

케이블 지지교량의 내진해석

Seismic Analysis of Cable-Supported Bridges

서 영 국** 정 운 용* 조 준 상**
Seo, Young-Guk Jeong, Un-Yong Cho, Jun-sang

ABSTRACT

A general procedure is presented here to develop seismic design and analysis method for cable-supported bridges like suspension bridges subjected to ground motion. For representing a numerical model of suspension bridges, a new approach which satisfy design conditions for the initial equilibrium state of suspension bridges, without any nonlinear iterations, is proposed. The dynamic behavior of that model is verified by free vibration analysis. This study uses the response spectrum analysis to determine the peak response of a suspension bridge to earthquake-induced ground motion. The SRSS(Square Root of Sum of Square), modal combination rule, is adopted for each direction, longitudinal and transverse. To illustrate the potential applicability for the seismic design of suspension bridges, a numerical example is presented in which the dynamic response of the Nam-hae suspension bridge subjected to earthquake.

1. 서 론

수십 년에 걸친 시공기술 및 구조용 재료의 발전으로 근래의 현수교는 많은 변화를 보여왔으며 최근들어 가볍고 장시간을 갖는 현수교가 시공 혹은 계획중이다. 아울러, 현수교의 내진 설계 및 지진응답해석에 관해서도 국내·외에 상당한 분량의 실험과 해석기법개발에 관한 연구가 진행되고 있다. 그러나 대부분 비선형 해석을 하기 때문에 고차구조형상을 갖을수록 계산시 많은 시간이 소요된다.

현수교 해석에 있어서 주케이블의 새그(sag)나 보강형의 캠버(camber)같은 주어진 설계조건들을 만족하는 초기평형상태[6]를 정확하게 구현하는 것은 매우 중요하다. 기존의 방법은 초기형상을 결정하는데 있어 주어진 사하중 상태에서 케이블 및 보강형 변위의 비선형성을 고려한 복잡한 반복계산을 통해서 상기한 설계조건들을 만족시키는 초기평형상태를 모사하였다. 또한, 주케이블 모델로 탄성현수선(cartenary cable)요소를 적용하고 있어 일부 해의 수렴성 문제 및 설계시 효율을 감소시키는 문제가 있었다.

이에, 본 연구에서는 기존의 탄성현수선 요소 대신에 트러스 요소를 사용하여 케이블을 모델링한 선형해석법을 제안하고 고유치 해석 결과를 엄밀해(Irvine[3])와 비교함으로써 트러스 요소를 사용한 케이블 모델에 대한 타당성을 검증하였다. 현수교의 주탑 및 보강형은 3차원 뼈대요소로 모델링 하였으며 자유진동해석과 내진해석을 수행하여 범용구조해석 프로그램의 결과와 비교, 검토하였다. 그리고, 자유진동해석을 통해서 구해진 진동모드를 이용, 응답 스펙트럼법을 적용하여 현수교에 대한 지진응답해석을 수행하였다. 단, 지진력은 모든 지점에서 같은 교축, 교축직각방향의 수평력으로 가정하여 입력하고 SRSS(Square Root of Sum of Square)법으로 각 방향별 최대 변위 및 부재력을 산정하였다. 현수교에 대한 본 방법의 타당성을 검증하기 위해서 실교량인 남해대교의 내진해석을 하였으며 구조적으로 합당한 해석결과를 제시함으로써 본 연구의 실무 적용성을 검증하였다.

