

최소기대비용에 기초한 교량의 최적내진신뢰성

Optimal Seismic Reliability of Bridges Based on Minimum Expected Life Cycle Costs

조효남* 임종권** 심성택***
Cho, Hyo-Nam Lim, Jong-Kwon Shim, Seong-Taek

ABSTRACT

This study is intended to propose a systematic procedure for the development of the reliability-based seismic safety and cost-effective performance criteria for design and upgrading of long span PC bridges. In the paper, a set of cost function models for life cycle cost analysis of bridges is proposed. The total life cycle cost functions consist of initial cost and direct/indirect damage costs considering repair/replacement costs, human losses and property damage costs, road user costs, and indirect regional economic losses. The damage costs are successfully expressed in terms of Park-Ang median global damage indices and damage probabilities. The proposed approach is successfully applied to model bridges in both regions of a moderate seismicity area like Seoul, Korea and a high one like Tokyo, Japan. It may be expected that the proposed approach can be effectively utilized for the development of cost-effective performance criteria for design and upgrading of various types of bridges as well as long span PC bridges.

1. 서론

최근에 Ang 등(1997)은 사회경제적 요소를 고려한 구조수명간 최소기대비용(Life Cycle Cost; 이하 LCC)에 근거하여 건물에 대한 최적내진설계 및 성능개선을 위한 방법론을 제안한 바 있다. 그러나 교량구조물에 대한 LCC를 고려한 최적내진설계 및 성능개선을 위한 연구는 수행된 바 없었다. 이러한 교량구조물의 붕괴에 의한 사회경제적인 충격에 따른 결과는 빌딩구조물의 경우와는 현저히 다르며, 안전성과 경제성이 균형화된 교량구조물의 내진설계 및 성능개선을 위한 실용적이고 합리적인 방법의 개발이 시급한 실정이다. 이를 위해서는 교량의 붕괴에 따른 직·간접손상비용의 정량화를 통한 구조수명간 최소기대비용의 평가가 필수적이다. 이에 본 연구에서는 장대 PC교량의 내진설계 및 성능개선을 위해 LCC를 고려한 신뢰성에 기초한 최적내진안전수준의 결정기법에 대한 체계적인 접근방법을 제시하였다.

* 한양대학교 토목·환경공학과 교수

** 한양대학교 산업과학연구소 연구원

*** 한양대학교 토목·환경공학과 석사과정

2. 구조수명간비용(Life Cycle Cost) 모델의 정식화

본 연구에서는 기존의 빌딩구조물에 대해 Ang 등(1997)이 제안한 LCC함수를 확장하여 수정함으로써 교량 구조물에 적합한 좀더 합리적인 LCC함수를 정식화하였다. 이러한 최적내진안전수준의 결정을 위한 총기대 LCC함수는 다음 식 (1)과 같다.

$$\text{minimize } E[C_T^L] = C_I + E[C_D^L] \quad (1)$$

여기서 $E[C_T^L]$ = 현재가치로 환산한 총기대 LCC; C_I = 설계, 시공 및 공용전 제하시험에 대한 모든 제반 비용을 포함한 초기비용; $E[C_D^L]$ = 현재가치로 환산한 구조수명간 총기대손상비용으로 다음의 식 (2)와 같이 구할 수 있다.

$$E[C_D^L] = \int_0^L E[C_D] \cdot z \cdot \nu dt = \lambda \cdot \nu L \cdot E[C_D] \quad (2)$$

여기서 ν = 주요지진(구조물에 구조손상을 야기할 수 있는 지진)의 연평균발생율; νL = 구조수명 L 동안 주요지진의 기대발생 수; λ = 할인계수로서 $(1 - \exp(-\ln(1+q)L)) / \ln(1+q)L$ 과 같이 나타내어진다. 여기서 q = 할인율 그리고 $E[C_D]$ = 심각한 지진 하에 기대손상비용을 나타내며 이는 다음의 식 (3)과 같이 구할 수 있다.

$$E[C_D] = \sum_i \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} \int_0^{\infty} C_{D_i}(x) f_{X|Y}(x) f_Y(y) dx dy \quad (3)$$

여기서 X = 구조손상도; Y = 지진발생조건에 따라 기대되는 최대지반가속도; $f_{X|Y}(x) = Y = y$ 일 경우에 X 의 조건부 확률밀도함수(PDF); $f_Y(y)$ = 지반에 대한 Y 의 PDF; 그리고 $C_{D_i}(x)$ = 손상요소 i 에 대한 비용함수를 나타낸다. 본 연구에서 식 (3)의 손상비용함수 $C_{D_i}(x)$ 는 보수 및 교체비용 C_R , 인적 및 물적손실비용 C_H , 교통지연 및 우회로 인한 도로이용자비용 C_U 그리고 간접적 지역경제손실 C_E 의 합으로서 정식화하였다.

