

## 혼합형 유체요소와 무한요소를 이용한 3차원 축대칭 유체-구조물-지반 상호작용해석

### 3-D Axisymmetric Fluid-Structure-Soil Interaction Analysis Using Mixed-Fluid-Element and Infinite-Element

김재민\*      장수혁\*\*      윤정방\*\*\*  
Kim, Jae-Min      Chang, Soo-Hyuk      Yun, Chung-Bang

#### ABSTRACT

This paper presents a method of seismic analysis for a cylindrical liquid storage structure on/in horizontally layered half-space considering the effects of the interior fluid and exterior soil medium in the frequency domain. To capture the essence of fluid-structure-soil interaction effects effectively, a mixed finite element with two-field ( $\mathbf{u}, p$ ) approximation is employed to model the compressive inviscid fluid, while the structure and soil medium are presented by the 3-D axisymmetric finite elements and dynamic infinite elements. The present FE-based method can be applied to the system with complex geometry of fluid region as well as with inhomogeneous near-field soil medium, since it can directly model both the fluid and the soil. For the purpose of verification, dominant peak frequencies in transfer functions for horizontal motions of cylindrical fluid storage tanks with rigid massless foundation on a homogeneous viscoelastic half-space are compared with those by two different added mass approaches for the fluid motion. The comparison indicates that the present FE-based methodology gives accurate solution for the fluid-structure-soil interaction problem. Finally, as a demonstration of versatility of the present study, a seismic analysis for a real-scale LNG storage tank embedded in layered half-space is carried out, and its member forces along the height of the structure are compared with those by an added mass approach developed by the present writers.

#### 1. 서론

유체의 운동은 일반적으로 속도포텐셜함수를 변수로 하는 해석적방법<sup>(1-5)</sup> 또는 유한차분법, 유한요소법 및 경계요소법 등과 같은 수치해석기법<sup>(6-13)</sup>을 이용하여 해석할 수 있다. 여기서 수치해석법은 경계형상이 복잡하거나 유체의 비선형거동을 묘사하기 쉬운 장점이 있고 해석적방법은 단순한 경계형상과 선형경계조건인 경우 경제적인 해석이 가능하다.

수치해석법 중에서 유한요소법은 압력 또는 속도포텐셜을 근사하는 Eulerian기법, 변위를 미지량으로 하는 Lagrangian기법, 변위와 압력 등 다변수를 독립적으로 근사하는 혼합법 등이 사용되고 있다. 유체의 변위를 단독 독립변수로 하는 변위형 유체요소는 기본적으로 감차적분기법을 사용하고, 이로 인하여

\* 여수대학교 해양토목공학과, 조교수.

\*\* 한국과학기술원 토목공학과, 박사과정.

\*\*\* 한국과학기술원 토목공학과, 교수.

발생되는 거짓모우드를 회전에 대한 구속조건의 도입 및 질량투영법(mass projection method) 등을 사용하여 제거한 요소가 개발되어 왔으며, 현재 ADINA와 ANSYS와 같은 범용유한요소해석 상용프로그램에서 제공되고 있다. 그러나 이들 요소의 개발과정이 복잡하여 실제 해석시에는 물리적인 분석이 용이한 1차 요소(즉, 2차원문제에서 4절점요소, 3차원문제에서 8절점요소)가 주로 사용되고 있으며 고차요소는 거의 사용되지 않는다. 이러한 변위형 유체요소의 개발과정과 적용시 복잡성을 피하여 위한 대안으로 변위와 압력 등을 동시에 독립적으로 근사하는 혼합형 정식화기법<sup>(6,7,10)</sup>이 있다. 이 기법은 압력에 대한 추가 자유도가 필요한 단점이 있지만, 유체를 모형화하기 위한 2차이상의 고차요소의 개발이 용이하고 3-D 축대칭 유한요소해석에서와 같이 변위-변형도관계 미분연산자가 복잡한 문제에서 적합한 방법이다.