* 한국도로공사 도로연구소 강구조연구실 책임연구원

** 한국도로공사 도로연구소 강구조연구실 연구원

2. 케이블의 고유치 해석

본 연구에서는 부영역 반복법(subspace-iteration)을 이용하여 고유치 해석을 수행하였으며 Irvine[3]의 엄밀해와 비교하였다. 우선 현수교는 크게 케이블과 주탑을 비롯한 보강형의 구조로 되어있으므로 각 구성요소인 케이블요소와 3차원 뼈대요소에 대한 자유진동 해석결과를 검증한 다음 전체 구조계인 현수교에 대한 고유치 해석 및 내진해석을 수행하였다. 이런 선형동적해석이 가능한 이유는 현수시스템이 갖는 역학적 특성 때문인데, 현수교는 변위가 증가함에 따라 강성이 증가하는 hardening 구조계로서 하중의 대부분을 차지하는 사하중에 의해서 변위가 크게 발생하고 이런 처짐이 발생하고 난 후에는 비선형성이 크게 약화되기 때문이다.

우선 본 연구에 의한 방법이 현수교 케이블의 강성을 정확히 나타내는지를 검증하기 위하여 2차원 현수교 케이블에 대한 고유치 해석결과를 엄밀해와 비교하여 보았다. 케이블의 형상은 새그(sag)가 $f=7.7m$, 길이가 $l=770m$ 로 새그비가 1/100이다. 총 100개의 비선형 트러스 요소로 모델링 한 후 20차 모드까지 자유진동 해석을 수행하였다. 표 2.1은 해석 결과로 얻은 케이블의 고유진동수이고 그림 2.1은 4차 모드까지의 케이블 모드형상이다.

모드	Present study		Analytic study[3]	
	대칭	비대칭	대칭	비대칭
1	1.3230	2.5070	1.32322	2.50798
2	3.7651	5.0180	3.76465	5.01597
3	6.2758	7.5336	6.27054	7.52396
4	8.7943	10.0566	8.77816	10.0319
5	11.3218	12.5894	11.2860	12.5399
6	13.8605	15.1346	13.7940	15.0479
7	16.4129	17.6944	16.3019	17.5559
8	18.9815	20.2728	18.8099	20.0639
9	21.5687	22.8703	21.3179	22.5719
10	24.1773	25.4903	23.8259	25.0799

표 2.1 새그비가 1/100인 케이블의 고유진동수(rad/sec)

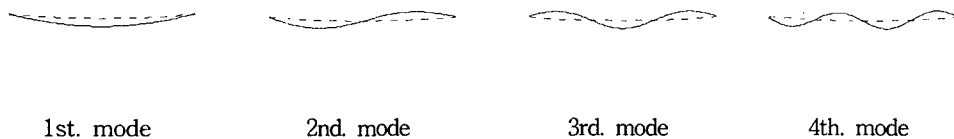


그림 2.1 케이블의 진동 모드 : 새그비(1/100)

표 2.1의 결과에서 알 수 있듯이 새그비가 작은(1/100) 케이블의 경우 대칭모드가 최저차 모드가 되는 것을 알 수 있다. 결과를 비교해 보면 본 연구에 의한 방법이 Irvine[3]의 엄밀해와 거의 일치하는 결과를 보였다. 새그비가 큰 경우(1/10)는 기하학적 형상에 의해서 진동수가 커지고 비대칭모드가 지배모드가 됨을 표 2.2와 그림 2.2와 같이 알 수 있었으며 마찬가지로 엄밀해와도 유사한 결과를 보였다. 이를 바탕으로 본 연구 방법

이 케이블의 강성을 정확하게 평가하고 있음을 판단 할 수 있었다.

모드	Present study		Analytic study[3]	
	대칭	비대칭	대칭	비대칭
1	1.1347	0.7704	1.13824	0.798558
2	1.9562	1.5848	1.95586	1.59712
3	2.7625	2.3903	2.75734	2.39567
4	3.5564	3.1959	3.54476	3.19423
5	4.2327	4.0038	4.24817	3.99279
6	4.8152	4.5420	4.79135	4.58852
7	5.6310	5.2467	5.58991	5.22389
8	6.4523	6.0516	6.38846	6.00249
9	7.2798	6.8715	7.18702	6.79496
10	8.1145	7.7004	7.98558	7.59080

표 2.2 새그비가 1/10인 케이블의 고유진동수(rad/sec)