각각의 비용항목은 Park-Ang 손상지수 d_m 와 시스템 손상확률 P_{Ps} 의 항으로 표현하였다.

2.1. 보수 및 교체비용

보수 및 교체비용함수는 과거 지진에 의해 실제로 손상되었거나 붕괴되었던 교량들에 대한 손상도 평가와 이용 가능한 보수비용자료로부터 얻어진 Park-Ang 손상지수에 의해 다음 식 (4)와 같이 회귀함수로서 나타낼 수 있다[Ang 등, 1997].

$$0 \leq d_m < d_0 \text{인 경우,} \quad C_R = \alpha_1 d_m^{\alpha_2} C_I \quad (4a)$$

$$d_m \geq d_0 \text{인 경우,} \quad C_R = \alpha_3 C_I \quad (4b)$$

여기서 d_m = Park-Ang중양전체손상지수(median global damage index); α_1, α_2 = 실제지진자료에 대한 회귀분석을 통해 구해진 상수; α_3 = 초기비용에 대한 보수비용의 비를 나타내는 상수; d_0 = 보수 불가능한 손상수준을 의미하는 Park-Ang손상지수를 나타낸다.

본 연구에서는 식 (4)의 기본형식은 그대로 따르되 식 (4a)의 α_1, α_2 를 구하기 위해 Ang 등(1997)에 의한 회귀분석 방법대신에 Shoji 등(1997)에 의한 교량의 손상상태에 대한 통계자료 및 교배지진으로부터 얻어진 전형적인 보수비용자료에 근거한 간접적이고도 대략적 접근방법을 시도하였다[임종권, 1999].

2.2. 인적 및 물적손실비용

교량구조물의 경우, 지진재해에 의한 인적 및 물적손실비용은 사고발생 당시 교량 상의 차량 및 보행자의 수와 관계가 있다. 이러한 인적 및 물적손실비용함수 C_H 는 Ang 등(1997)에 의해 제안된 접근방법에 기초하여 다음 식 (5)와 같이 물적손상비용을 포함하는 사망비용과 상해비용을 합하여 구할 수 있다.

$$C_H = r_F N_0 V_F + r_J N_0 (0.9 V_J + 0.1 V_F) \quad (5)$$

여기서 r_F, r_J = Ang 등(1997)에 의해서 제안된 사망률과 상해율; V_F, V_J = 물적손상비용을 포함한 생명 1명당 사망비용과 상해비용; 그리고 N_0 = 재해발생 시 교량 상에 있을 것으로 추정되는 인명 수를 나타낸다. 교량구조물에 대해서 교량 상의 기대 인명 수 N_0 는 다음의 식 (6)에 나타낸 바와 같이 교량 상의 교통밀도로부터 근사적으로 구할 수 있다.

$$N_0 = \left(\sum N_{P_i} (T_i / T) \right) N_i k_i l_0 \quad (6)$$

여기서 i = 차량의 종류를 나타내는 지수로서 승용차, 택시, 버스, 소형트럭, 대형트럭 등이 될 수 있음; N_{P_i} = 차량종류 i 에 대한 평균재차인원; T = 교량 상의 일일교통량; T_i = 교량 상의 차량종류 i 의 평균일일교통량; N_i = 교량 상의 차선수; k_i = 평균교통밀도(단위거리 km 당 차량 수); 그리고 l_0 = 교량의 길이를 나타낸다. 이때 평균교통밀도 k_i 는 교통공학에서 교통속도와 교통량을 산정하기 위한 주요변수로서 기존에 제안된 여러 모델들이 있으며 그 중 본 논문에서는 교통속도와 밀도간에 선형적인 관계를 기본으로 하는 Greenshields(1935)의 단순선형모델을 사용하였다. 이는 다음의 식 (7)과 같다.

$$k_i = k_j \left(\frac{1 - v_0}{v_j} \right) \quad (7)$$

여기서 k_j = 최대교통밀도(약 160km; 도철용, 1998); v_0 = 평균교통속도; v_j = 자유속도를 나타낸다.