본 연구에서는 유연한 지반에 건설된 원통형 유체 저장구조물의 지진시 유체-구조물-지반 상호작용 해석을 고려한 유한요소해석법에 대하여 연구하였다. 이를 위하여 유체, 구조물 및 근역지반은 축대칭 유한요소를 이용하여 모형화하였으며 평행층상인 반무한 원역지반은 축대칭무한요소로 나타내었다. 이때 비점성인 압축성 유체는 3차원 축대칭문제에 적합한 변위( $\mathbf{u}$ )와 압력( $p$ )을 독립적으로 가정하는 혼합 유한요소법(mixed finite element method)에 기초한 혼합형 유체요소를 유도하여 나타내었다. 이 혼합형 유체요소를 유도하기 위하여 변위와 압력을 동시에 근사하여 요소행렬을 먼저 구하고 요소단위에서 압력 자유도를 응축하는 방법을 사용하였다. 본 연구의 기법을 검증하기 위하여 수평지진하중에 대한 지상 원통형 유체저장구조물의 지반조건에 따른 기본 자유진동수를 구하고 이를 Veletsos & Tang (1990) 및 본 저자들에 의하여 개발된 부가질량법<sup>(5)</sup>에 의한 결과와 비교하였다. 아울러 지반에 매입된 실제 LNG저장 구조물에 대한 지진해석을 부가질량법<sup>(5)</sup>과 본 연구의 혼합형 유체요소로 의한 방법을 이용하여 각각 수행하고 벽체에서 주요부재력의 최대값을 비교하였다.

## 2. 운동방정식

### 2.1 혼합형 3-D 축대칭 유체요소

본 연구에서는 그림1과 같은 원통형좌표계를 사용하였고 축대칭체에 3차원하중이 작용될 때 적용할 수 있는 3-D 축대칭해석법을 사용하였다.<sup>(14-16)</sup>

유체를 전단저항이 없는 탄성체로 가정할 경우 유체영역( $\Omega_f$ )에서 평형방정식과 자유면( $\Gamma_f$ )과 구조물과 접촉면( $\Gamma_n$ )에서 경계조건은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\nabla p + \rho_f \ddot{\mathbf{u}}_f = 0 \text{ in } \Omega_f, \quad p = \rho_f g u_n \text{ on } \Gamma_f, \quad u_n = u_{sn} \text{ on } \Gamma_n \quad (1)$$

여기서  $\nabla$ 는 gradient 미분연산자벡터,  $\rho_f$ 는 유체의 밀도,  $p$ 는 유체의 압력,  $\mathbf{u}_f$ 는 유체의 변위벡터이고,  $g$ 는 중력가속도,  $u_n$ 는 유체자유면의 수직변위이며,  $u_n$ 과  $u_{sn}$ 은 각각 유체경계면 법선방향 유체변위와 구조물변위이다. 그리고 유동압과 변형도와의 관계는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$p = -K_f \mathbf{m}^T \{\boldsymbol{\varepsilon}\} \quad (2)$$

여기서  $K_f$ 는 체적계수(bulk modulus)이고,  $\{\boldsymbol{\varepsilon}\}^T = [\varepsilon_r, \varepsilon_\theta, \varepsilon_z, \gamma_{r\theta}, \gamma_{\theta z}, \gamma_{zr}]$ 이며,  $\mathbf{m}^T = [1, 1, 1, 0, 0, 0]$ 이다.

식(1)과 식(2)를 가상변위  $\delta \mathbf{u}_f$ 와 가상압력  $\delta p$ 를 도입하여 변분방정식으로 나타내면 다음과 같다.<sup>(14)</sup>

$$\rho_f \int_{\Omega_f} \delta \mathbf{u}_f^T \ddot{\mathbf{u}}_f d\Omega - \int_{\Omega_f} \delta \{\boldsymbol{\varepsilon}\}^T \mathbf{m} p d\Omega + \rho_f g \int_{\Gamma_f} \delta u_n^T u_n d\Gamma = 0, \quad \int_{\Omega_f} \delta p^T [K_f \mathbf{m}^T \{\boldsymbol{\varepsilon}\} + p] d\Omega = 0 \quad (3)$$

이제 두 독립변수  $\mathbf{u}_f$  와  $p$  를 다음과 같이 형상함수( $N_u, N_n, N_p$ )를 이용하여 근사하고,

$$\mathbf{u}_f \cong N_u \mathbf{d}_f, \quad u_n \cong N_n \mathbf{d}_f, \quad p \cong N_p \bar{p}_f \quad (4)$$

