

케이블돔 구조물의 안정화 이행과정 및 구조적 거동특성에 관한 연구

A Study on the Stabilizing Process and Structural Characteristics of Cable-Dome Structure

한 상을* 이 경수** 이 주선** 황보 석***
Han, Sang Eul Lee, Kyoung Su Lee, Ju Sun Hwang bo, Suk

Abstract

In this paper, We propose the initial shape finding and dynamic analysis of cable dome structure are presented. Cable dome that is consist of three component such as cable, strut and fabric membrane have complex structural characteristics. Main structural system of cable dome is cable-strut tensegric system, and fabric membrane element is conceived as cladding roof material. One of the important problem of cable dome is shape finding of those subjected to cable and membrane forces, which stabilize the structures. And the other is structural response from external load effect such as snow and wind. When cable dome are subjected to dynamic load such as wind load each structural component has many important problem because of their special structural characteristics. One problem is that geometrical nonlinearity should be considered in the dynamic analysis because large deformation is occurred from their flexible characteristic. The other problem is that wrinkling occurs occasionally because cable and membrane elements can not transmit compressive forces. So this paper describe the physical structural response of cable dome structure.

1. 서론

케이블돔 구조는 케이블, 스트럿, 막요소 의해 이루어지며, 초기에는 불안정하지만 케이블에 장력을 도입함에 따라 전체구조시스템이 불안정에서 안정화되어 구조적특성을 발휘하는 복합구조시스템(Hybrid structural system)이다. 케이블돔은 최소한의 압축부재(스트럿)와 케이블요소의 연속적 결합에 의해 닫힌 형태(closed form)를 이루기 때문에 단위구조의 반복에 의해 전체구조시스템을 이루는 텐세그리티구조와 구별되며^{1),2)}, 인장부재만으로 구조물을 이루는 케이블네트나 막구조와 구별된다^{3),4)}. 케이블돔은 형태탐색(shape finding)과정을 통해 불안정상태에서 안정상태로 이행하기 위한 과정을 찾고, 그 후 외부하중상태에 따른 구조적 거동특성을 파악한다. 따라서, 케이블의 장력결정 및 안정화 이행과정 해석이 선행되어 모든 케이블부재에 적절한 초기장력상태를 결정해줌으로써, 외부하중에 의한 케이블과 막요소에 압축응력이 발생하는 불안정현상을 극복해야만 하는 안정화 해석과정이 필요하다.

케이블요소와 막요소에 도입하는 초기장력은 기하학적 비선형성을 나타내며, 회전강성이 없기 때문에 구조물의 강성확보를 위해서 초기장력을 증가시켜주어야 하지만, 과도한 초기장력은 압축부재에 과도한 압축력을 발생시키며, 케이블요소의 단면적의 증가를 가져오기 때문에 비경제적일 수 있다.

* 인하대학교 건축공학과 교수
** 인하대학교 건축공학과 석사과정
*** ES-건축구조 엔지니어링 대표

따라서, 케이블돔이 안정화되기 위한 케이블부재의 초기장력 및 안정화 이행과정 해석을 통해 시공과정 해석 및 케이블돔의 지배적 동적 하중인 풍하중 상태에서의 동적 거동특성의 파악이 절실히 요구된다.

본 논문에서는 케이블돔의 안정화 이행과정 해석 및 정적하중에 의한 응력-변형해석법으로 동적이완법^{5),6),7)}에 의한 해석알고리즘을 개발하여 적용하였고, 동적해석기법으로 동적이완법과 유사한 직접적분법인 중앙차분법⁸⁾을 사용하여 케이블돔의 동적 거동특성을 파악하였다. 케이블부재의 초기장력 크기에 따라 4개의 해석모델을 정하였고, 지붕재료는 등방성 막요소를 적용하였으며, 안정화 이행과정 해석을 통해 결정된 각 모델에 대해 설하중과 풍하중상태의 정적해석 및 바람에 의한 동적해석을 통하여 구조적 거동을 비교 검토하여 케이블돔의 초기장력 결정방법 및 구조적 거동특성을 파악하고자 한다.