2.3. 도로이용자비용

건물의 경우와는 달리 교량의 파손에 의한 교통망의 기능마비는 지역경제에 엄청난 피해를 가져올 수 있다. 기존의 연구결과들을 보면 1989년 Loma Prieta지진이나 1994년 Northridge지진 그리고 1995년 효코켄 남

부지진과 같은 지진 발생 시 직접적 손실보다는 도로이용자비용이나 지역경제손실과 같은 간접적 손실에 의해 더 막대한 손실을 가져올 수 있다고 보고된 바 있다. 그 중에서도 Northridge지진의 경우에는 간접적 지역경제손실을 제외한 도로이용자비용만으로도 하루에 160만 달러씩의 손실을 발생시키는 효과가 있다는 연구결과도 있었다[Wesemann 등, 1996]. 이는 국가·지역 내에서의 지진에 의한 교량의 손상에 의해 발생하는 도로이용자비용이 인적 및 물적손실비용과 같은 직접손실보다 더 치명적일 수 있다는 사실을 나타내주는 것이다. 따라서 지진에 의한 교량의 손상이나 붕괴는 물적 및 인적손실뿐만 아니라 소위 도로이용자비용이나 간접적 지역경제손실에 대해서도 신중한 고려가 필요하다. 이에 본 연구에서는 합리적인 도로이용자비용 C_U 를 개발하였다.

본 연구에서는 도로이용자비용으로서 주요항목으로 고려되어온 시간지연비용과 차량운행비용을 고려하였고(Wesemann 등, 1996), Park-Ang 손상지수의 향으로 정식화하였다. 이때 도로이용자비용의 모델링을 위한 가정이나 고려사항들은 다음과 같다.

- (1) 일단 지진이 발생하면 교량의 조사 또는 보수 및 교체기간 동안은 지진에 의한 손상도 여부에 무관하게 교량 상의 교통이 완전 차단되며 모든 차량은 우회된다.
- (2) 업무용과 비업무용 차량에 대한 시간가치를 구분하여 고려하였다.
- (3) 지진 전과 후의 교통속도의 변화에 의해 지연된 평균시간을 고려하였다.
- (4) 시간지연에 따른 택시, 승합차, 버스 그리고 대형트럭과 같은 상업용 차량의 운전자의 임금의 증가분은 한국교통개발연구원의 기준에 의해 차량운행비용에 각각 포함시켰다.

본 연구에서 제안된 도로이용자비용은 많은 기호들과 부호들에 의해서 표현되어 있어 제한된 지면내에 표현하기는 매우 어려우며 자세한 내용은 참고문헌에서 찾을 수 있다[임종권, 1999].

2.4. 간접적 지역경제손실

간접적 지역경제손실비용이라 함은 여가, 쇼핑, 지가하락 등에 의한 지역경제손실을 말한다. Ang 등(1997)에 의해 제안된 연구에서는 빌딩구조물의 최적 설계기준 개발을 위한 LCC 모델 중에서 이 비용을 2차 round 손실이라 정의하고 1차 손실(기능손실)과 대략적으로 비슷한 것으로 평가하였다. 또한 Seskin(1990)은 이러한 간접적 지역경제손실비용을 도로이용자비용의 50~150%정도로 적용할 수 있다고 하였다. 이에 본 연구에서는 이러한 간접적 지역경제손실비용을 도로이용자비용과 같은 것으로 가정하였다.

3. 지진손상도 및 신뢰성 평가

구조물의 기대 LCC를 산정하기 위해서는 다양한 지진하중에 의한 구조적 손상과 신뢰성에 대한 광범위한 접근이 반드시 필요하다. 이에 관해 본 연구에서는 교량구조물의 교각부분만을 손상도와 신뢰성 해석을 위해 고려하였으며, 이러한 교각요소의 손상도 평가를 위해서 이미 잘 알려진 Park-Ang손상도 모델을 사용하였다[Ang 등, 1997].

