

시공단계를 고려한 RC 프레임의 기둥축소 해석

Analysis for Column Shortening of RC Frame Structures
Considering the Construction Sequences

곽효경* 서영재**
Kwak, Hyo-Gyoung Seo, Young-Jae

ABSTRACT

This paper deals with the analysis for column shortening of RC frame structure considering the construction sequences. The time-dependent effects of concrete are taken into consideration in this study to simulate the actual structural behavior. The stiffness matrix of a beam element is derived on the bases of the layer approach, dividing a section with imaginary layers. Creep and shrinkage strains at each layer are calculated by using the first-order algorithm based on the expansion of creep compliance. Finally, the correlation studies with the purpose of analyzing the time-dependent behavior of building structure are conducted using the analytical model proposed in this study.

1. 서 론

현재 구조물의 설계는 초기에 가정한 재료성질 및 구조모델링을 바탕으로 구조해석에 의하여 계산된 부재력을 기초로 하여 이루어지고 있다. 이때 구조해석에서 해석 구조물은 완성된 구조체로 가정하기 때문에 실제 시공중 발생하는 시공단계에 따른 구조물의 거동변화를 고려하지 못하게 된다. 특히 콘크리트 구조물의 경우 콘크리트 설계강도인 28 일 강도를 기준으로 계산된 재료의 탄성계수를 포함한 모든 물성치를 토대로 부재력을 산정하게 된다. 그러나 실제 구조물의 시공은 일정 시간 간격을 두고 콘크리트의 타설과 양생을 반복하는 과정을 거치게 되므로 각 층마다, 심하게는 각 부재마다 재료의 물성치가 서로 다르게 되며 이러한 부재들 간의 다른 물성치로 인해 구조계의 힘의 흐름이 다르게 나타날 가능성이 있다. 또한 콘크리트의 시간의존적 현상에 의하여 콘크리트의 타설후 시간경과가 크지 않은 시공과정중에는 콘크리트의 시간의존적 거동에 의한 영향이 크게 나타나므로 구조부재에 초기 힘이 크게 작용하는 기둥 또는 대형 보 부재 등의 경우 크리프에 의한 추가변形이 크게 유발되어 부재의 2차 변형 및 응력의 재분배가 발생하게 된다. 또한 구조물이 대형화, 고층화가 될 경우 이로 인한 부재의 부등 변형량이 증가하게 되어 구조부재의 2차 부재력을 일으키게 되며 구조부재의 현장조립이 필요한 구조물의 경우 시공상의 오차로 인해 부재에 추가적인 잔류응력과 사용성에 문제가 발생하고 궁극적으로 구조물의 사용연한이 줄어드는 결과가 초래된다. 더욱이 시공중 내하력이 확보되지 않은 시점에서 구조부재를 추가 시공할 경우 추가된 하중의 영향으로 인해 구조부재 내부의 손상을 일으킬 수 있는 심한 경우

* 한국과학기술원 토목공학과 조교수

** 한국과학기술원 토목공학과 박사과정

시공중 붕괴로 이어지는 상황이 발생하기도 한다^⑦.

이러한 필요에 따라 콘크리트 프레임 구조물의 시공단계에 관한 연구가 활발히 진행되어 왔으나 기존의 연구는 콘크리트의 시간의존적 거동을 제외하고 단지 시공단계만을 고려하거나 전체 프레임 해석이 아닌 기둥만을 해석함으로써 그 효과를 간접적으로 해석하고 있다^{⑧, ⑨}. 콘크리트의 시간의존적 현상을 해석에서 제외하는 경우 콘크리트의 사용량이 적은 철골 구조물에서는 콘크리트가 전체 구조계의 거동에 영향을 적게 나타내므로 전체 구조계의 거동을 지배하는 것은 시공단계라 할 수 있다. 그러나 철근 콘크리트 구조의 경우 상대적으로 콘크리트의 양이 많이 사용되므로 콘크리트의 시간의존적 효과는 시공단계에 의한 효과와 함께 중요하게 된다. 또한 기둥만을 해석하는 경우 해석은 간편하지만 기둥과 연결되는 보 역시 콘크리트로 제작되므로 시간에 따른 거동이 발생하게 되고 전체 구조계의 거동에 영향을 주게 된다.