2. 케이블돔의 안정화 이행과정

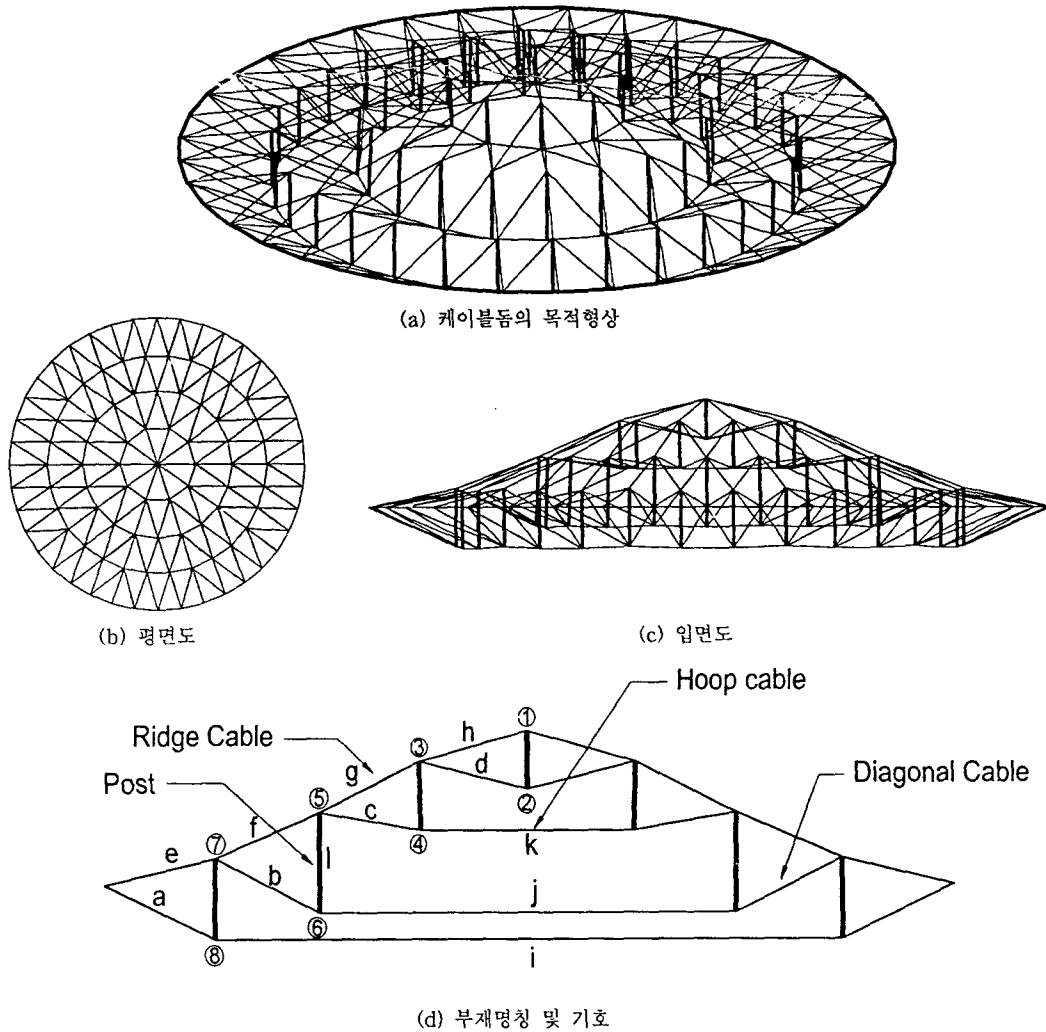


그림 1. 케이블돔의 형상

표 1. 부재제원(단위: mm)

Post	l	Φ216.3×5.8
Diagonal cable	a	(7×19)Φ47.5×1
	b	(7×19)Φ47.5×1
	c	(7×19)Φ47.5×1
	d	(7×19)Φ47.5×1
Ridge cable	e	(7×19)Φ53.0×1
	f	(7×19)Φ53.0×1
	g	(7×19)Φ53.0×1
Hoop cable	h	(7×19)Φ53.0×1
	i	(7×19)Φ53.0×4
	j	(7×19)Φ53.0×3
	k	(7×19)Φ53.0×3

표 2. 결정된 부재내력(단위:ton)

(():Diagonal cable에 도입된 초기장력, 지붕재료:막(초기장력:0.02ton)

		Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
Diagonal cable	a	18.8(20)	28.9(30)	39.1(40)	49.1(50)
	b	40.1(40)	40.3(40)	40.4(40)	40.2(40)
	c	51.0(50)	51.4(50)	51.3(50)	51.4(50)
	d	30.5(30)	30.9(30)	31.0(30)	31.2(30)
Ridge cable	e	89.303	89.465	90.004	91.693
	f	56.020	55.711	55.342	55.756
	g	47.563	52.003	54.007	59.280
Hoop cable	i	176.608	276.032	377.466	477.888
	j	274.211	274.025	273.180	271.777
	k	214.974	215.981	215.682	215.352

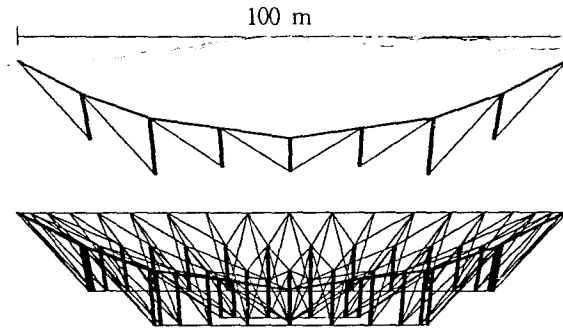


그림 2. 케이블돔의 초기모델 형상(span : 100m)

본 논문에서는 케이블돔의 안정화 이행과정 해석을 위해 그림 2와 같은 100m 스패를 가진 초기 형상을 만들고, 대각케이블(diagonal cable)인 a, b, c, d에 초기장력을 일정하게 유지시켜 그림 1의 리지케이블(ridge cable), 후프케이블(hoop cable)에 장력이 발생하도록 하여 케이블돔이 안정화 되도록 하였다. 부재 a의 초기장력에 따라 case 1, case 2, case 3, case 4로 구분하였고, 각각 20t, 30t, 40t, 50t를 적용하였으며, b, c, d부재에는 초기장력으로 각각 40t, 50t, 30t를 일정하게 도입하였다. 그 결과 표 2와 같은 부재내력을 얻게되었다. 표 2의 부재내력은 그림 6의 안정화 이행과정을 통해 얻은 케이블돔에 지붕재료로 0.02t의 초기장력을 가진 막(membrane)을 적용한 후의 결과이다.

그림 3과 그림 4는 각각 그림 5의 수렴과정을 통해 결정되는 리지케이블과 후프케이블의 내력 결정과정을 도시한 것이고, 그림 6은 그림 5와 같이 불평형력의 제거과정(수렴과정)을 통해 케이블돔의 형상이 결정되는 형태탐색(shape finding)과정을 도시한 것으로써, 본 논문에서 적용한 동적이완법에 의해 케이블돔의 형태탐색 및 안정화 이행과정이 해석될 수 있다. 동적이완법은 동적 평형방정식으로부터 정적 평형상태를 찾는 비선형 해석기법으로 시간증분단계 Δt마다 구조물의 운동상태를 추적해 나가면서, 구조물의 감쇠작용에 의해 정적 평형상태를 찾게된다. 수치해석과정 중 강성매트릭스는 만들지 않아도 되며, 다만 질량매트릭스만 초기상태에서 만들어, 이매트릭스에 의해 수렴과정이 조절되는 차분적 적분기법이다.

동적이완법에 의한 형상해석방법은 임의의 초기 구조물상태와 초기응력에 의해 발생된 구조물의 운동에 대한 평형상태를 탐색하는 개념이며, 그후 응력-변형해석에서는 형상해석을 통해 얻은 평형상태에 임의의 외

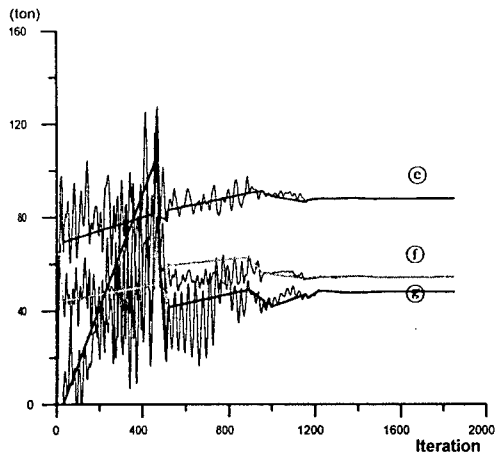


그림 3. 리지케이블의 장력결정과정(case 1)