이러한 임의의 지진하중 하에 구성요소에 대한 손상도의 올바른 평가를 위해서 교량은 적절하게 모델링되고 분석되어야 한다. 또한 지진하중 하에서 구조물의 응답은 비선형이고 히스테리틱하므로 적절한 임의의 구조모델과 저항능력을 이용한 임의의 지진하중 하에 응답을 구하는 것은 매우 복잡한 일이다. 이에 본 논문에서는 구조응답을 구하기 위해서 Monte Carlo Simulation(MCS) 기법을 사용하였다. 이러한 MCS기법을 수

행하기 위해서 기존의 SMART-DRAIN-2DX 프로그램을 기본적으로 활용하되 여기에 체계신뢰성해석 알고리즘을 추가하여 개선된 프로그램을 개발하였다[임종권, 1999]. 프로그램 수행시 가장 지배적인 구조 부재인 교각의 경우 DRAIN-2DX의 3선형 탄·소성변형(tri-linear elasto-plastic hysteresis)거동을 나타내는 보-기 등요소를 이용하여 모델링하였다. 시뮬레이션을 위한 입력치로 이용되는 입력지진동은 실제의 지진기록이나 Yeh/Wen 모델(Lee, 1996)에 근거한 진동수와 진폭을 가지는 비정체성 Gaussian과정의 표본 등이 될 수 있다. 전산작업의 비용과 시간을 절감하기 위해서 시뮬레이션 회수를 200번으로 규정하였다.

RC교각의 한계상태에 대한 초과확률을 구하기 위한 손상상태에 대한 Park-Ang 손상지수의 최소경계값을 보수 불가능한 수준에 대해서는 0.4, 붕괴수준에 대해서는 0.8로 정의하였다.

일반적으로 교량구조물에서는 한 개의 교각이 붕괴되면 교량 전체의 기능이 상실된다. 그러므로 교량의 지진손상확률은 교각부재의 체계신뢰성문제가 됨을 쉽게 알 수 있다. 주어진 지진하중에 대하여 특정한계상태를 초과할 조건부 확률이 앞에서 언급했던 절차에 의해서 구해진다면, 전체시스템의 붕괴확률 P_F 는 직렬시스템문제에 적절한 것으로서 이미 잘 알려져 있는 Ditlevson 구간해법 알고리즘에 의해서 구할 수 있다[임종권, 1999].

구조수명간 전체시스템의 붕괴확률과 신뢰성해석 관련 불확실량은 Ang 등(1997)의 방법을 적용하였다.

4. 적용 예 및 고찰

최소기대 LCC에 근거한 최적 내진설계 및 성능개선 기준의 개발을 위해서 제안된 방법을 약진지역인 한국의 서울과 강진지역인 일본의 동경에 장대 PC교에 각각 적용하였다.

4.1. 대상교량의 제원

본 연구에 적용된 대상교량은 서울 내부순환도시고속화도로 중 제 1공구에 해당하는 교량형식으로서 각 경간의 길이가 50m인 프리캐스트 세그멘탈 10경간 연속 PC교이며 전체 교량시스템은 동일한 10경간 연속교 10개가 연결되어 있다고 가정하였다. 또한 모든 받침은 힌지 연결된 것으로 가정하였다. 이에 대한 그림은 다음에 제시된 그림 1과 같다.

4.2. 최적내진안전수준의 결정

본 연구에서는 서울(약진지역)과 동경(강진지역)의 각각에 대한 지역별 지진위험도곡선을 적용하였는데 이에 대한 자세한 사항은 문헌(Ang 등, 1997; 임종권, 1999)을 참고할 수 있다. 손상도평가와 신뢰성해석, 초기 비용 및 손상비용은 전술한 방법에 의해 전산화한 프로그램으로 수행하였다. 구체적인 비용함수는 지면관계상 여기에는 제시하지 않았지만 문헌(임종권, 1999)에서 찾을 수 있다.

표 1과 2는 수치해석의 주요결과만을 제시한 것이다. 평균할인을 4%에 대해 각각의 설계수준에 대한 총기대수명비용과 시스템 붕괴확률은 각 대상지역의 지진위험도곡선을 적용함으로써 교량의 구조수명기간 50년 동안 특정한계상태를 초과할 확률로 나타낼 수 있다. 그림 2에 제시된 바와 같이 수명기간동안 최소기대비용을 도모할 수 있는 최적내진안전수준으로서 극한한계상태초과($D>0.8$)의 경우 서울은 6.912×10^{-3} , 동경은 7.701×10^{-3} 으로 유사한 결과를 얻을 수 있었다.

