여 변위를 추정한 결과들은 3배로 샘플링한 결과와 정밀도에서 큰 차이를 보이지 않았다.
2. 본 연구에서는 실측 가속도데이터를 이용하여 실측변위를 추정하기 위해서 적절한 필터링영역을 선택하였다. 실측된 데이터를 분석해 본 결과 저주파 필터링영역을 고유진동수 제1모드의 약 20%~30% 사이에서 선택해서 필터링해야 가속도 기록으로부터 실측변위에 비슷한 결과를 추정할 수 있었다.
3. 본 연구결과를 실제교량에 적용하여 보다 정밀한 결과를 얻기 위해서는 실제교량으로부터 측정된 많은 데이터에 적용을 하여 본 논문에서 고려치 못한 문제에 대해 추가적인 연구를 해야 할 것이다.

참 고 문 헌

1. 계만수, "교량의 실측 가속도 자료의 적분을 통한 변위응답추정에 대한 연구", 부산대학교 토목공학과, 석사학위논문, 1999.
2. 이문택, "실측 가속도 해석을 통한 변위응답 및 모드형상 추정에 대한 연구", 국민대학교 토목공학과, 석사학위논문, 1996.
3. 이선구, 이성우, 이문택, "교량 진동특성 분석을 위한 실측 가속도의 적분", 한국전산구조공학회 논문집, 제 9권 제4호, 1996, 12.
4. 이선구, 이성우, "교량의 동적 특성 분석을 위한 가속도 데이터의 해석", 한국전산구조공학회 학술발표회 논문집, 1995, 10.
5. 건설교통부, "교량점검 및 진단종사자 훈련서"
6. 임제탁, 이두수 공역, "이산신호처리", 대영사, 1998.
7. 이재욱, "디지털 신호처리 -기초와 응용-", 청문각, 1998.
8. 백준기, 조남익, "신호와 시스템", 교보문고, 1997.
9. Ray W. Clough, Joseph Penzien, "Dynamics of Structures", McGraw-Hill, 1993.
10. Leonard Meirovich, "Elements of Vibration Analysis", McGraw-Hill, 1986.