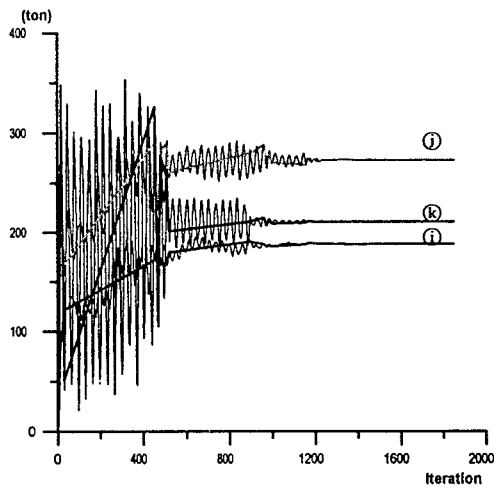


그림 4. 후프케이블의 장력결정과정(case 1)

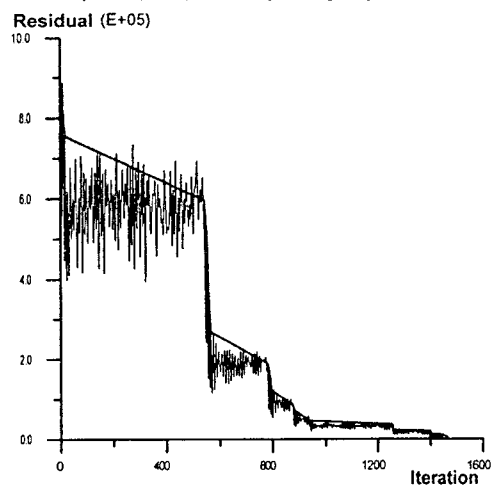


그림 5. 안정화 이행과정에 따른 불평형력의 수렴과정(case 1)

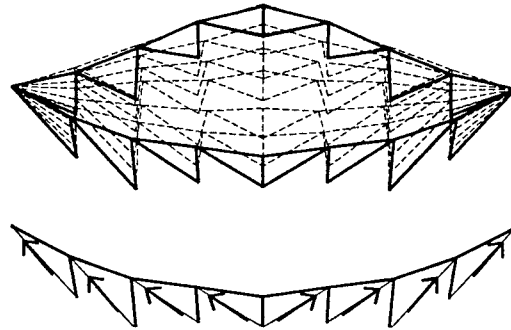


그림 6. 케이블돔의 안정화 이행과정

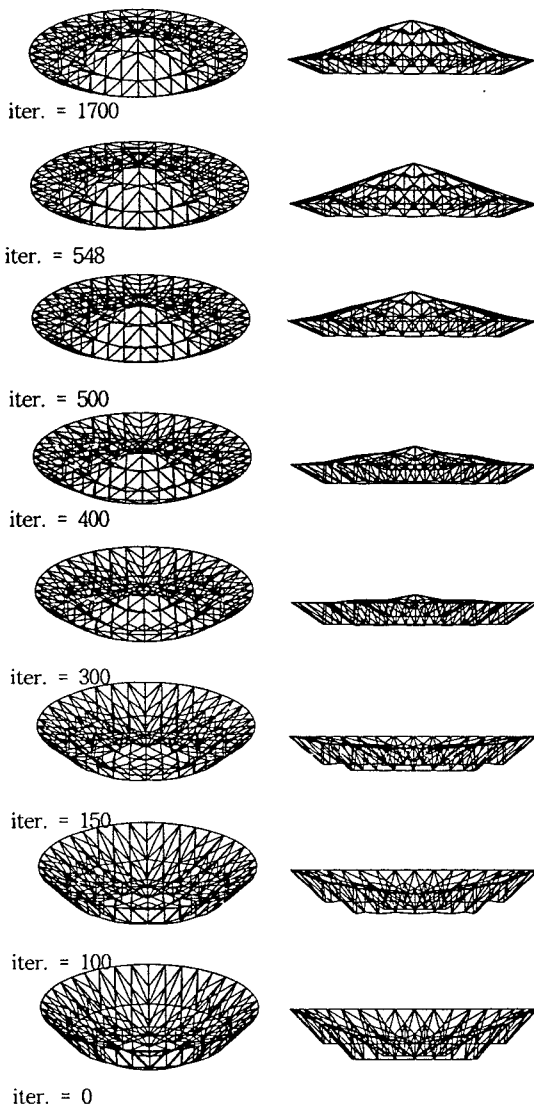


그림 6 각 단계별 안정화 이행과정 (case 1)