표 1과 2에서 보는 바와 같이 구해진 최적안전수준(서울: S3, 동경: T3)에서 인적 및 물적손실비용을 제외한 총기대손상비용은 서울이 약 6억(대략 초기비용의 1%수준)으로 동경의 220억(대략 초기비용의 12%수준)

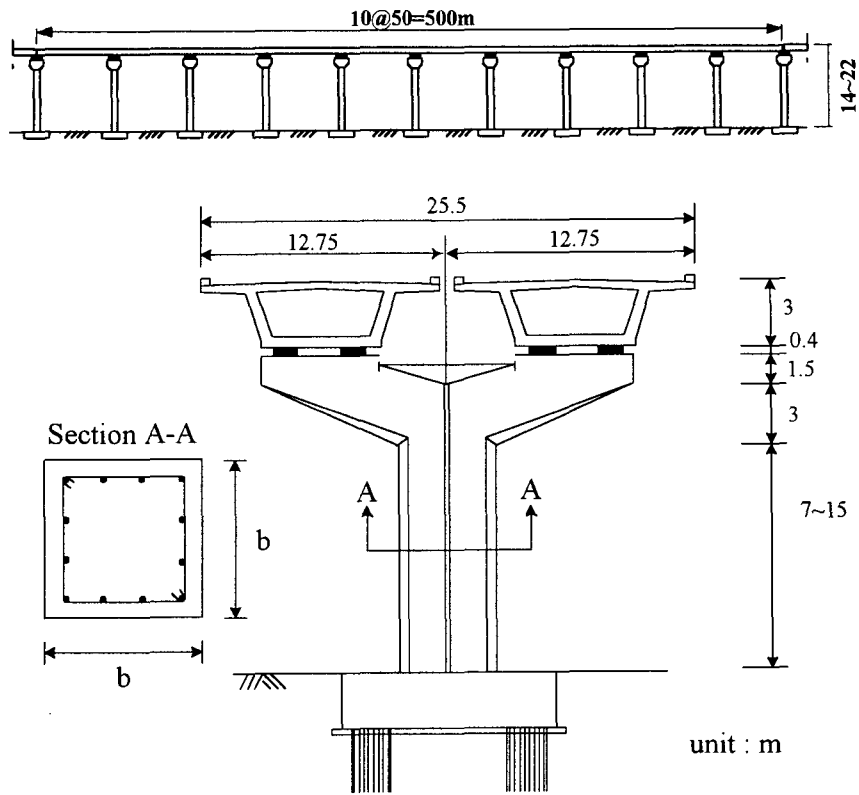


그림 1 대상교량의 제원

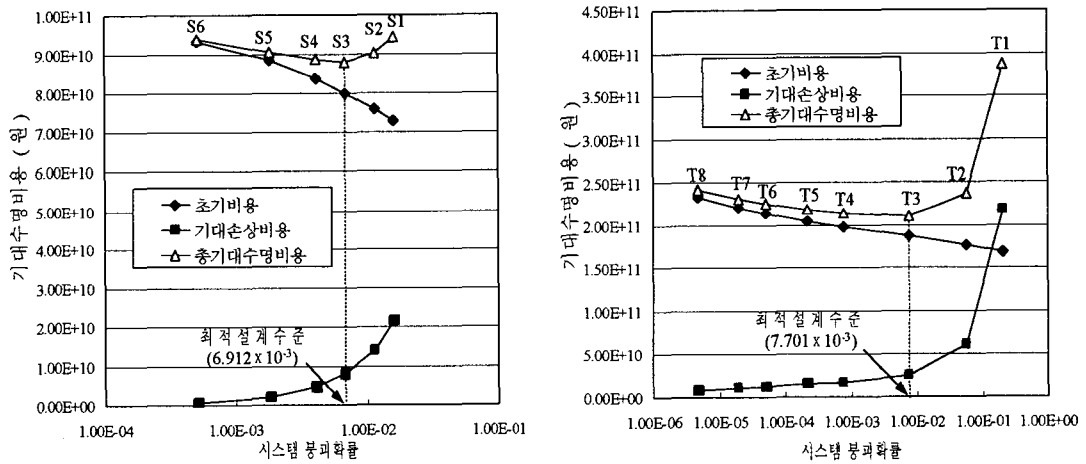


그림 2 시스템 붕괴확률에 따른 기대손상비용

표 1 기대 LCC와 시스템 손상확률(서울, 할인율 q=4%, 구조수명 L=50년)(단위:백만원)