이를 식(3)에 대입하여 정리하면 아래와 같은 행렬식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{d}}_f \\ \ddot{\bar{p}}_f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_n & -\mathbf{C} \\ \mathbf{C}^T & \mathbf{V} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{d}_f \\ \bar{p}_f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{d}_{fn} = \mathbf{d}_{sn} \quad \text{on } \Gamma_n \quad (5)$$

여기서

$$\mathbf{M} = \rho_f \int_{\Omega_f} N_u^T N_u d\Omega, \quad \mathbf{C} = \int_{\Omega_f} \mathbf{B}^T \mathbf{m} N_p d\Omega, \quad \mathbf{V} = \frac{1}{K_f} \int_{\Omega_f} N_p^T N_p d\Omega, \quad \mathbf{K}_n = \rho_f g \int_{\Gamma_f} N_n^T N_n d\Gamma \quad (6)$$

이며,  $\mathbf{B} = [\partial]N_u$  로서  $[\partial]$  는 미분연산자이다.<sup>(14)</sup> 마지막으로 행렬응축기법을 적용하여 식(5)에서  $\bar{p}_f$  를 소거하면 다음과 같은 유체의 절점변위  $\mathbf{d}_f$  에 대한 유체의 운동방정식과 경계조건을 얻게 된다.

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{d}}_f + (\mathbf{K}_n + \mathbf{C}\mathbf{V}^{-1}\mathbf{C}^T)\mathbf{d}_f = \mathbf{0}, \quad \mathbf{d}_{fn} = \mathbf{d}_{sn} \quad \text{on } \Gamma_n \quad (7)$$

위의 혼합형 유체요소는 해의 안정성과 조각시험에 통과하여 수렴성을 보장하는 그림1과 같은 Q9/3 사각형요소<sup>(14)</sup>(변위에 대하여 9점, 압력에 대하여 3점)를 이용하여  $r$ - $z$ 평면에서 변위와 압력을 근사하였다. 따라서 압력의 근사에 사용된 형상함수는  $N_p = [1, r, z]$  이다.

## 2.2 유체-구조물-지반계의 지진해석

지진하중이 작용되는 전체 유체-구조물-지반계의 주파수영역에서의 운동방정식은 위에서 유도한 혼합형 유체요소, 유한요소, 동적무한요소<sup>(15)</sup>의 동적강성행렬과 근역지반과 원역지반의 경계절점에서 정의할 수 있는 등가지진하중을 이용하면 다음과 같이 구성할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S}_{ff}(\omega) & \mathbf{S}_{fn}(\omega) & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{S}_{nf}(\omega) & \mathbf{S}_{nn}(\omega) & \mathbf{S}_{ns}(\omega) & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}_{sn}(\omega) & \mathbf{S}_{ss}(\omega) & \mathbf{S}_{si}(\omega) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{S}_{is}(\omega) & \mathbf{S}_{ii}(\omega) + \tilde{\mathbf{S}}_{ii}(\omega) & \tilde{\mathbf{S}}_{ie}(\omega) \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{S}}_{ei}(\omega) & \tilde{\mathbf{S}}_{ee}(\omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{d}_f(\omega) \\ \mathbf{d}_n(\omega) \\ \mathbf{d}_s(\omega) \\ \mathbf{d}_i(\omega) \\ \mathbf{d}_e(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{a}_i^{eqk}(\omega) \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \mathbf{u}_c^{free-field}(\omega) \quad (8)$$

여기서 하첨자  $f$  는 유체영역,  $n$  은 유체와 구조물의 경계면,  $s$  는 경계면을 제외한 구조물과 근역지반,  $i$  는 근역지반-원역지반 (또는 유한요소-무한요소) 경계면,  $e$  는 원역지반만의 자유도를 나타내며,  $\omega$  는 원주파수,  $\mathbf{S}(\omega)$  와  $\tilde{\mathbf{S}}(\omega)$  는 각각 유한요소와 무한요소에 의한 동적강성행렬을 나타낸다. 그리고  $\mathbf{a}_i^{eqk}(\omega)$  는 등가지진하중의 계수벡터로서 무한요소의 강성행렬과 단위통제운동에 의한 자유장응답으로부터 구할 수 있으며,<sup>(15)</sup>  $\mathbf{u}_c^{free-field}(\omega)$  는 자유장지반의 한 점에서 정의되는 통제운동으로서 지진입력이다.