부하중을 작용시켜, 이때 발생한 운동상태를 동적이완법의 수치해석과정을 수행하여 정적 평형상태를 찾는 기법이다. 정적 평형상태를 찾아가는 과정은 동적감쇠(kinetic damping)와 점성감쇠(viscous damping)에 의해 자동적으로 조절되는데, 이중 동적감쇠는 점성 무감쇠 상태에서 구조물의 거동을 추적하면서 각 시간증분마다 구조물의 총 운동에너지를 계산하여, 최대 운동에너지일 때의 시간증분단계를 새로운 기준 상태로 설정하여 반복계산을 수행한다.

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{W\} \quad (1)$$

식(1)의 동적 평형관계식에서, 점성감쇠를 고려하지 않고 동적감쇠만을 적용하여 정리하면 다음 식과 같다.

$$[M]\{\ddot{u}\} = \{W\} - [K]\{u\} \quad (2)$$

식(2)의 오른쪽 항은 외력과 내력의 차인 불평형력 $\{R\}$ 로 보면 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$[M]\{\ddot{u}\} = \{R\} \quad (3)$$

차분법에 의해 가속도벡터를 속도벡터에 대해 표현하면 다음 식과 같으며,

$$\{\ddot{u}\}^{t+\Delta t/2} = (\{\dot{u}\}^{t+\Delta t/2} - \{\dot{u}\}^{t-\Delta t/2}) \frac{1}{\Delta t} \quad (4)$$

식(4)를 식(3)에 대입하고, 속도벡터에 대해 정리하면 다음 식과 같다.

$$\{\dot{u}\}^{t+\Delta t/2} = \{\dot{u}\}^{t-\Delta t/2} + \{R\}^t \frac{\Delta t}{[M]} \quad (5)$$

식(4), (5)에 의해 가속도와 속도벡터를 구할 수 있고, 변위벡터는 속도벡터를 선형보간하여 구한다.

$$\{u\}^{t+\Delta t/2} = \{\dot{u}\}^{t+\Delta t/2} \Delta t \quad (6)$$

케이블들의 형태탐색 및 안정화 이행단계에서는 자중이 고려된 상태에서 외부하중벡터 $\{W\}$ 를 zero로 하여 식(3)을 계산하고, 불평형력이 zero에 충분히 가까워질 때까지 반복 계산을 수행하여, 그때의 구조물의 형상을 초기평형상태로 결정한다. 본 논문에서는 불평형력의 유클리드 노름(Euclidean norm)값이 초기불평형력의 0.01%이하가 될 때까지 수행하였다.

3. 바람의 동적해석

3.1 풍하중의 산정

케이블들은 최소한의 압축부재에 의해서 구조물을 형성하며, 대부분의 구조부재가 케이블이기 때문에 전체구조물의 강성이 대단히 작은 연성구조물이다. 이러한 연성구조물에서 지배적인 동적하중은 주기가 짧은 지진하중보다 풍하중에 의한 거동을 고려해야한다. 따라서, 본 논문에서는 10m 상공에서의 풍속파를 그림 8과 같이 가정하고, 바람의 동적 특성을 다음 식(7)과 같은 풍압 계산식에 의해 고려하였으며⁹⁾, 케이블들에 대한 형상계수는 참고문헌 10)의 실험 값을 사용하였다.

$$p(x, y, z, t) = \frac{1}{2} \delta C_p(x, y, z) \{2V_m(x, y, z) V(x, y, z, t) + V(x, y, z, t)^2\} \quad (7)$$

위 식은 단위면적당 풍압에 관한 식으로 δ 는 공기밀도이고, C_p 는 바람에 대한 구조물의 형상계수이며, V_m 은 평균풍속이다. V 는 계측에 의해 얻어지는 바람의 속도로, 그림 8과 같은 임의의 풍속파를 적용하였