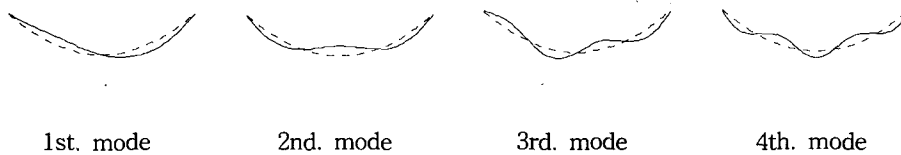


그림 2.2 케이블의 진동 모드 : 새그비(1/100)

3. 내진해석

본 연구에서는 모달해석(modal analysis)을 이용하여 구조물의 최대 변위 및 부재력을 산정하는 응답 스펙트럼법으로 내진해석을 수행하였다. 단 지진력은 모든 절점에서 교축, 교축직각방향으로 동일하게 입력하였다. 모달해석을 이용한 지진해석의 과정을 간단히 정리하면, 우선 수평방향 가진력을 받는 다자유도계(MDF) 시스템의 운동방정식은 식(1)과 같다. 여기서, l 은 영향벡터(influence vector)로 교축과 교축직각방향으로 지반단위변위에 대한 각 절점별 변위벡터로 구성하였다.

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = -ml\ddot{u}_g(t) \quad (1)$$

위 식(1)의 지반 가진력, $-ml\ddot{u}_g(t)$ 을 각 모드별로 구조물 절점에 작용하는 힘, s_n 으로 분리하면 식(2)과 같다.

$$s_n = \Gamma_n m \psi_n \quad (2)$$

마찬가지로, 각 모드별 절점변위, $u_n(t)$ 도 식(3)과 같이 각 모드형상과 무차원 좌표로 분리할 수 있다.

$$u_n(t) = \psi_n q_n(t) \quad (3)$$

위의 식(1)을 식(2)와 식(3)을 이용해서 다시 정리하면

$$\ddot{q}_n + 2\zeta_n \omega_n \dot{q}_n + \omega_n^2 q_n = -\Gamma_n \ddot{u}_g(t) \quad (4)$$

여기서, $\Gamma_n = \frac{L_n}{M_n}$, $L_n = \phi_n^T m l$, $M_n = \phi_n^T m \phi_n$ 이다.

위 식(4)의 해, $q_n(t)$ 는 단자유도계(SDF) 시스템의 n -번째 모드에 관한 운동방정식과 비교해서 쉽게 구할 수 있다. 이 단자유도계(SDF) 시스템의 고유진동수와 감쇠비는 다자유도계(MDF)의 n -번째 모드의 동적 특성과 같다. 그래서 지반운동, $\ddot{u}_g(t)$ 를 받는 단자유도계(SDF) 시스템의 운동방정식을 식(5)와 같이 정리한 다음

$$\ddot{D}_n + 2\zeta_n \omega_n \dot{D}_n + \omega_n^2 D_n = -\ddot{u}_g(t) \quad (5)$$

위의 식(4)와 식(5)를 비교하면 $q_n(t) = \Gamma_n D_n(t)$ 임을 알 수 있다. 여기서 $D_n(t) = A_n(t) / \omega_n^2$ 은 지진 응답 스펙트럼상의 주기에 따른 변위이고 $A_n(t)$ 은 유사가속도(pseudo acceleration)이다. 각 지반입력 방향별 최대모드응답(peak modal responses), $r_{n, \max}$ 은 식(6)와 같다