식(8)을 기초로하고 주파수영역에서 전달함수의 구간별 보간법 및 FFT (Fast Fourier Transform) 기법 등을 이용하면 유체-구조물-지반의 시간영역 응답을 효과적으로 구할 수 있다.<sup>(16)</sup>

### 3. 검증 및 예제해석

#### 3.1 균일 반무한지반에 놓인 유체저장탱크의 기본 자유진동수

본 연구에서 제안한 해석법을 검증하기 위하여 균일 반무한지반에 놓인 원통형 유체저장구조물의 기존 고유진동수를 다양한 지반조건(전단파속도,  $C_s$ )과 유체의 채움비(유체저장고/반경,  $H/R$ )에 따라 계산하였다. 이 때 구조물은 강구조물로서 두께와 유체영역의 반지름의 비( $t/R$ )는 0.002이고 유한요소 및 무한요소를 사용한 해석모형은  $H/R=1.0$ 인 경우 그림3과 같다. 고유진동수는 주파수응답함수에서 최대진폭주파수로 추정하였고, 이 값을 경암지반( $C_s=5000\text{m/sec}$ )에 대하여 구한 고유진동수로 정규화한 다음 기존의 연구결과<sup>(2,3)</sup>와 비교하여 표1에 정리하였다. 표1의 비교로부터 본 연구의 결과가 매우 우수함을 알 수 있다.

#### 3.2 매입 LNG 저장구조물의 지진해석

그림4과 표2에 나타낸 실제 크기의 매입 LNG저장구조물에 대한 지진해석을 수행하였다. 입력지진은 기반암의 노두운동(outcrop motion)으로 그림5와 같이 도로교시방서<sup>(17)</sup>에서 가속도계수 0.14, 암반(지반종류 I)인 경우에 대하여 한국전력기술<sup>(18)</sup>에서 작성한 지진가속도를 사용하였다. 자유장지반에서 비선형 거동을 고려하기 위하여 등가선형화기법에 의한 비선형자유장해석을 수행하고, 수렴한 층상지반의 등가물성치는 표2에 나타내었다. 표2에 나타낸 지반물성치와 그림5에 나타낸 지진가속도를 기반암의 노두입력으로 하여 지진해석을 수행하였다. 이때 모든 철근콘크리트 구조물(지붕, 측벽, 바닥판, 슬러리벽)의 프아송비는 0.2이고 질량밀도는  $2.4 \text{ Mg/m}^3$ 이며, 탄성계수는 지붕=27.47 GPa, 측벽=26.00 GPa, 바닥판=24.53 GPa, 슬러리벽=30.41 GPa이다. 그리고 Filter층의 탄성계수는 588.0 MPa이고 프아송비는 0.2이며 질량밀도는  $2.4 \text{ Mg/m}^3$ 이다. 모든 구조물과 Filter층의 이력감쇠비는 2.0%로 가정하였다.

지진해석은 본 연구에서 제시하는 혼합형 유체요소-유한요소-무한요소 에 의한 방법과 본 저자들에 의하여 개발된 부가질량-유한요소-무한요소 기법<sup>(9)</sup>에 의한 두 가지 다른 방법을 이용하여 수행하였다. 해석결과 구한 측벽에서 부재력의 절대최대값을 그림6에 두 방법을 비교하여 나타내었다. 그림6에서 알 수 있듯이 유체의 거동을 묘사하기 위한 두 가지 다른 방법에 의한 해석결과가 잘 일치하여 본 연구의 유체모형화 방법을 간접적으로 검증할 수 있었다.

지진해석은 Pentium II-450MHz PC를 이용하여 수행하였고, 전달함수의 보간을 위하여 67개의 주파수에서 구한 응답을 사용하였으며, 전체 지진해석시간은 부가질량-유한요소-무한요소법의 경우 약 6시간, 혼합형 유체요소-유한요소-무한요소법의 경우 약 10시간이 소요되었다.