따라서 이 연구에서는 콘크리트의 시간의존적 효과를 포함하여 프레임 구조물의 시공단계를 고려한 해석이 가능하도록 해석모델을 제안하였으며 이를 토대로 철근 콘크리트 프레임의 기둥축소에 대하여 해석하였다.

2. 해석모델의 개발

2.1 재료모델

이 연구에서는 단면의 해석을 위하여 단면을 콘크리트와 철근의 가상의 층으로 나누고 각 층을 일축 응력상태로 가정하는 적층단면을 사용하였다. 적층단면을 사용함으로써 단면의 깊이에 따라 변화하는 재료특성을 효과적으로 고려할 수 있다. 단면의 평형관계를 구하기 위하여 각 층의 역학적 변형률(mechanical strain)로부터 응력을 계산하게 되는데 이를 위하여 각 재료의 응력-변형률 관계가 먼저 정의되어야 한다. 이 연구에서는 콘크리트의 일축응력-변형률 관계는 압축부의 경우 식 (1)과 같은 Hognestad의 제안식^⑩을 사용하였으며 인장부의 경우는 인장강화효과(tension stiffening effects)를 도입하기 위해 콘크리트 인장축의 변형연화(strain softening)영역을 고려하였는데 이 때 콘크리트 최대 인장변형률은 파괴에너지 개념에 토대를 둔 식 (1)에 따라 결정하였다^⑪.

$$\epsilon_{r0} = \frac{2 \cdot G_f \cdot \ln(3/b)}{f_c \cdot (3-b)} \quad (1)$$

여기서 ϵ_{r0} 는 콘크리트의 최대 인장변형률, b 는 각 층의 폭(cm), f_c 는 콘크리트의 인장강도(kg/cm²)를 각각 나타내고, G_f 는 파괴 에너지로서 이 연구에서는 0.0894kg/cm²를 사용하였다.

또한 강재의 일축응력-변형률 관계는 압축부와 인장부의 거동이 동일한 대칭의 형상을 갖는 선형탄성-완전소성(linear elastic-perfect plastic)관계를 사용하였다(그림 1(b) 참조). 특히 강재의 경우 유일한 비역학적 변형률이 온도변형률이나 이 연구에서는 이를 고려하지 않았으므로 전체 변형률과 역학적 변형률이 같게 되고 따라서 강재의 변형률은 전체 변형률로부터 계산하였다.

2.2 콘크리트의 크리프와 건조수축

이 연구에서는 콘크리트의 시간의존적 변형률을 계산하기 위해서 제안된 많은 수치모델 가운데 비교적 간단하면서 응력변화 이력을 효과적으로 나타낼 수 있는 크리프 Compliance 전개에 기본을 둔 1차 순환적 단계 알고리즘(the first-order algorithm based on expansion of creep compliance)을 도입하였으며 기본식은 식 (2)와 같다^⑫.

$$\Delta\epsilon_n^c = \Delta C(t_n, \tau)\sigma_n = \sum_{i=1}^m A_{i_{n-1}} \left(1 - e^{-\Delta t_n / \tau_i}\right), \quad A_{i_n} = A_{i_{n-1}} e^{-\Delta t_n / \tau_i} + a_i(\tau) \Delta \sigma_n \quad (2)$$