$$r_{n, \max} = r_n A_n(T_n, \zeta_n) \quad (6)$$

본 연구에서는 여러가지 모드중첩법(modal combination rules)중에서 E. Rosenblueth(1951)가 개발한 SRSS(Square Root of Sum of Square)를 사용해서 각 가진 방향별 최대 변위 및 부재력을 연산하였다. 위에 기술한 과정에 따라 현수교에 대한 내진해석을 수행하기 앞서 3차원 뼈대구조물에 대한 응답 스펙트럼해석을 수행하여 보았으며 그 결과를 범용구조해석 프로그램인 SAP2000의 지진해석값과 비교하였다. 설계력 산정을 위한 탄성지진응답계수, C_{sm} 는 도로교표준시방서에 제시된 식, $C_{sm} = \frac{1.2AS}{T_m^{2/3}}$ 을 사용하였으며 여기서, A 는 지반가속도 계수이고 S 는 무차원 지반계수이다. 해석교량으로는 Seismic Design Course(FHWA, 1996)에서 설계예제로 제시한 2경간 연속 PC-BOX교로서 교량의 형상은 그림 3.1과 같다. 본 교량의 자유진동해석에 의한 모드형상과 진동수는 그림 3.2 와 표 3.1에 각각 비교하였으며 3차원 뼈대요소에 대한 질량 및 강성매트릭스에 대한 평가도 잘 되어 있음을 알 수 있었다. 이 구조물의 응답스펙트럼 해석결과 최대부재력과 부재력분포는 표 3.2와 그림 3.3과 같다. 그리고, 교축방향 지진의 응답치와 교축직각방향의 지진의 응답치를 自乘平均하여 요소의 부재력을 산정하였다. 표 3.1에서와 같이 일부 최대부재력이 차이가 나는 이유는 해석시 사용하는 고유치의 오차 및 각 방향별로 구해진 최대부재력의 조합시에 생기는 결과로 판단되며 이런 수치적인 오류를 고려한다면 본 연구에서 제시한 응답 스펙트럼 해석은 좋은 경향을 보여주고 있음을 알 수 있다.

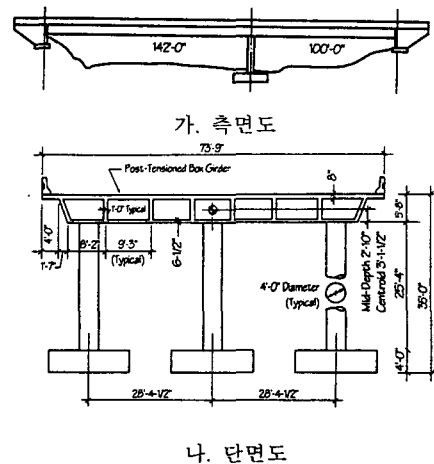


그림 3.1 교량의 제원(Kips-ft)

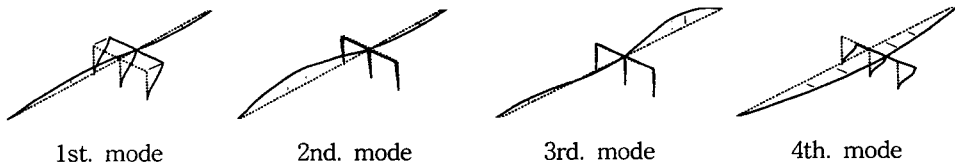


그림 3.2 모드형상

모드	본 연구 결과		SAP2000 해석	
	진동수(Hz)	주기(sec)	진동수(Hz)	주기(sec)
1	0.162051	6.170898	0.162600	6.150051
2	0.409100	2.444333	0.409634	2.441201
3	0.441700	2.263979	0.442373	2.260533
4	2.128496	0.469815	2.135630	0.468246
5	4.410899	0.226711	4.469781	0.223725
6	7.646999	0.130770	7.797760	0.128242
7	11.091817	0.083905	11.92280	0.083873
8	13.82710	0.072321	14.45315	0.069189
9	14.73990	0.067843	15.36150	0.065098
10	16.01874	0.062426	-	-
11	20.91493	0.047812	20.9962	0.047627

표 3.1 3차원 뼈대구조물의 고유치 해석 비교

부재력	Present study	SAP2000
축 력(5014)	66.31	66.36
전단력(7211)	48.60	50.59
모멘트(5021)	3621.90	3639.18
비틀림(6021)	1466.69	1524.40