### 4. 결론

본 연구에서는 지진하중을 받는 원통형 유체저장구조물의 동적응답을 혼합형 유체요소-유한요소-무한요소를 사용하여 구하는 기법을 제시하였다. 비점성인 압축성 유체와 구조물의 상호작용을 효과적으로 고려하기 위하여 유체는 변위-압력을 동시에 근사하는 혼합형 유체요소를 유도하여 모형화 하였고, 구조물 및 근역지반은 축대칭 유한요소를 이용하여 나타내었으며, 원역지반은 동적무한요소를 사용하여 모형화 하였다.

개발된 기법은 균일 반무한지반에 놓인 원통형 유체저장구조물의 기본자유진동수를 구하고 이를 다른 연구결과와 비교하여 정확성을 검증하였다. 그리고 실제 크기의 매입된 LNG 저장구조물의 지진해석을 수행하여 본 연구기법의 적용성을 보이었다.

## 감사의 글

본 연구는 과학재단의 '99 특정기초연구비 지원에 의한 결과로서 저자들은 이의 지원에 감사한다.

## 참고문헌

1. 윤정방, 이창근, "벽면의 유연성을 고려한 액체저장탱크의 동적해석," 대한토목학회 논문집, 제7권 제4호, 1987, pp. 21-29.
2. A.S. Veletsos, and Y. Tang, "Soil-structure interaction effects for laterally excited liquid storage tanks," *Earthquake Eng. & Structural Dyn.*, Vol. 19, 1990, pp. 473-496.
3. Y-S. Choun, and C-B. Yun, "Sloshing characteristics in rectangular tanks with a submerged block," *Computers & Structures*, Vol. 61, No. 3, 1996, pp. 401-413.
4. 김재관, 박진용, 진병무, 조양희, "3차원 구형 액체 저장 Tank의 Rocking 응답," 한국지진공학회논문집, 제2권 제1호, 1998, pp. 23-34.
5. 김재민, 윤정방, 장수혁, "지반-구조물 상호작용을 고려한 원통형 유체저장탱크의 지진해석," 한국지진공학회 추계학술대회 논문집, 1999, pp.83-90.
6. T.J.R. Hughes, W.K. Liu and T.K. Zimmermann, "Lagrangian-Eulerian finite element formulation for incompressible viscous flows," *Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 29, 1981, pp.329-349.
7. J. Donea, S. Giuliani and J.P. Halleux, "An arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element method for transient dynamic fluid-structure interactions," *Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 33, 1982, pp.689-723.
8. T. Belyschko and D.P. Flanagan, "Finite element methods with user-controlled meshed for fluid-structure interaction," *Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 33, 1982, pp.669-688.
9. Ramaswamy, M. Kawahara and T. Nakayama, "Lagrangian finite element methods for the analysis of two-dimensional sloshing problem," *Int. J. for Numerical Methods in Eng.* Vol. 6, 1986, pp. 659-670.
10. W.K. Liu and R.A. Uras, "Variational approach to fluid-structure interaction with sloshing," *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 106, 1988, pp.69-85.
11. T. Okamoto, "Two-dimensional sloshing analysis by Lagrangian finite element method," *Int. J. for Numerical Methods in Eng.* Vol. 11, 1990, pp.453-477.
12. Y-S. Kim, and C-B. Yun, "A spurious free four-node displacement-based fluid element for fluid-structure interaction analysis," *Engineering Structures*, Vol. 19, No. 8, 1997, pp. 665-678.
13. 김문겸, 임윤묵, 조성용, 조경환, "유체-구조물-지반 상호작용을 고려한 유체 저장탱크의 3차원 지진 해석," 한국지진공학회 추계학술대회 논문집, 1999, pp. 99-106.
14. O.C. Zienkiewicz and R.L. Taylor, *The Finite Element Methods : Volume 1. Basic Formulation and Linear Problems*, Fourth edn., McGraw-Hill, 1989.
15. C-B. Yun, J-M. Kim, and C-H. Hyun, "Axisymmetric elastodynamic infinite elements for multi-layered half-space," *Int. J. for Numerical Methods in Eng.*, Vol. 38, 1995, pp. 3723-3743.
16. C-B. Yun, and J-M. Kim, "KIESSI—A computer program for soil-structure interaction analysis using finite and infinite element techniques," *Research Rep.*, Dept. of Civil Eng., Korea Advanced Institute of Science & Technology, 1996.
17. 건설교통부, 도로교표준시방서, 대한토목학회, 1996.