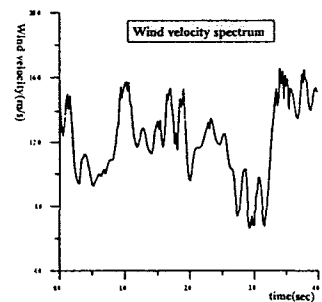


그림 8. 가정된 풍속파

다. 바람에 대한 동적풍압은 식(7)에 의해 계산하고, 바람의 정적 풍압은 p_s 는 평균풍속 V_m 에 의해 다음 식(8)로 계산하였다.

$$p_s(x, y, z, t) = \frac{1}{2} \delta C_p(x, y, z) V_m(x, y, z)^2 \quad (8)$$

식(8)에 의해 얻은 바람의 정적풍압은 고정하중과 적재하중에 부가하여 케이블들의 정적해석 시 외부하중으로 적용하였다.

3.2 동적해석법

케이블들에 과대한 외부하중이 작용할 때 인장부재인 케이블이나 막 요소에 국부적으로 압축력이 발생하는 불안정현상이 발생하고, 결국 강성매트릭스가 불안정해져 해석이 불가능해지게 된다. 따라서, 본 논문에서는 직접적분법인 중앙차분법(central difference method)⁸⁾을 이용하여 구조물의 거동을 파악하였다. 구조물의 동적 평형방정식은 식(1)과 같으며, 가속도와 속도는 각각 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{\ddot{u}\}^t = (\{u\}^{t+\Delta t/2} - \{u\}^t + \{u\}^{t-\Delta t/2}) \frac{1}{\Delta t^2} \quad (9)$$

$$\{\dot{u}\}^t = (\{u\}^{t+\Delta t/2} - \{u\}^{t-\Delta t/2}) \frac{1}{2\Delta t} \quad (10)$$

식(9)와 식(10)을 식(1)에 대입하면 다음의 식을 얻게 된다.

$$\left(\frac{1}{\Delta t^2}[M] + \frac{1}{2\Delta t}[C]\right)\{u\}^{t+\Delta t/2} = \{W\}^t - \left([K] - \frac{2}{\Delta t^2}[M]\right)\{u\}^t - \left(\frac{1}{\Delta t^2}[M] - \frac{1}{2\Delta t}[C]\right)\{u\}^{t-\Delta t/2} \quad (12)$$

식(12)에서 속도에 대한 감쇠가 질량에만 관계된다고 가정하고, 식(12) 오른쪽 두번째 항에서 강성매트릭스에 대한 식을 식(13)으로 계산하면, 식(12)는 강성매트릭스와 독립된 식이 된다. 따라서 강성매트릭스의 불안정현상에 의해서 나타날 수 있는 해석상의 어려움을 극복할 수 있게 된다. 식(13)에서 $k_{(i)}$, $F'_{(i)}$ 는 각각 시간 t 에서의 부재 강성매트릭스와 부재 절점력벡터이다.

$$[K]\{u\}^t = \sum_i k_{(i)}\{u\}^t = \sum_i F'_{(i)} \quad (13)$$

4. 수치해석

전절에서 적용한 케이블들의 안정화기법을 통해 얻은 케이블들의 형상과 내력모드에 따라, 동적해석 및 정적해석을 통해 구조적으로 가장 안정한 초기장력상태를 검토하였다. 케이블들의 대각케이블의 초기장력크기에 따른 case 1, case 2, case 3, case 4 에 대해 고유치해석을 통해 얻은 고유진동수(natural frequency)와 구조적 거동간의 상호관계 및 특성을 파악하였으며, 정적해석시 풍하중과 설하중은 각각 풍속 50m/s, 적설량 60cm/m²(50kg/m²)에 대해 해석하였고, 동적해석에서는 그림 8에 의해 가정된 풍속과와 평균풍속 20m/s와 30m/s에 대해 해석하였다. 표 3은 케이블들의 각 모델 중 고유진동수가 가장 큰 case 1과 고유진동수가 가장 작은 case 4 에 대한 정적해석을 통해 얻은 부재내력의 값이며, 그림 9은 case 2의 각 하중상태에 따른 수렴과정을 도시한 것이다. 표 4는 2.0초 동안의 각 모델에 대한 동적, 정적해석 시 최대변위를 나타낸 것으로, 각 ()안의 수치는 그림 1에서 도시한 케이블들의 절점 번호를 나타내고 있다.

