

체적제어법에 의한 철근 콘크리트 원통형 구조물의 파괴 해석

Failure Analysis of RC Cylindrical Structures using Volume-Control Method

송하원* 방정용** 변근주***
Song, Ha-Won Bang, Jung-Yong Byun, Keun-Joo

ABSTRACT

In this paper, a so-called volume-control method for nonlinear failure analysis of reinforced concrete cylindrical structures is proposed. The pressure node which defines uniform change of pressure on finite element is added into layered shell element utilizing in-plane constitutive models of reinforced concrete and layered formulation. With the pressure node formulation, one can control the change in volume enclosed by the cylindrical structures and determine the required change in pressure. An algorithm of volume-control method is employed and failure analyses for RC cylindrical structures are carried out using proposed method.

1. 서 론

철근 콘크리트 원통형 구조물의 비선형 파괴해석은 주로 철근의 항복, 콘크리트의 전단파괴 등을 파괴기준으로 한 하중제어 방법을 이용하여 수행되는 경우 구조물의 실제적인 한계하중 및 한계하중 이후의 연화거동을 해석하지 못하거나, 철근 콘크리트의 상호작용에 의한 재료 모델링이 적절히 수행되지 않아 콘크리트 균열에 기인한 비평형 하중벡터에 의하여 수치해석이 불안정해지는 문제점을 갖고 있다. 한편 구조물의 대변형문제나 안정성문제에 널리 적용되는 변위제어 방법은 구조물의 일부분의 변위가 구조물의 거동을 지배하는 경우 그 부분의 변위를 제어하므로써 원통형구조와 같이 특정변위를 정하기 어려운 경우 적용하기 어려운 한계를 갖고 있다. 이에 본 논문은 철근 콘크리트의 역학적 거동을 정확히 모델링한 철근 콘크리트의 구성방정식을 도입한 다층셀 요소를 이용하여 철근 콘크리트 원통형 구조물을 모델링하는 기법과, 하중제어법의 결점을 제거하고 변위제어법의 한계를 극복한 체적제어법을 제안한다.

* 정회원, 연세대학교 공과대학 토목공학과 부교수
** 정회원, 연세대학교 공학석사, 현 현대건설(주) 사원
*** 정회원, 연세대학교 공과대학 토목공학과 교수

2. 철근 콘크리트 다층셀 요소

철근콘크리트의 비선형 재료모델링은 콘크리트의 압축부 균열모델, 인장부 균열모델, 전단부 균열모델에 콘크리트내 철근에 대한 구성법칙을 조합함으로써 구성된다⁽¹⁾. 본 모델링은 Fig. 1에서 보듯이 대표 체적요소에서 정의된 평균화된 응력-변형률 관계를 사용하므로써 균열간격, 균열밀도, 철근의 직경에 대한 크기효과에 무관하게 균열이 존재하는 콘크리트에 대하여 유일성을 만족하는 구성방정식을 얻을 수 있다.