표 1. 지반조건과 구조물에 따른 고유진동수비 변화 (유연지반 고유진동수 / 고정지반 고유진동수)

지반의 전단파속도 (m/sec)	유체저장구조물의 유체저장고/반경 비율 (H/R)								
	1.0			2.0			3.0		
	본 연구	참고문헌(5)	Veletsos & Tang <sup>(2)</sup>	본 연구	참고문헌(5)	Veletsos & Tang <sup>(2)</sup>	본 연구	참고문헌(5)	Veletsos & Tang <sup>(2)</sup>
914.4 (3000 ft/sec)	0.940	0.939	0.931	0.924	0.930	0.931	0.928	0.940	0.930
457.2 (1500 ft/sec)	0.793	0.785	0.788	0.766	0.782	0.782	0.783	0.796	0.791
304.84 (1000 ft/sec)	0.623	0.624	0.643	0.621	0.641	0.638	0.651	0.662	0.646

주: 지반의 프아송비=0.333, 질량밀도=1.80 Mg/m<sup>3</sup>, 이력감쇠비=0.02이며, 구조물의 탄성계수=206.7GPa, 프아송비=0.3, 질량밀도=7.874 Mg/m<sup>3</sup>, 이력감쇠비=0.02임.

표 2. 지반에 매입된 LNG 저장구조물 주변 지반의 물성치

Soil Layer	비선형 자유장해석으로부터 구한 지반계수		프아송비	질량밀도 (Mg/m <sup>3</sup> )
	전단파속도 (m/sec)	이력감쇠비 (%)		
Banking	137	3.7	0.33	1.80
Fill	89	11.4	0.43	1.85
Silty Sand	130	9.1	0.49	1.85
Silty Sand (Fine)	164	5.9	0.48	1.90
Silty Sand (Medium)	164	4.5	0.47	2.05
Silty Sand	189	12.3	0.47	2.05
Sandy Gravel	194	12.0	0.47	1.90
Weathered Rock	505	3.7	0.45	2.10
Soft Rock	1475	2.0	0.20	2.35
Hard Rock	1500	2.0	0.20	2.55

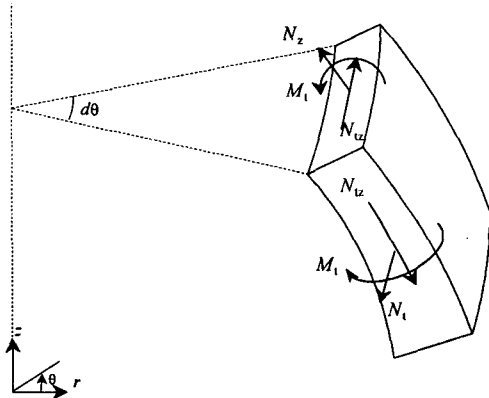


그림 1. 전체좌표계 및 측벽 부재력의 정의

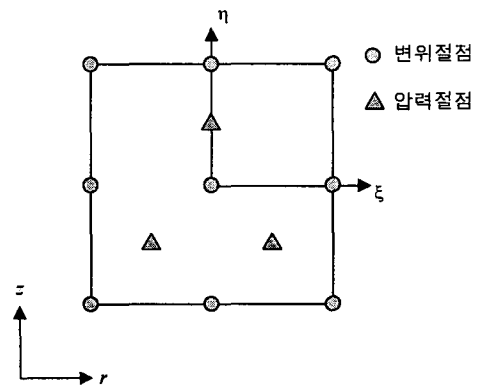


그림 2. 9-절점 혼합형 유체요소 (Q 9/3 요소)