표 3. 정적해석에 의한 부재내력(wind: 50m/s, snow: 60cm/m²(50kg/m²))

		Case 1(T:12.70)			Case 4(T:13.25)		
		wind	snow	wind+ snow	wind	snow	wind+ snow
Diagonal cable	a	19.558	27.948	27.907	49.29	55.506	55.699
	b	40.436	40.889	41.304	40.780	40.116	41.949
	c	51.466	44.982	45.576	52.412	43.390	44.953
	d	32.528	19.450	23.190	33.272	20.646	24.341
Ridge cable	e	89.883	82.782	84.126	89.303	33.341	83.407
	f	56.345	48.054	49.179	56.020	43.629	45.603
	g	49.706	28.714	35.319	47.563	38.144	43.987
Hoop cable	i	188.883	263.661	252.563	479.167	539.917	532.638
	j	275.018	278.575	278.649	272.400	264.686	266.589
	k	215.818	186.624	192.184	216.831	179.281	186.499

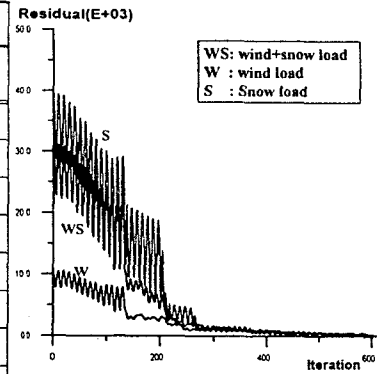


그림 9. Case 2의 정적해석 수렴과정

표4. 최대 절점변위(() : 절점번호, Δt=0.02, T:고유주기, v_m:mean wind velocity(m/s))

		Case 1 (T:12.70)		Case 2 (T:13.02)		Case 3 (T:13.11)		Case 4 (T:13.11)	
		v _m =20.	v _m =30.	v _m =20.	v _m =30.	v _m =20.	v _m =30.	v _m =20.	v _m =30.
Dynamic analysis	x	5.02(7)	7.05(7)	15.50(8)	15.62(8)	-49.54(8)	-48.97(8)	-18.25(8)	-18.04(8)
	y	-5.78(7)	-8.06(7)	-15.22(8)	-15.36(8)	49.04(8)	41.30(8)	-28.99(8)	-29.06(8)
	z	29.34(3)	41.36(3)	28.67(3)	40.77(3)	30.10(3)	42.47(3)	67.09(3)	92.67(3)
Static analysis	wind	x	1.138(8)		1.096(8)		1.012(8)		-0.948(4)
		y	0.717(8)		0.669(8)		0.681(8)		0.585(8)
		z	-2.437(7)		-2.599(7)		-2.604(8)		2.514(4)
	snow	x	-4.995(8)		-4.573(8)		-3.496(8)		-3.496(8)
		y	4.062(8)		4.355(8)		-2.279(8)		3.318(8)
		z	-17.218(4)		-18.120(4)		-18.089(2)		-18.089(2)
	wind+snow	x	5.259(8)		4.798(8)		3.760(8)		3.760(8)
		y	-3.379(8)		-3.014(8)		-2.279(8)		-2.279(8)
		z	-15.240(4)		-15.610(4)		-15.533(4)		-15.533(4)

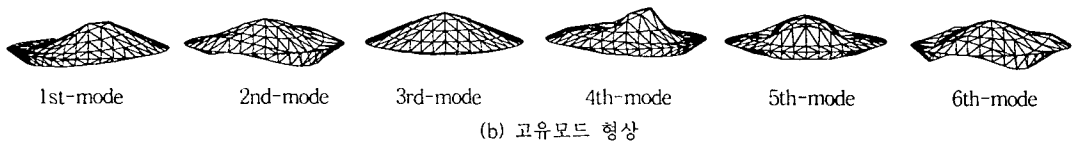
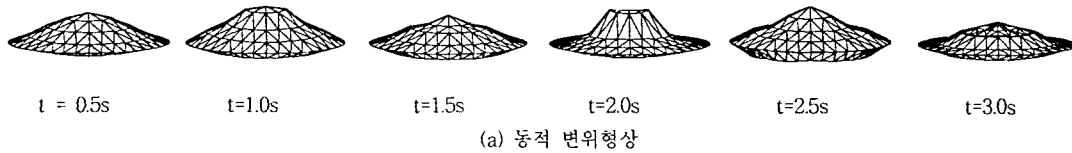