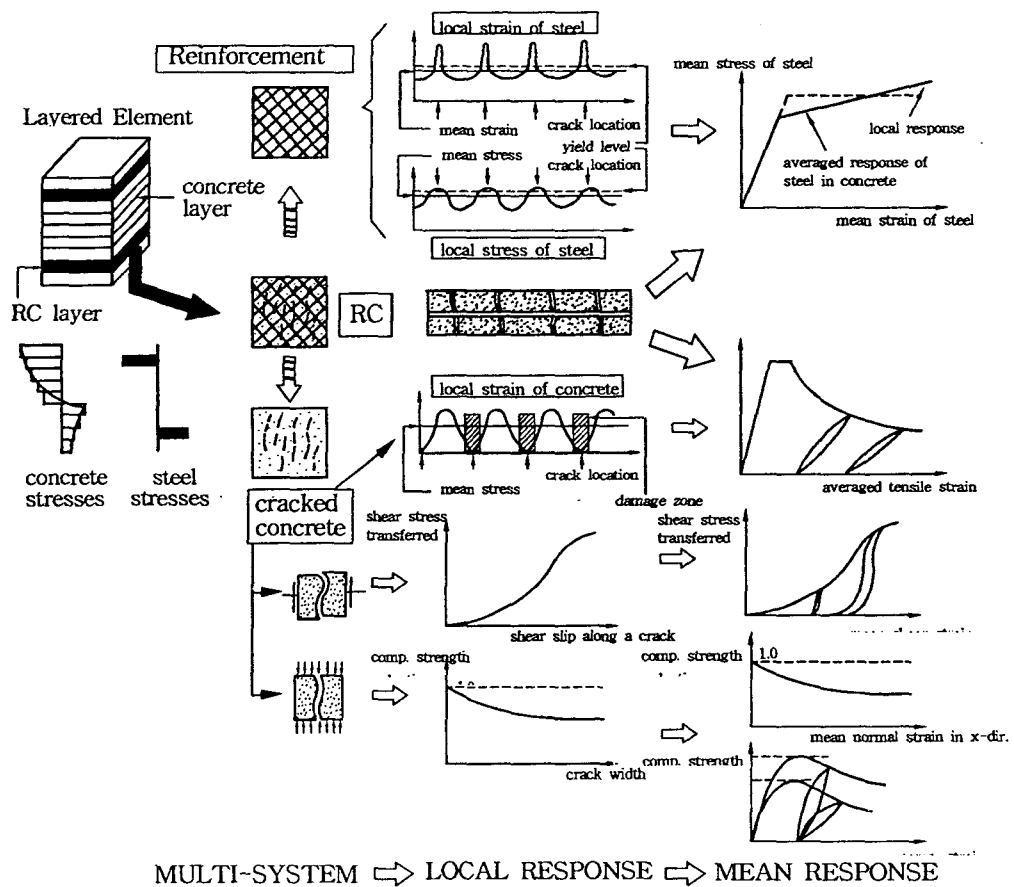


Fig. 1 In-plane constitutive modeling for reinforced concrete

본 논문의 다층셀 요소는 8절점 serendipity 형태의 degenerate isoparametric quadricratic 셀요소⁽²⁾이며 면외방향 전단변형을 고려한 Mindlin-plates 법칙을 고려한 셀요소에 철근콘크리트의 구성방정식 및 다방향 고정 분산균열모델을 적용하여 구성되었다⁽³⁾. 본 요소의 각 절점은 3개의 변위와 2개의 회전을 포함한 5개의 자유도와 요소 평면에 수직인 방향의 회전에 대한 drilling 자유

도⁽⁴⁾를 보유하고 있으며, 얇은 셀의 shear locking 현상을 해결하기 위해 요소두께 중앙면에서 3×3의 완전적분 대신 감차적분 방법을 적용하였다⁽⁵⁾. 다층공식은 셀을 두께 방향으로 여러 개 층으로 나누어 각 층을 무근콘크리트 층과 철근이 분포된 철근콘크리트 층으로 구분하고, 두께 중앙의 가우스점에서 층 적분을 수행함으로써 정식화된다.

3. 체적제어법

극한하중 이후의 평형방정식을 만족하면서 하중-변형 경로를 해석하기 위해서는 변위제어 비선형 해석을 해야한다. 하지만 일반적인 변위제어 방법은 지점의 변위를 조절하면서 해석하므로 단순보에 집중하중이 작용할 경우와 같이 전체 구조물의 거동을 지배하는 한 지점의 변위가 명확한 구조물에만 적용이 가능하다. 본 논문에서는 원통형 구조를 이산화하여 구성된 셀 유한요소가 보유하고 있는 체적을 제어하기 위하여 한 절점이 6개의 자유도를 가지는 8절점 다층셀 요소에 압력절점을 추가함으로써 요소당 총 49개의 자유도를 갖는 다층셀 요소를 재구성하였다. 압력절점은 요소의 균등한 압력증분을 1개의 자유도로 갖는 절점이며, 유한요소의 하중-변위 평형방정식에 체적과 압력의 관계를 추가하여 한계압력 이후에서도 체적변화에 따른 압력증분을 직접적으로 제어할 수 있는 절점이다⁽⁶⁻⁷⁾. 따라서 추가된 압력절점을 이용하여 체적과 압력의 관계를 유한요소법의 평형방정식을 통해 구현할 수 있으므로, 한 지점이 아닌 전체적인 변형이 구조물의 거동을 지배하는 원통형 구조물의 체적을 직접적으로 제어하여 작용하는 하중을 구함으로써 한계하중 이후의 거동을 해석할 수 있다.