여기서 τ_p 는 자연시간(retardation time)이고 $\alpha(\tau)$ 는 재하재령 τ 에 의존하는 크리프 Compliance 계수이며 A 는 숨겨진 상태변수(hidden state variables)로서 이 변수를 통해 전 시간단계의 영향이 고려된다. 또한 Δu_i 과 $\Delta \sigma_i$ 는 전 해석단계($n-1$)와 현재 해석단계(n)의 시간과 응력증분을 각각 나타내며, $n=1$ 에서 $A_n = 0$ 이므로 $A_n = \alpha(\tau)\sigma_i$ 가 되고 현 시간단계에서 수정되어 다음 시간단계의 크리프 변형률을 계산하는데 사용된다. 또한 계수 m , $\alpha(\tau)$, τ_p 는 먼저 결정되어야 하는데 $\alpha(\tau)$ 를 제외한 계수의 선택에 있어서는 시행착오법을 사용하였다⁽⁶⁾. 특히 이 연구에서는 크리프 Compliance를 사용하므로 최소자연시간을 작은 값으로 가정할 필요가 없기 때문에 다음과 같이 m 은 4와 자연시간은 5, 50, 500, 5000 일로 각각 가정하였다. 끝으로 $\alpha(\tau)$ 의 값은 Kabir가 제안한 식 (3)의 Dirichlet Series Compliance 함수를 이용하여 최소자승법을 사용하여 계산하였다⁽⁴⁾.

$$C(t, \tau) = \sum_{i=1}^m a_i(\tau) \left[1 - e^{-(t-\tau)/\tau_p} \right] \quad (3)$$

건조수축에 의한 변형률은 대기와 접하는 단면의 표면에서 크고 중심에서 작은 값을 나타내지만 이 연구에서는 단면의 깊이에 따라 일정하다고 가정하였으며, 응력변화이력에 영향을 받지 않으므로 각 모델식에서 제안된 식을 직접 적용하였다⁽¹⁰⁾.

2.3 요소강성행렬의 구성

이 연구에서는 그림 1과 같이 단면의 수직축 대칭인 보요소를 이용한 변위법을 바탕으로 합성단면을 갖는 평면 보요소의 평형 관계식을 식 (4)와 같이 구성하였다⁽⁶⁾. 변위의 형상함수로는 x-축 변위는 선형변화, y-축 변위는 3 차식의 변화로 가정하였다.

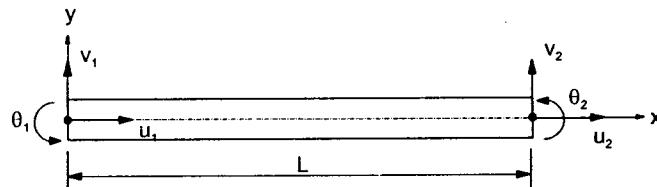


그림 1. 평면 보요소

$$dR^j + dR^{nm} = Kdr \quad (4)$$

여기서 dR^j 는 외부 절점하중 증분을, $dR^{nm} = \int_B B^T E_j d\varepsilon^{nm} dV$ 는 비역학적 변형률 증분에 의한 등가 하중증분을 각각 표시한다. 요소 강성행렬 $K = \int_B B^T E_j B dV$ 는 3 점 가우스 적분을 사용하여 식 (5)와 같이 구성하였다. 이 때 B 는 변형률-변위 관계를 나타내는 행렬이다.