설계수준 기호	탄성지진 응답계수	설계 단면 (m×m)	초기 비용 C _I	기대손상비용 항목				총 LCC E[C _T ^L]	시스템 손상확률	
				E[C _R ^L]	E[C _H ^L]	E[C _U ^L] E[C _E ^L]	E[C _D ^L]		손상상태 P(D>0.4)	극한한계상태 P(D>0.8)
S1	0.10	2.0×2.0	72,662	168	20,270	585	21,609	94,271	5.014×10 ⁻²	1.588×10 ⁻²
S2	0.15	2.5×2.5	75,950	125	13,060	440	14,065	90,015	4.556×10 ⁻²	1.148×10 ⁻²
S3 *	0.20	3.0×3.0	79,646	83	7,501	256	8,096	87,742	2.712×10 ⁻²	6.912×10 ⁻³
S4	0.25	3.5×3.5	83,749	51	4,354	176	4,759	88,506	1.895×10 ⁻²	4.102×10 ⁻³
S5	0.30	4.0×4.0	88,259	30	1,785	117	2,049	90,308	1.015×10 ⁻²	1.842×10 ⁻³
S6	0.35	4.5×4.5	93,176	16	337	86	525	93,701	4.371×10 ⁻³	5.119×10 ⁻⁴

* 최적내진안전수준

표 2 기대 LCC와 시스템 손상확률(동경, 할인율 q=4%, 구조수명 L=50년)(단위:백만원)

설계수준 기호	수평기저 전단계수	설계 단면 (m×m)	초기 비용 C _I	기대손상비용 항목				총 LCC E[C _T ^L]	시스템 손상확률	
				E[C _R ^L]	E[C _H ^L]	E[C _U ^L] E[C _E ^L]	E[C _D ^L]		손상상태 P(D>0.4)	극한한계상태 P(D>0.8)
T1	0.10	3.5×3.5	167,498	5,685	170,302	21,549	219,085	386,582	9.313×10 ⁻¹	2.111×10 ⁻¹
T2	0.15	4.0×4.0	176,518	3,286	29,881	13,878	59,923	237,440	6.297×10 ⁻¹	5.841×10 ⁻²
T3 *	0.20	4.5×4.5	186,352	1,709	2,094	10,159	24,121	210,473	1.836×10 ⁻¹	7.701×10 ⁻³
T4	0.25	5.0×5.0	197,000	1,100	59	7,847	16,853	213,853	4.048×10 ⁻²	7.705×10 ⁻⁴
T5	0.30	5.3×5.3	203,864	855	8	6,984	14,759	218,623	1.240×10 ⁻³	4.185×10 ⁻⁵
T6	0.35	5.7×5.7	213,375	588	1	5,777	12,142	225,517	4.854×10 ⁻⁴	9.949×10 ⁻⁶
T7	0.40	6.0×6.0	220,742	453	0.2	5,090	10,635	231,377	2.454×10 ⁻⁴	3.817×10 ⁻⁶
T8	0.50	6.5×6.5	233,834	299	0.02	4,183	8,664	242,498	7.603×10 ⁻⁵	8.556×10 ⁻⁷

* 최적내진안전수준

보다 상당히 낮게 평가되었다. 이는 인적 및 물적손실비용이 붕괴확률의 함수이므로 붕괴확률이 증가하면 비용 역시 증가하게 되고 따라서 최적목표안전수준에 영향을 미치게 됨을 보여주는 것이다. 반면에 다른 손상 비용항목들은 적용된 지역의 지진위험도수준에 의존하게 된다. 즉 서울과 같이 지진위험도가 상대적으로 낮은 지역에서의 최적목표안전수준은 인적 및 물적손실비용에 민감하다고 볼 수 있다. 따라서 서울과 같은 약진지역의 경우 보수 및 대체비용, 도로이용자비용 또는 간접적 지역경제손실과 같은 비용항목은 인적 및 물적손실비용항목에 비하여 상대적으로 최적목표신뢰성의 산출에 적게 영향을 미치는 것으로 나타났다.