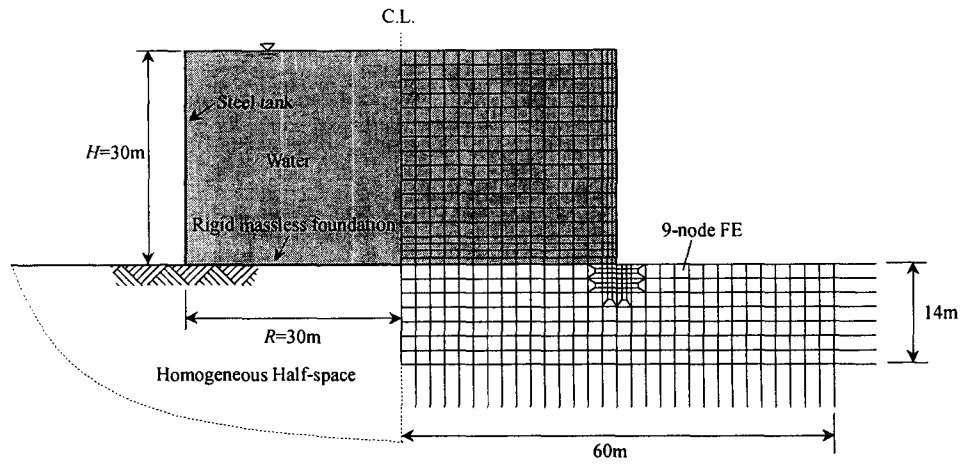


그림 3. 균일 반무한체에 놓인 유체저장탱크의 해석모형 ( $H/R=1.0$ )

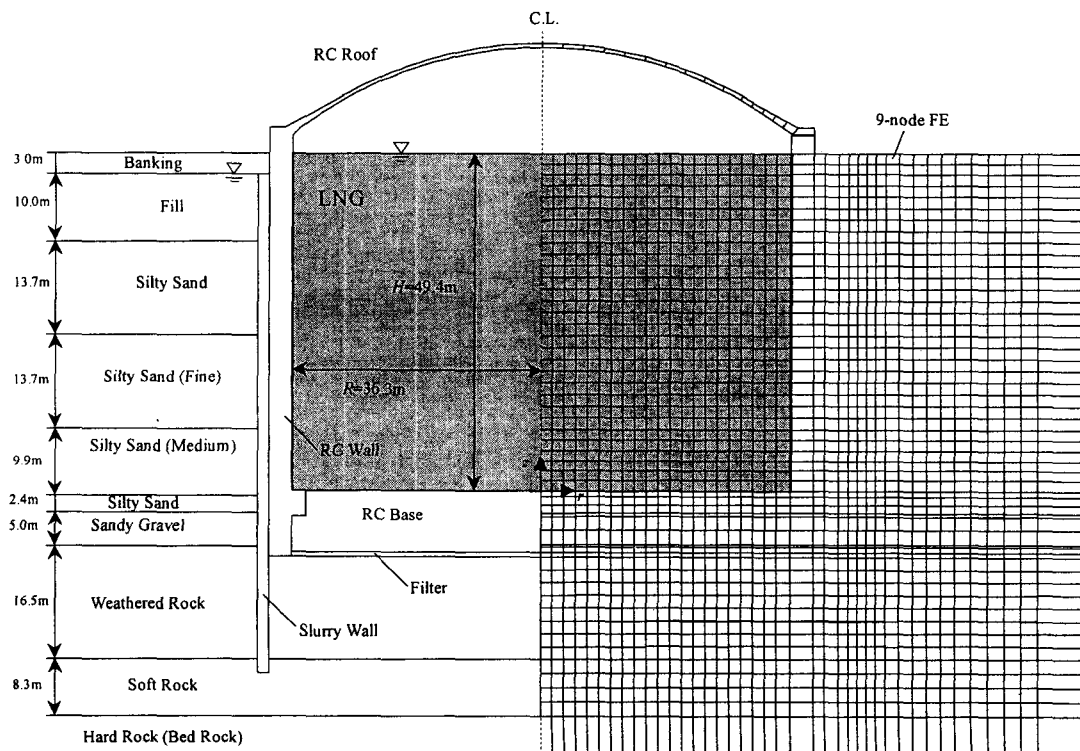


그림 4. 지반에 매입된 LNG 저장구조물의 해석모형

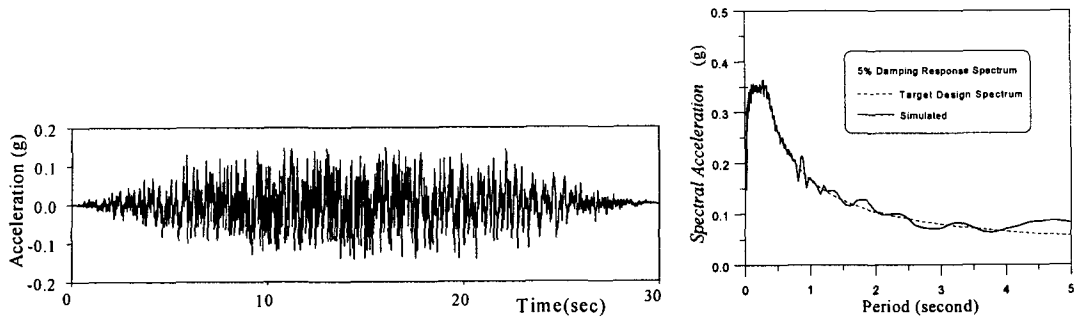


그림 5. 기반암 노두에서 통제가속도 (최대가속도=0.14g)