$$K = \begin{bmatrix} a_1 & a_8 & a_9 & -a_1 & -a_8 & a_{10} \\ a_2 & a_3 & a_8 & -a_2 & a_7 & \\ a_4 & a_9 & -a_3 & a_6 & & \\ a_1 & a_8 & -a_{10} & & & \\ & & a_2 & -a_7 & & \\ & & & & a_5 & \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{aligned}
a_1 &= \frac{1}{2L} \sum_{k=1}^3 E_k A_k w_k & a_2 &= \frac{18}{L^3} \sum_{k=1}^3 E_k I_k (2\xi_k - 1)^2 w_k \\
a_3 &= \frac{6}{L^2} \sum_{k=1}^3 E_k I_k (2\xi_k - 1)(3\xi_k - 2) w_k & a_4 &= \frac{2}{L} \sum_{k=1}^3 E_k I_k (3\xi_k - 2)^2 w_k \\
a_5 &= \frac{2}{L} \sum_{k=1}^3 E_k I_k (3\xi_k - 1)^2 w_k & a_6 &= \frac{2}{L} \sum_{k=1}^3 E_k I_k (3\xi_k - 1)(3\xi_k - 2) w_k \\
a_7 &= \frac{6}{L^2} \sum_{k=1}^3 E_k I_k (3\xi_k - 1)(2\xi_k - 1) w_k & a_8 &= \frac{3}{L^2} \sum_{k=1}^3 E_k Q_k (1 - 2\xi_k) w_k \\
a_9 &= \frac{1}{L} \sum_{k=1}^3 E_k Q_k (2 - 3\xi_k) w_k & a_{10} &= \frac{1}{L} \sum_{k=1}^3 E_k Q_k (1 - 3\xi_k) w_k
\end{aligned} \tag{6}$$

여기서 k 는 가우스 점을 표시하며 ξ_k 와 w_k 는 k -번째 가우스 점의 위치와 가중치를 각각 나타내고 $\xi_1=0.11$, $\xi_2=0.50$, $\xi_3=0.89$ 와 $w_1=5/9$, $w_2=8/9$, $w_3=5/9$ 의 값을 각각 갖는다. 또한 A, Q, I 는 가우스 적분점 k 에서 단면의 면적, 단면의 1 차 모멘트, 단면의 2 차 모멘트를 각각 나타낸다.

2.4 해석과정

구성된 강성행렬과 절점하중을 이용하여 구조물을 해석함에 있어서 이 연구에서는 하중 증분법과 반복법을 함께 사용하는 복합법(combined method)을 적용하였다. 또한 각 하중단계에서 반복해석의 수렴여부를 판단하기 위해 사용한 수렴규준은 모든 절점 중에서 불균형 하중의 최대 수직력과 최대 모멘트를 구하여 각각의 수렴규준과 비교하는 방법을 사용하였는데 이를 식으로 나타내면 식 (7)과 같다.

$$|F_{unbal}^{\max}| \leq Tol_r, \quad |M_{unbal}^{\max}| \leq Tol_m \tag{7}$$

여기서 $|F_{unbal}^{\max}|$ 와 $|M_{unbal}^{\max}|$ 는 최대 불균형 하중의 수직력과 모멘트의 절대값을 각각 표시하고 Tol_r, Tol_m 는 수직력과 모멘트의 수렴규준값을 각각 표시한다. 각 하중 단계에서 작용하는 외력은 식 (4)와 같이 절점의 외부하중과 비역학적 변형률에 의한 등가하중으로 구성되며, 여기에 이전 해석단계의 수렴후 존재하는 미소의 잔류력이 추가된다.

3. 검증예제

이 연구에서 제안된 해석모델을 검증하기 위하여 그림 2에 나타낸 단순보의 장기거동을 해석하였다. 이 단순보는 Clarke 등이 실현한 것으로 보의 1/3 지점에 수직 집중하중과 모멘트 하중이 작용하며 180 일에서 중앙점 처짐이 계측되었다. 단면치수 및 실험조건은 표 1에 나타내었다⁽⁶⁾.