여기서, 압력절점은 요소의 균등한 압력증분 Δp 를 1개의 자유도로 가지는 가상의 절점이며, 유한요소의 강성도 매트릭스와 하중벡터에 체적과 압력의 관계를 추가하여 체적변화에 따른 압력증분을 직접적으로 제어하기 위한 절점이다. 경계 b 로 둘러싸인 원통형구조에서 변위 증감에 따른 체적변화 ΔV 는 유한요소의 형상함수 N 를 이용하여 식 (1)과 같이 정의된다.

$$\Delta V = \left(\int_b n^T \cdot N db^e \right) \Delta U \quad (1)$$

여기서 n 은 요소 경계면에 수직방향 단위벡터이다. 한편, 외압이나 내압의 하중조건에서 요소 경계면에 작용하는 표면력의 증감은 식 (2)와 같이 경계면에 수직방향 압력의 증감으로 나타낼 수 있다.

$$\Delta t \simeq -\Delta p n \quad (2)$$

경계면에 작용하는 압력은 경계면으로 둘러싸인 체적안에서 변하게 되므로 가상변위의 법칙을

기초로 하는 유한요소법에서 표면력의 항은 식 (3)으로 표현된다.

$$\int_{b^e} N^T(t+\Delta t) db^e = (p + \Delta p) \int_{b^e} N^T n db^e \quad (3)$$

압력절점을 갖는 다층셀 요소는 식 (1)과 식 (3)의 체적과 압력의 관계를 유한요소의 평형방정식을 만족하면서 요소의 강성도 매트릭스와 하중벡터에 포함하여 정식화된다. 유한요소법에서 요소의 평형 방정식은 외부하중 벡터로 표면력만을 고려하여 식 (4)와 같이 간단히 나타낼 수 있다.

$$K_e \Delta U = - (p + \Delta p) \int_{b^e} N^T n db^e - F_e \quad (4)$$

체적 증분 ΔV 와 압력증분 Δp 를 평형방정식에 포함시켜 식 (5)와 같이 압력증분과 체적증분의 관계를 유한요소법의 강성도 매트릭스와 하중벡터에 포함하였다.

$$\begin{bmatrix} K_e & \int_{b^e} N^T n db^e \\ \int_{b^e} n^T N db^e & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U \\ \Delta p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p \int_{b^e} N^T n db^e - F_e \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (5)$$

재구성된 요소 강성도 매트릭스의 마지막 행과 열은 압력증분 Δp 자유도에 상응하며, 하중벡터는 추가적으로 체적증분 ΔV 를 포함한다. 따라서 유한요소법의 평형방정식을 만족하면서 체적 변화에 상응하는 압력증분량을 결정할 수 있다. 압력절점을 도입하여 개발된 체적제어 비선형 해석 방법은 압력절점을 갖는 요소의 평형상태인 식 (5)를 만족하는 체적증분 ΔV 에 대한 등가 압력증분 Δp 를 반복해석으로 구하는 방법이다. 즉, 해석시 체적-압력 관계항이 추가되어 전개된 식 (5)의 강성도 매트릭스를 이용하여 외적 체적 증분 $\Delta V^{out i}$ 에 대한 변위증분 Δu^i 와 압력증분 Δp^i 가 결정된다.

얻어진 변위증분 Δu^i 를 이용하여 내적체적 증분 $\Delta V^{in i}$ 이 계산되며, 내적체적 증분 $\Delta V^{in i}$ 과 외부 체적증분 $\Delta V^{out i}$ 이 해당단계 $t + \Delta t$ 에서 체적 평형상태를 만족하지 않는 경우, 잔차 체적증분 ΔV^{Ri} 이 발생하게 된다. 반복법에 의하여 잔차체적 ΔV^{Ri} 이 수렴하도록 반복계산을 수행하게 되며, 이러한 계산과정을 통하여 $t + \Delta t$ 단계에서 평형방정식을 만족하는 체적변화 ΔV 에 대한 등가 압력증분 Δp 를 구할 수 있다. 따라서 체적을 계속 감소시키거나 증가시켜서 압력증분 Δp 의 부호가 바뀌는 한계하중 또는 한계압력에서의 해를 구할 수 있다.