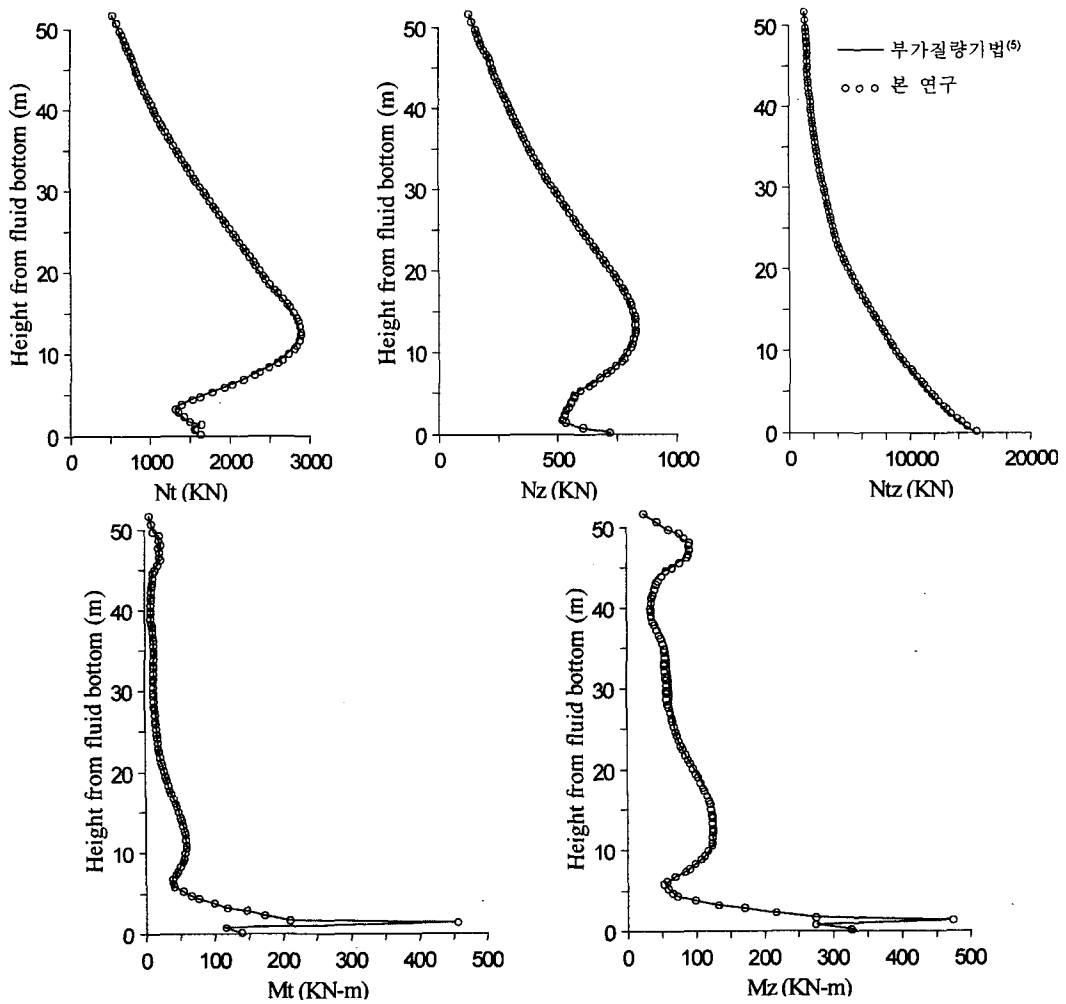


그림 6. 지반에 매입된 LNG 저장구조물 벽체 부재력의 절대최대값 수직분포