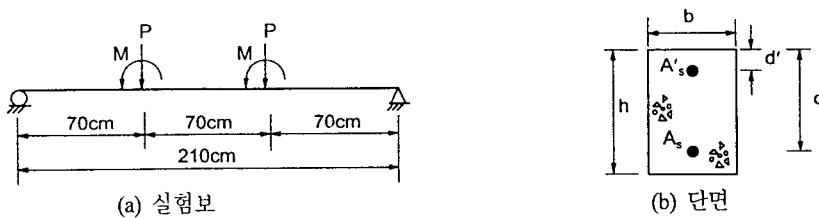


그림 2. 검증에 사용된 단순보

표 1. 단면치수

대상구조물	A1	A2	B1	B2
b (cm)	10.0	10.0	10.0	10.0
d' (cm)	2.0	2.0	2.0	2.0
d (cm)	13.2	13.0	13.0	13.2
h (cm)	15.4	15.2	15.2	15.4
A_s (cm ²)	1.6	1.6	1.6	1.6
A'_s (cm ²)	-	-	1.6	1.6
P (kg)	510.2	510.2	510.2	510.2
M (kg·cm)	35714.3	35714.3	35714.3	35714.3
f_c' (kg/cm ²)	213.9	213.9	213.9	213.9
E_c (kg/cm ²)	2.2×10^5	2.2×10^5	2.2×10^5	2.2×10^5
E_s (kg/cm ²)	2.1×10^6	2.1×10^6	2.1×10^6	2.1×10^6
ϕ_{∞}	2.26	2.26	2.26	2.26

해석결과 및 실험결과는 하중이 작용할 때 보의 중심에서 순간처짐과 180 일 경과후 처짐으로 나타내었으며, 하중은 콘크리트 재령 28 일에서 작용하였다. 해석결과의 비교를 위해 다른 연구자의 해석결과도 표 2에 함께 나타내었다.

표 2. 해석결과의 비교

		A1	A2	B1	B2
순간 처짐 (mm)	This Study	4.77	4.96	4.41	4.20
	Test	4.89	5.09	4.78	4.30
장기 처짐 (mm)	Branson	13.96	14.58	9.87	9.45
	Mayer	7.85	8.22	5.94	5.69
	BS 8110	7.80	8.11	5.89	5.67
	Clarke et al.	8.75	9.08	7.07	6.82
	This Study	9.30	9.74	7.01	6.73
	Test	9.28	9.37	8.15	7.93

해석결과를 살펴보면 순간처짐의 경우 실험값과 매우 잘 일치하고 있으나 장기처짐에서는 약간의 차이가 발생하고 있다. 그러나 다른 해석방법에 의한 결과와 비교해 볼 때 이 연구에서 제안한 해석모델이 실험결과와 매우 근접한 결과를 나타내는 것을 알 수 있다.

4.10 층 평면 철근콘크리트 프레임 구조

이 예제에서는 10 층 평면 철근 콘크리트 프레임 구조를 현재 설계에서 사용하고 있는 방법과 시공단계를 고려하여 해석함으로써 그 효과를 알아 보았다. 해석구조계는 그림 3에 나타내었으며 보와 기둥단면의 치수는 표 4에 나타내었다⁽⁹⁾.

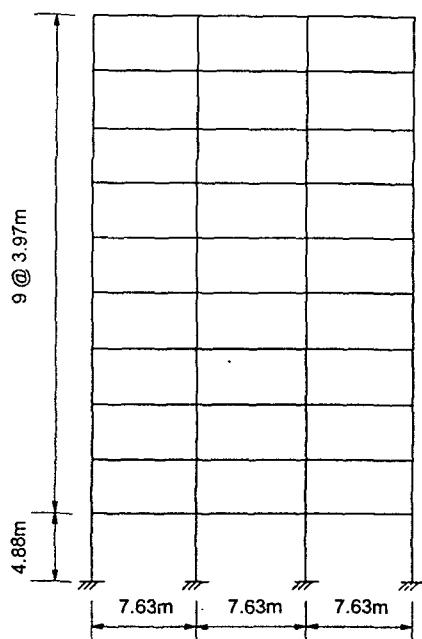


그림 3. 10 층 평면 철근 콘크리트 프레임 구조

표 4. 부재단면 치수

층	폭 × 높이 (cm)	전체 단면적 (cm ²)	상부철근 면적 (cm ²)	하부철근 면적 (cm ²)
(a) 보				
10	22.5 × 57.5	1293.8	29.8	29.8
9-7	22.5 × 60.0	1350.0	31.1	31.1
6-4	25.0 × 62.5	1562.5	35.9	35.9
3-1	25.0 × 65.0	1625.0	37.4	37.4
(b) 기둥				
10-7	25.0 × 40.0	1000.0	40.0	-
6	25.0 × 42.5	1062.5	42.5	-
5	25.0 × 47.5	1187.5	47.5	-
4-3	27.5 × 50.0	1375.0	55.0	-
2	27.5 × 52.5	1443.8	57.8	-
1	32.5 × 60.0	1950.0	78.0	-