표3.2 뼈대구조물의 응답스펙트럼 해석을 통한 최대부재력

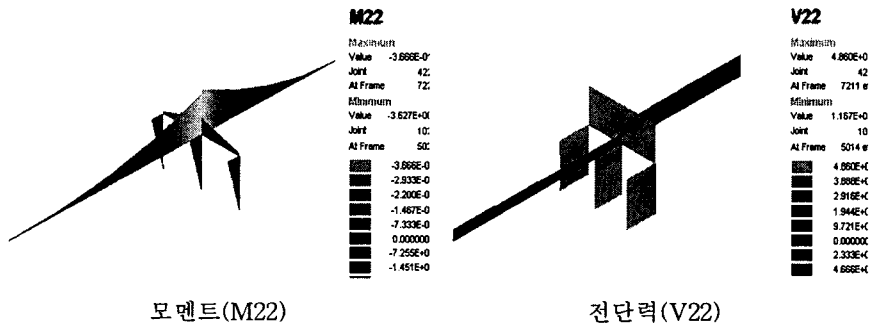


그림 3.3 뼈대구조물의 응답스펙트럼 해석을 통한 부재력

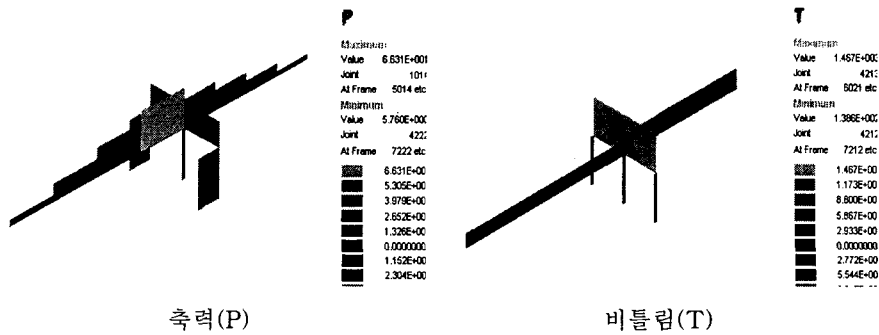


그림 3.3 뼈대구조물의 응답스펙트럼 해석을 통한 부재력(계속)

4. 남해대교 해석

본 남해대교는 1973년 개통되어 경남 하동군과 남해군을 잇는 우리나라 최초의 현수교로서, 동서측에 각 49개의 행거, 박스단면의 보강형, 2개의 주탑, 평형 주케이블로 구성되어 있다. 총 연장은 660m(128-404-128) 3경간 2한지 지지의 타정식이며 DB-18하중으로 설계된 2등교이다. 남해대교의 유한요소모델과 제원 및 물성치는 각각 그림 4.1과 표 4.1과 같다.

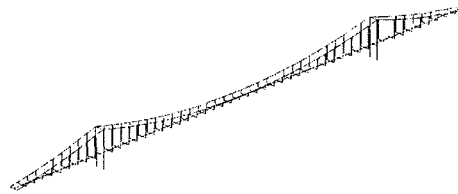


그림 4.1 남해대교 유한요소모델

케이블과 행거는 각각 비선형 트러스요소로 모델링 되었으며, 보강형은 중앙의 보요소와 횡방향의 무한강성 보요소를 적용하였다. 케이블의 평형상태는 전사하중을 케이블이 부담한다는 기본 가정하에 모사하였다[6]

보강형	단위길이당 중량	4.235(t/m)
	탄성계수	2.1×10^7 (t/m ²)
	면내 휨 단면2차모멘트	0.1316(m ⁴)
	면외 휨 단면2차모멘트	3.2667(m ⁴)
케이블	단위길이당 중량	0.6908(t/m)
	단면적	0.08356(m ²)
	주케이블 간의 폭	11(m)
	탄성계수	2.0×10^7 (t/m ²)
주 탑	면내 휨 단면2차모멘트	0.14(m ⁴)
	면외 휨 단면2차모멘트	0.11(m ⁴)