4. RC 원통형 구조의 파괴해석

본 체적제어 해석방법의 타당성을 검증하기 위하여 내압과 외압을 받는 철근콘크리트 원통형 구조물을 해석하였다. 먼저, 중앙에 초기변형을 주기 위한 일정 집중하중 P를 가한 후 내압에 따른 파괴거동을 해석하였다. 원통의 제원은 반지름 100 cm, 높이 200 cm, 두께 10 cm 이다. 원통형 용기의 단면을 축대칭성을 이용하여 1/4 모델링 하였으며, 매쉬 상단과 하단의 변위와 회전을 완전 구속하였다. 콘크리트의 압축강도는 370 kgf/cm², 인장강도는 37 kgf/cm², 포아송비는 0.18이며, 철근의 탄성계수는 2,100,000 kgf/cm², 항복응력은 3,800 kgf/cm², 포아송비는 0.3이다. 원주방향 철근비와 수직방향 철근비는 각각 0.78%이며, 그림 2에서 보듯이 철근은 다층셀 요소에 의해 4개의 RC 층으로 모델링되었다. 초기 하중단계는 용기 중앙부에 지름방향으로 집중하중 2,000 kg을 주었으며, 다음 단계부터 압력절점을 이용하여 전요소에 체적을 점진적으로 증가시켜서 해석을 수행하였다. Fig. 3은 철근콘크리트 원통형 용기의 체적제어 비선형 해석결과 내압과 정규화된 체적과의 관계를 도시한 것이다.

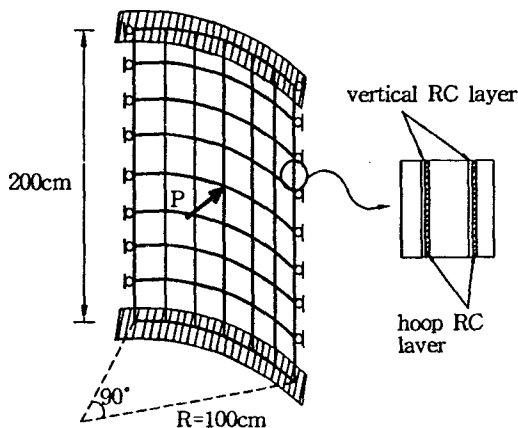


Fig. 2 RC cylindrical pipe under internal pressure

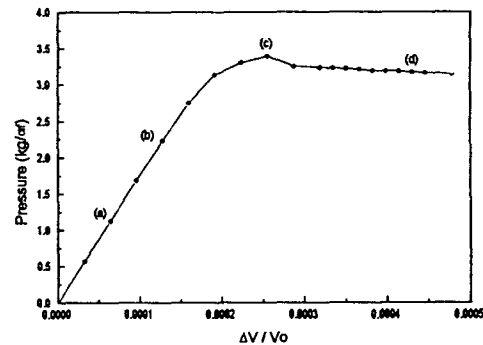
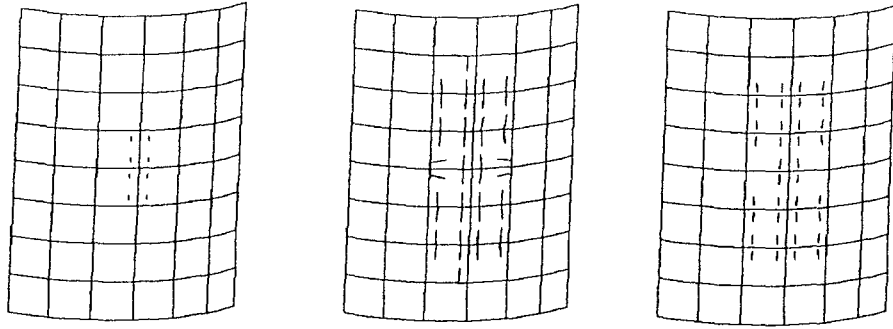