보의 단면은 복철근 단면을 사용하였으며, 콘크리트 피복은 4cm로 가정하였고 기둥의 경우는 단면중심에 철근이 위치한다고 가정하였다. 콘크리트의 설계강도는 400kg/cm², 철근의 강도는 4000kg/cm²으로 가정하였으며 철근비는 일반적으로 사용되는 값으로 기둥의 경우 0.04, 보의 경우는 0.023을 사용하였다⁽⁹⁾. 콘크리트의 극한 크리프계수와 극한 전조수축 변형률은 실내에 위치하는 보와 내측기둥의 경우 3 과 300×10⁶을, 실외에 위치하는 외측기둥의 경우는 2 와 200×10⁶을 각각 사용하였다⁽¹⁰⁾. 사하중은 철근 콘크리트의 단위중량을 2.4t/m³으로 가정하여 계산하였으며 보의 상부에 설치되는 슬래브의 효과는 분포하중으로 적용하였는데 기둥간격이 7.63m이고 두께가 12cm 이므로 $w_{slab} = 763 \times 12 \times 0.0024 = 22.0 \text{ kg/cm}$ 를 사용하였다. 시공속도는 5 일/층으로 가정하였으며 슬래브는 기둥 타설후 20 일이후에 시공하는 것으로 가정하였다.

그림 4에는 해석구조계를 전체 완성된 상태로 가정한 경우와 시공단계를 고려한 경우로 해석한 결과를 나타내었다. 최대 처짐은 전체 구조계를 해석하는 경우 각 층의 축소량이 누적되므로 최상층에서 가장 크게 나타나지만 시공단계를 고려한 해석에서는 7층에서 최대 축소량이 발생하고 있다. 이는 7층의 경우 기둥의 단면이 작은데 비해 7층 기둥과 연결되는 보의 단면이 상대적으로 크므로 기둥에 작용하는 응력이 상대적으로 크기 때문이다. 또한 전체구조를 가정한 해석의 경우 모든 부재는 28 일에 하중이 작용하여 구조계가 완료되는 65 일 까지 지속되게 되므로 37 일의 재하기간을 갖게 된다. 반면에 시공단계를 고려한 해석의 경우 각 기둥이 시공되는 시간이 다르기 때문에 1 층의 경우 최대 65 일의 재하기간을 갖으나 최상층에서는 최상부 슬래브가 타설되

는 시간간격인 20 일을 갖게 된다. 또한 전체 구조계로 해석하는 경우 보의 자중과 슬래브 하중이 동시에 작용 하므로 한번에 작용하는 지속 사하중은 더 크게 된다. 따라서 재하기간의 큰 하부 층에서는 시공단계를 고려한 해석의 기동축소가 더 크게 나타나는 반면 재하기간의 작은 상부 층에서는 재하기간이 더 큰 전체 구조계 해석의 기동축소가 더 크게 나타나고 있다.

그림 5에는 시공단계를 고려한 내측 기동의 축소를 콘크리트의 크리프만 고려할 때, 건조수축만 고려할 때, 모두 고려할 때, 모두 고려하지 않을 때로 각각 해석한 결과를 나타내었다. 최대 기동축소가 발생하는 7층의 축소량을 비교해 보면 콘크리트의 시간의존효과를 고려하는 경우가 고려하지 않은 경우에 약 2.5 배정도 큰 기동축소가 발생하고 있다. 특히 콘크리트의 시간의존효과 중에서도 크리프현상이 기동축소에 지배적임을 알 수 있다.