표 4.1 남해대교 해석모델 제원

남해대교의 완성계에 대한 자유진동해석결과는 표 4.2와 그림 4.2에 정리하였다. 여기서, 남해대교의 지배모드가 횡방향 모드(0.21105Hz)라는 것을 확인할 수 있었는데 이는 다음과 같이 설명할 수 있다. 현수교는 구조적 특성상 주케이블의 전체거동에 지배적인 역할을 하는 구조물이며 현수교의 동적거동이 대부분 주케이블의 동적모드에 영향을 받는다. 현수선의 기하학적형상, λ^2 에 따른 고유진동모드 분포가 그림4.3[Irvine,3]과 같다면 남해대교 주케이블(유효길이 L_e , 411.20m)의 λ^2 값을 식(1)을 이용해서 구하면 약 472.741이고

$$\lambda^2 = (mgl/H^2)l/(HL_e/EA) \quad (1)$$

이때의 모드형상은 그림 4.3에서와 같이 1차 모드형상은 횡방향 모드, 2차는 면내 비대칭(a), 그리고 3차는 면내 대칭모드(b)순으로 발생한다. 이는 해석한 남해대교의 자유진동모드와도 잘 일치한다.

모드	Present study (Hz)
1	0.21105
2	0.24497
3	0.26472
4	0.39624
5	0.45468
6	0.52134
7	0.52225
8	0.54574
9	0.54879
10	0.58800

표 4.2 남해대교 고유진동수

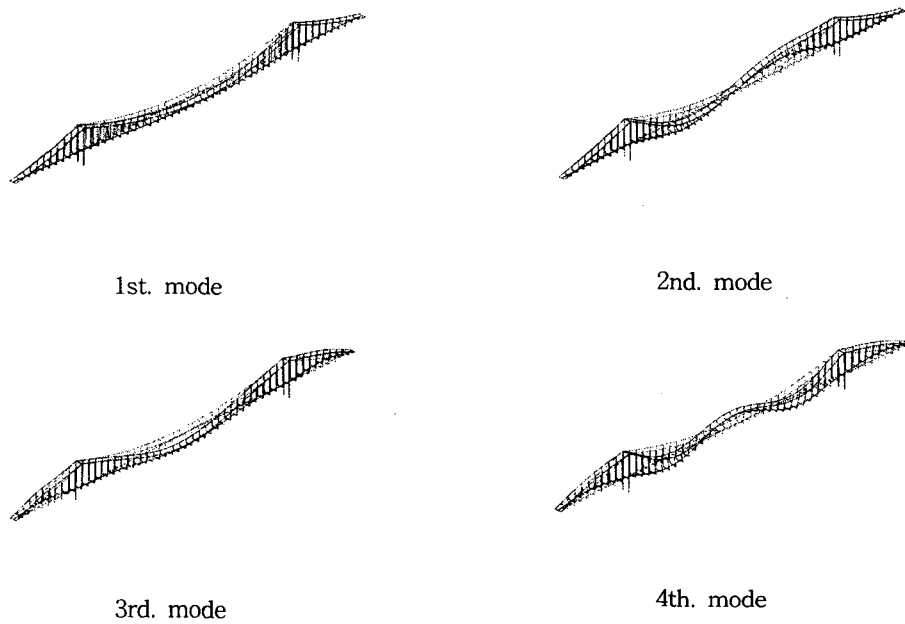


그림 4.2. 남해대교 자유진동모드

남해대교의 내진해석 결과는 그림 4.4과 같다. 본 연구가 현수교와 같은 케이블 구조의 다중모드, 단일입력 내진해석을 처음으로 수행한 것이므로 기존의 해석결과와 비교할 수는 없지만 부재력도를 보면 전단력의 경우 주탑부가 대부분의 전단력을 부담하고 비틀림의 경우는 주행전반에 걸쳐 잘 부담하는 형상을 확인할 수 있었다.