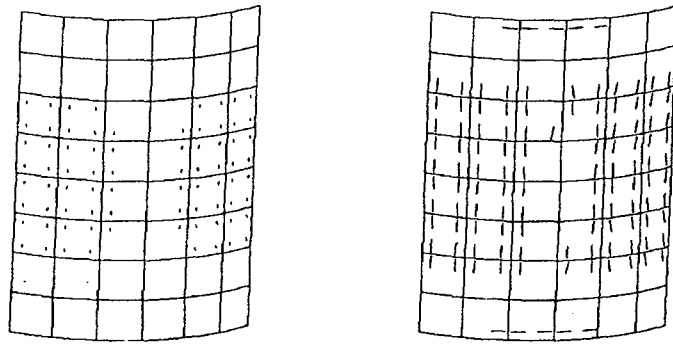
Fig. 3 Internal pressure versus volume

용기 중앙부의 집중하중에 의해 철근콘크리트 용기에 초기 변형이 발생하였으며, 내압이 증가함에 따라 초기 변형이 발생한 용기 중앙부를 중심으로 변형이 증가하고 균열이 진전함을 확인할 수 있었다. Fig. 4는 철근 콘크리트 용기의 바깥층의 균열을 (b), (c), (d)의 압력 단계에서 도시한 것으로 한계압력 3.39 kg/cm² (c) 이후에도 변위가 증가함에 따라 균열이 발생하였음을 알 수 있다. 이러한 한계압력 이후에 발생한 균열의 영향으로 변위는 증가하나 압력이 감소하는 구조물의 연화현상이 발생하였다. Fig. 5는 한계압력과 한계압력 이후의 철근콘크리트 용기 안쪽층에서의 균열도이다.



(a) pressure : 2.23 kg/cm² (b) pressure : 3.39 kg/cm² (c) pressure : 3.19 kg/cm²

Fig. 4 Crack status of RC vessel at outer layer



(a) pressure : 3.39 kg/cm² (b) pressure : 3.19 kg/cm²

Fig. 5 Crack status of RC vessel at inner layer

다음으로, 내압을 받는 철근콘크리트 원통형 구조물과 동일한 물성치를 갖는 RC 원통형관이 상부에 외압을 받는 경우의 해석예로서 반지름 50 cm, 두께 10 cm 인 철근콘크리트 원통형관의 단면을 1/2 모델링하여 해석하였다. 철근은 두께 중앙에서 길이방향으로 배근되었고 다층셀 요소에 RC층으로 모델링되었다. 철근비는 0.78% 이다. 하중단계는 초기에 초기변형을 유도하기 위해 먼저 집중하중 2,000 kg/cm² 을 주었으며 다음 단계부터 Fig. 6의 음영부분과 같이 단면 상부 요소에 압력절점을 이용하여 체적을 점진적으로 감소시켜서 외압에 따른 파괴해석을 수행하였다. Fig. 7은 철근콘크리트 원통형관의 해석결과 정규화된 체적과 외압의 관계를 도시한 것이다.

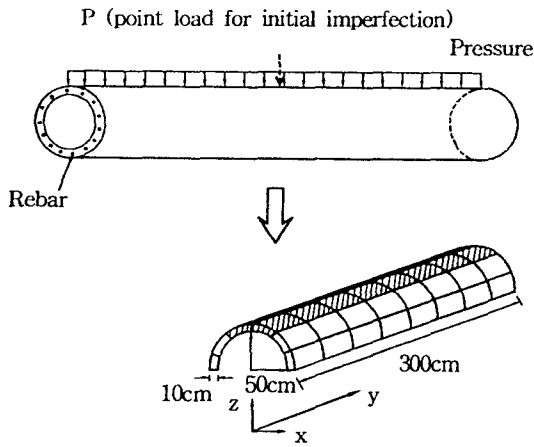


Fig. 6. RC cylindrical pipe under external pressure

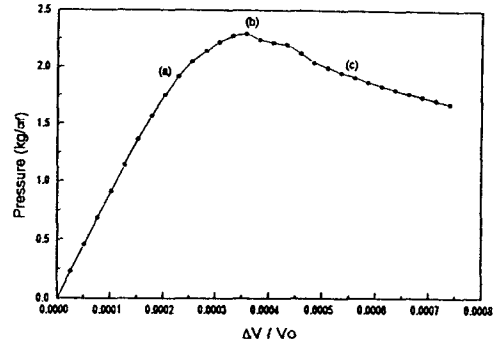


Fig. 7 External pressure versus volume

Fig. 8의 (a)는 집중하중에 의한 초기변형을 2,000배 확대하여 도시한 것이며, (b)과 (c)는 각각 한계압력과 이후의 변형을 실제 변형에 300배하여 도시한 것으로 한계압력(b) 이후에도 변형이 증가하였고 외압이 증가할수록 집중하중에 의하여 초기변형이 발생한 중앙부에 변형이 집중하였음을 알 수 있다. Fig. 9는 외압이 1.57 kgf/cm², 1.92 kgf/cm², 2.05 kgf/cm² 일 경우의 단면 안쪽층과 바깥층에서 발생한 균열을 나타낸 것으로 상부면의 균열은 안쪽층에서 발생한 균열이고, 측면의 균열은 바깥층에서 발생한 균열이다.