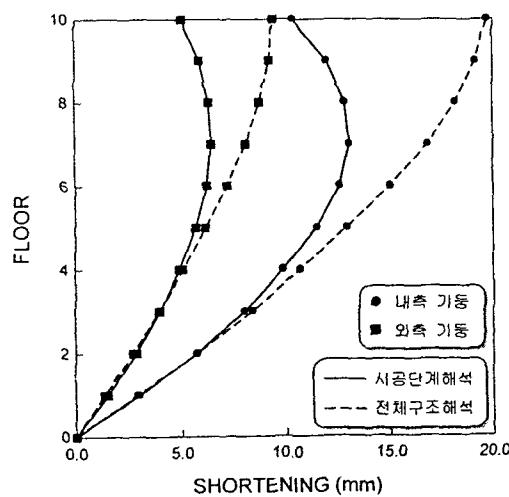


그림 4. 해석방법에 따른 기동축소

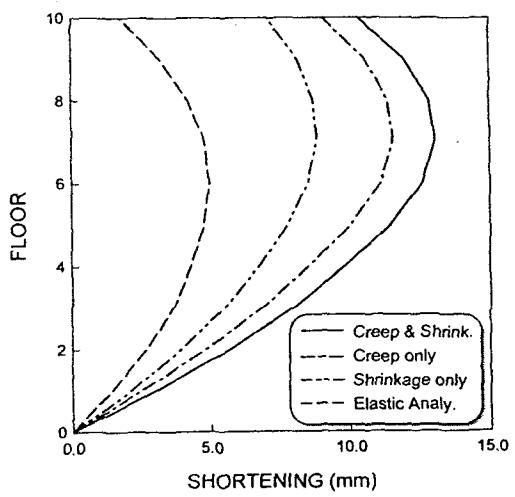


그림 5. 콘크리트 시간의존적 현상에 따른 기동축소

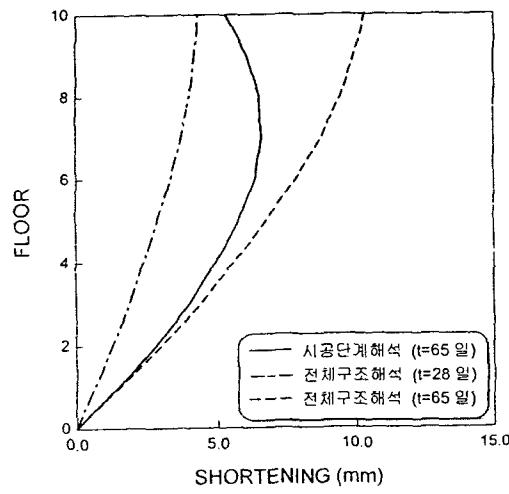


그림 6. 내, 외측 기동의 부등축소

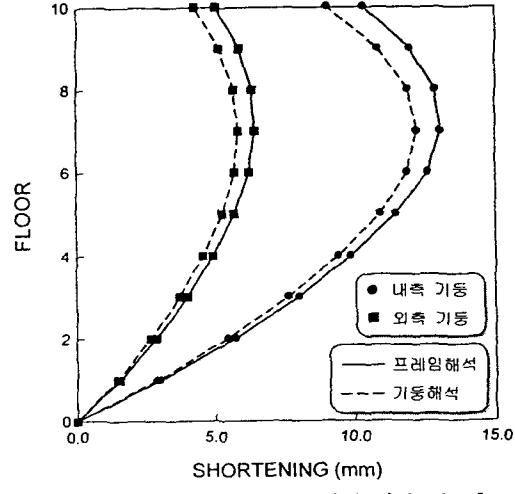


그림 7. 프레임 해석과 기동해석에 의한 기동축소

그림 6은 지금까지 해석결과를 토대로 내측 기동과 외측 기동의 부등축소량에 대하여 나타내었다. 해석결과

를 살펴보면 전체구조계로 해석하는 경우 기둥의 부등축소량을 과소평가하게 되며 구조계가 완공된 후 콘크리트의 시간의존효과에 의하여 매우 큰 부등축소량이 발생하게 됨을 알 수 있다.