반면에 동경의 경우는 표 2에서 보는 바와 같이 T2에 대한 인적 및 물적손실비용은 298.81억(대략 초기비용의 17%수준)인 반면에 T3의 경우에는 20.94억(대략 초기비용의 1%수준)인 것으로 나타났다. 이는 서울의 경우와 같이 인적 및 물적손실비용이 최적목표신뢰성을 결정하는데 있어서 중요한 역할을 하고 있지만, 한가

지 주목할 점은 동경은 서울과 달리 도로이용자비용 및 간접적 지역경제손실비용이 T3의 경우에 각각 101.59억(대략 초기비용의 5.45%수준)으로 이외에 다른 설계수준(T1, T2, ..., T8)에서도 중요한 역할을 하고 있다는 것이다. 특히 결정된 최적내진안전수준(T3)의 경우, 이들 각각의 비용이 보수 및 교체비용이나 인적 및 물적손실비용에 비해 무려 약 5배정도의 값을 나타내며, 이들 각 비용항목의 합은 대략 203.18억으로서 전체 손상비용(대략 241.21억)의 약 84%를 (반면에서서울의 경우는 약 6%정도)를 차지한다는 것을 알 수 있었다.

5. 결론

본 연구는 장대 PC교량의 최적내진설계 및 성능개선을 위해서 LCC를 고려한 신뢰성해석기법을 제시하였다. 교량에 대한 합리적인 LCC모델이 Park-Ang 손상지수와 손상확률의 함수로 성공적으로 표현되었다. 제안된 방법은 각각 서울과 동경의 교량에 대해서 성공적으로 적용되었으며, 제안된 모델에 근거하여 최적목표 내진안전수준이 합리적으로 결정될 수 있음을 알 수 있었다. 지진위험도뿐만 아니라 도로이용자비용과 인적 및 물적손실비용은 교량구조물에 대한 LCC해석을 수행하는데 있어 중요한 파라미터로서 반드시 고려되어야 함을 알 수 있었다. 마지막으로 본 연구에서 제안된 접근방법은 장대 PC교량뿐만 아니라 다양한 종류의 교량에 대한 최적내진설계 및 성능개선을 위하여 효율적으로 이용될 수 있을 것으로 기대된다.

감사의 글

본 연구는 한국과학재단(KOSEF, 과제번호 975-1200-001-2)과 미국과학재단(NSF)의 국제공동연구과제에 의해 수행되었으며, 연구비지원에 감사드립니다.

참고문헌

- Ang, A. H-S., Lee, J. C. & Pires, J. A. 1997. Cost-Effectiveness Evaluation of Design Criteria *Proceedings of the International Workshop on Optimal Performance of Civil Infrastructure Systems*: 1-16, April 12, 1997. Organ, Portland. ASCE and SEI.
- Greenshields, B. D. 1935. A Study of Traffic Capacity, *Proceedings of HRR*. 14.
- Lee, J. C. 1996. Reliability-based cost-effective aseismic design of reinforced concrete frame-wall building. Ph.D. dissertation, Univ. of California Irvine.
- Seskin, S. N. 1990. Comprehensive Framework for Highway Economic Impact Assessment Methods and Result. *Transportation Research Record* 1274: 24-34.
- Shoji, G., Fuzino, Y & Abe, M. 1997. Optimal Allocation of Earthquake-Induced Damage for Elevated Highway Bridges. *JSCE Journal of Structural Mechanics and Earthquake Engineering* 563(I-39): 79-94.
- Wesemann, L., Hamilton, T., Tabaie, S., & Bare, G. 1996. Cost of Delay Studies for Freeway Closures Caused by Northridge Earthquake. *Transportation Research Record* 1559: 67-75.
- 도철웅, 1998. 교통공학원론, 청문각
- 임종권. 1999. 구조수명간 최소기대비용에 기초한 교량의 최적내진안전수준의 결정을 위한 신뢰성해석기법. 박사학위논문, 한양대학교.