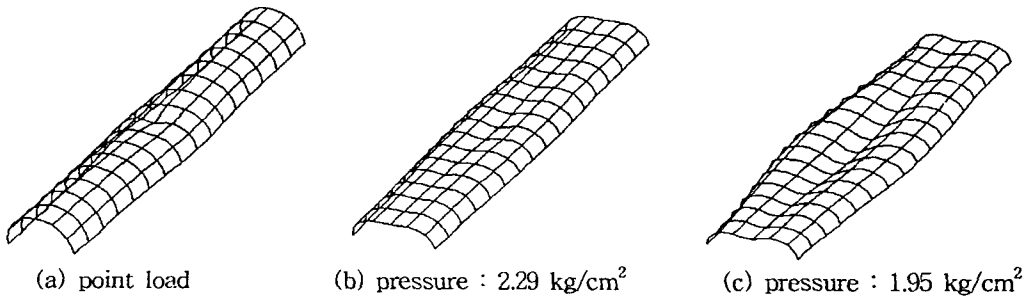


Fig. 8 Deformation of RC pipe at each step

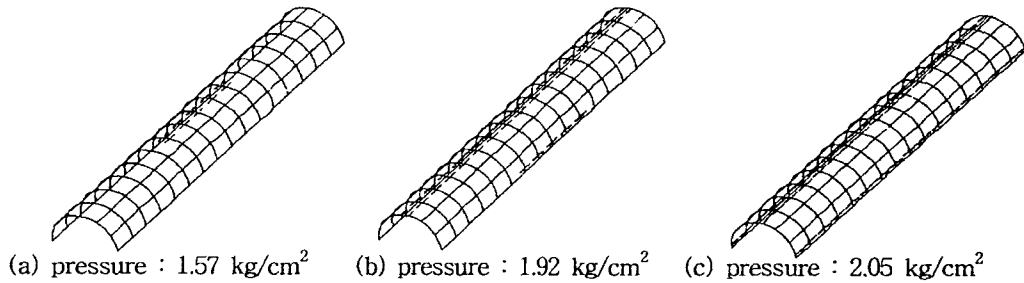


Fig. 9 Crack status of RC pipe at each step

5. 결 론

본 논문에서는 철근콘크리트의 평면 구성 방정식과 다층정식화를 적용한 쉘 요소에 압력절점을 추가하고 해석시 체적을 제어함으로써 철근콘크리트 원통형 구조에 대해 파괴까지의 극한내압 능력을 해석할 수 있는 체적제어 비선형 해석기법을 제안하였다. 개발된 해석기법을 이용하여 내압과 외압을 받는 철근콘크리트 원통형 구조물의 한계압력과 한계압력 이후의 균열을 포함한 파괴 거동을 해석하여 해석기법의 적용성을 검증하였다.

참 고 문 헌

1. Okamura, H. and Maekawa, K., *Nonlinear Analysis and Constitutive Models of Reinforced Concrete*, Dept. of Civil Engineering, Univ. of Tokyo, 1991.
2. Irawan, P., "Development of Reinforced Concrete Shell Element", *Three-Dimensional Analysis of Reinforced Concrete Structure*, Ph. D. Thesis, Dept. of Civil Engineering, Univ. of Tokyo, 1995.
3. Ahmad, S., Irons, B. M. and Zienkiewicz, O. C. "Analysis of Thick and Thin Shell Structure by Curved Finite Element", *Int. J. of Numerical Methods in Engineering*, Vol. 2, 1970, pp. 419~451.
4. Zienkiewicz, O. C. and Taylor, R. L., *The Finite Element Method*, Vol. 1, 2., 4th ed., MacGraw Hill Book Co., 1991.
5. Zienkiewicz, O. C. and Talyor, R. L., and Too, J. M., "Reduced Integration Technique in General Analysis of Plates and Shells", *Int. J. of Numerical Engineering*, Vol. 3(2), 1971, pp. 275~290.
6. Song, H. W. and Tassoulas, J. L., "Finite Element Analysis of Propagating Buckles", *Int. J. of Numerical Methods in Engineering*, Vol. 36, 1993, pp. 3529~3552.
7. Song, H. W. and Tassoulas, J. L., "Large Deformation Buckle Analysis of an Inelastic Ring under External Pressure", *Computers and Structures*, Vol. 31(2), 1994, pp. 225~233.