그림 7은 전체 프레임을 해석할 때의 기둥축소와 기둥만을 해석한 경우의 기둥축소를 나타내었다. 해석결과를 살펴보면 기둥만을 해석하는 경우의 축소량이 더 작게 나타나고 있다. 이는 프레임 해석의 경우 시공중 발생하는 내측기둥과 외측기둥의 부등축소에 따른 영향이 고려되므로 기둥의 부재력이 기둥해석보다 증가하게 된다. 즉 기둥해석의 경우 외력이 일정하면 콘크리트의 시간의존 효과는 단면내 응력재분배를 발생시키나 부재력의 변화는 유발시키지 않기 때문이다.

5. 결 론

지금까지 콘크리트 프레임 구조물의 해석에 있어서 시공단계를 고려하는 효과에 대하여 알아 보았다. 10층 철근 콘크리트 구조물을 시공단계를 고려한 경우와 전체구조계로 해석하는 경우에 대하여 각 해석결과를 비교, 검토해 보았다. 이 해석의 결과로부터 콘크리트의 시간의존적 거동을 고려하지 않는 전체구조계 해석의 경우 각 기둥의 축소는 물론 내측 기둥과 외측 기둥의 축소량차이에 의해 발생하는 부등축소량을 과소평가하고 있음을 알 수 있다. 또한 전체 구조계를 해석하는 경우 기둥축소의 누적으로 최상부 층에서 최대 축소량과 최대 부등축소량이 발생하였으나 시공단계를 고려한 해석에서는 중간 층에서 각각의 최대값이 발생하였다.

지금까지의 결과들로부터 콘크리트의 시간의존적 거동과 시공단계를 고려한 콘크리트 프레임 구조의 해석의 타당성과 필요성을 나타내었으며 고층건물과 같이 이러한 효과들이 더 크게 나타나는 구조물에서는 설계 및 해석에서 이를 효과를 반드시 고려해야 함을 알 수 있다.

6. 감사의 말

이 연구는 한국과학재단 목적기초연구(과제번호 : 971-1203-012-2) 지원으로 수행되었음.

7. 참고문현

1. 문한영, 건설재료학, 동명사, 1994.
2. 변동균, 신현목, 문제길, 철근콘크리트, 동명사, 1994.
3. 조창희, 송진규, 이현호, 조석희, 고층건물 기둥의 부등축소량 예측 및 시공오차 보정에 관한 연구, 한국전산 구조공학회 가을 학술발표회 논문집, 1996, pp. 258-266.
4. ASCE, State-of-Art Report on Finite Element Analysis of Reinforced Concrete, 1982.
5. Choi, C.K. and Kim, E.D., Multistory Frames under Sequential Gravity Loads, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 111, No.11, Nov., 1984, pp. 2373-2384.
6. Clarke, G.S., H. Scholz, and M. Alexander, "New Method to Predict the Creep Deflection of Cracked Reinforced Concrete Flexural Members", *ACI Materials Journal*, 1988, pp. 95-101.
7. Fintel, M. and Ghosh, S.K., High-Rise Design: Accounting for Column Length Change, *Civil Eng.*, ASCE, 1984, pp. 55-59.
8. Kang, Young-Jin, "Nonlinear Geometric, Material and Time Dependent Analysis of Reinforced and Prestressed Concrete Frame", *Report No. UC-SEEM 77-I*, UNIV. of California, Berkeley, 1977.
9. Kwak, H.G. and Filippou, F.C., "Nonlinear FE Analysis of R/C Structures under Monotonic Loads", *Comput. Struct.*, Vol. 65, No.1, 1997, pp. 1-16.
10. Neville, A.M., Dilger, W.H. and Brooks, J.J., *Creep of Plain and Structural Concrete*, Construction Press, 1983.