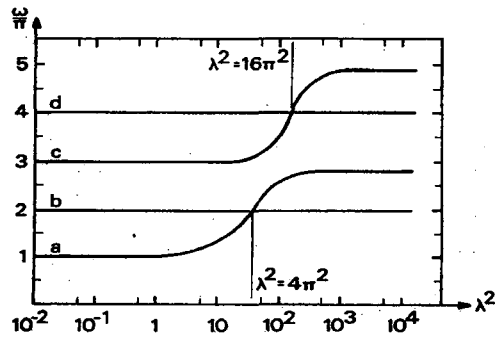


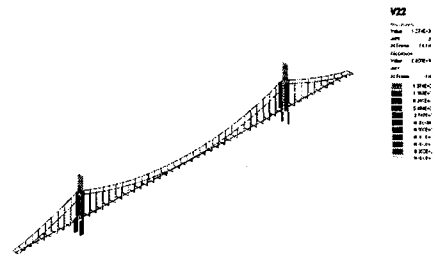
그림 4.3 현수교의 고유진동수곡선

5. 결론

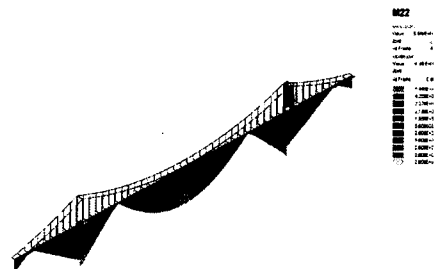
본 연구를 통해서 현수교의 설계 및 시공을 위한 내진 해석 프로그램을 개발하였다. 기존의 복잡한 반복계산 대신에 주케이블 모델로 트러스 요소를 사용하여 선형 해석을 통한 효율적인 현수교의 내진해석을 수행하였다. 이를 위해서 케이블 및 3차원 뼈대요소에 대한 자유진동해석 결과를 각각 엄밀해 및 변용프로그램의 해석결과와 비교, 검토하고 hardening 구조계인 현수시스템의 특성을 이용하여 현수교의 고유치 및 내진해석을 수행하였다. 내진해석방법으로는 응답스펙트럼법을 사용하였으며 각 모드별로 SRSS법을 이용하여 최대부재력을 산정하였다. 실교량인 남해대교에 대한 응답 스펙트럼법 해석결과, 구조적으로 합당한 해석결과를 확인할 수 있었으며 본 연구에서 제안한 방법에 다중지반입력에 의한 해석이 추가된다면 장경간의 현수교에 대한 좀더 실용적인 내진해석이 가능하리라고 생각한다.

6. 참고문헌

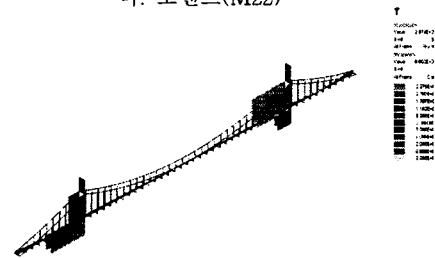
1. N.J. Gimsing, *Cable Supported Bridges*, John Wiley & Sons, England, 1997.
2. 대우엔지니어링 기술연구소, "시공상태를 고려한 현수교의 동적거동에 관한 연구", 대우 엔지니어링 기술연구소 연구보고서 DWERI-CE-26, 1992.
3. H.M. Irvine, *Cable Structures*, the MIT Press series in Structural Mechanics, 1981.
4. 건설교통부, *도로교표준시방서*, 1996.
5. 교통부, 1993년도 수도권 신공항고속도로연육교건설공사 설계시방서, 1993
6. 한국도로공사도로연구소, 현수교의 설계와 시공을 위한 구조해석 및 제진대책에 관한 연구, 도로연구소 연구보고서, 1998



가. 전단력(V22)



나. 모멘트(M22)



다. 비틀림(T)

그림 4.4 응답 스펙트럼법에 의한 부재력