그림 10. 동적 변위 및 고유모드 형상

5. 결론

케이블돔의 대각케이블 장력의 크기에 따라 4개의 모델에 대해 안정화 이행과정 해석을 수행하여 케이블 돔의 시공과정해석 및 초기장력결정방법을 제시하였다. 최적의 초기장력상태를 결정하기 위해서 고유치 해석과 풍하중에 의한 동적거동 및 정적해석을 수행하여 다음과 같은 결과를 얻었다.

1. 동적이완법을 적용하여 케이블돔의 안정화 이행과정이 가능하였다.
2. 대각케이블의 초기장력크기에 따라 설정한 4개 모델의 정적거동의 차이는 동적거동에 비해 미소하였다.
3. 바람하중에 의한 동적거동은 케이블돔의 고유주기에 따라 큰 절점변위의 차이를 나타내었다. 따라서 대각케이블에 지나치게 큰 초기장력을 도입하였을 경우, 초기장력이 작은 모델에 비해 정적해석 시 처짐량은 작지만, 고유진동수가 작아지게되어, 동적해석 시 변위량이 더 커지게 되는 현상을 볼 수 있었으며, 구조적으로 불리해짐을 알 수 있었다.

따라서, 본 논문에서 제시한 케이블돔의 안정화 이행과정 해석법은 케이블돔의 시공과정해석에 적용 가능하며, 대각케이블에 도입 할 장력을 결정 할 경우 정적해석 뿐 만 아니라 고유치해석 및 동적해석을 통해 구조적으로 가장 적당한 크기의 장력을 결정해야 할 것으로 사료된다.

감사의 글 : 본 연구는 초대형 구조시스템 연구센터(STRESS)의 지원에 의해 수행되었음.

6. 참고문헌

1. 한상울, 이경수, "대공간구조물의 형태결정에 관한 이론 및 응용에 관한 연구", 한국전산구조공학회 봄 학술발표회 논문집, 제 11권 1집, pp. 272~279, 1998.
2. 한상울, 이경수, "대공간구조물의 형태결정 및 응용", 대한건축학회 춘계학술발표대회, 제 18권 제1호, 1998.
3. 한상울, 이경수, "내력밀도법에 의한 막구조의 초기형상결정", 대한건축학회 논문집, 제 15권 2호, pp. 73~80, 1999. 2.
4. 한상울, 이경수, "막구조의 초기형상 및 재단도 결정 알고리즘에 관한 연구", 한국전산구조공학회 가을 학술발표회 논문집, 제 11권 2집, pp. 298~305, 1998.
5. 한상울, 이경수, "동적이완법에 의한 막구조의 등장력곡면 형태해석에 관한 연구", 한국전산구조공학회, 제 11권 4호, pp. 321~330, 1998. 12.
6. 한상울, 이경수, "동적이완법에 의한 막구조의 등장력곡면 형태해석에 관한 연구", 대한건축학회 추계 학술발표대회 논문집, 제 18권 제2호, pp. 147~152, 1998.
7. 한상울, 이경수, 한국전산구조공학회 기술기사 - 'Membrane Structures의 설계 및 구조해석', 한국전산구조공학회, 제 11권 4호, pp. 5~12, 1998.
8. Bathe K. J. ,*Finte Element Procedures*, Pretice-Hall, 1996
9. Knudson, W. C. , " Response of Cable-Net Structures under Dynamic Loads ", IASS PACIFIC SYMPOSIUM-PART II ON TENSION STRUCTURES AND SPACE FRAMES, 1971.
10. Kato, S., Zhu, L. and Yamada, S. , "Effects of Sub-Structure on Wind Load Capacity of Single Layer Latticed Dome", Proceedings of the IASS INTERNATIONAL SYMPOSIUM '97 on SHELL & SPATIAL STRUCTURES vol 1, pp. 403~408, 1997.