

면진 고무베어링의 좌굴거동 Buckling Behavior of Seismic Isolation Bearings

이 종 세*
Lee, Jong-Seh

오 종 원**
Oh, Jong-Won

ABSTRACT

Laminated rubber bearings are widely used as a key component in seismic isolation of structural systems subjected to earthquake loadings. The combination of rubber layers and reinforcing steel shims makes the bearings conditionally unstable similar to buckling of ordinary columns. The shear flexibility of these short columns can lead to relatively low buckling loads which may be further reduced when high shear strains are simultaneously imposed. As an analytical approach, the area reduction formula has been proposed to account for the reduction in buckling load due to shear, but the degree of conservatism is unknown. In order to complement analytical approaches, a non-linear finite element analysis can be used. In this paper, a numerical study which aims at determining the effect of high shear strain on the critical load of elastomeric bearings is presented. From the load-displacement curve at each specified shear displacement, the buckling load can be obtained using the Southwell procedures. The results obtained are then compared against the theoretical predictions in order to examine the validity and the conservatism of the theoretical formulas.

1. 서 론

최근 한반도의 지진 발생 빈도의 증가로 교량을 비롯한 주요 사회 기반 시설물의 내진 설계에 요구가 증대함에 따라 구조물의 면진 기법에 대한 관심이 증가되고 있다. 면진 장치로서는 비교적 내구성과 경제성 측면에서 우수한 고무 베어링이 많이 사용되고 있다. 면진 고무베어링은 재료의 거대 탄성 변형을 이용하여 구조물의 고유주기를 길어지게 함으로써 하부구조에 가해진 지진력이 상부에 미치는 영향을 최소한도로 줄일 수 있는 장치이다. 적층고무베어링의 경우 고무층과 강판을 적층함으로써 축방향으로는 충분한 강성을 확보하는 동시에 횡방향으로는 상당한 유연성을 얻는다. 따라서 면진 고무베어링은 이러한 시스템을 이용하여 허용 변위의 증가와 응답가속도의 감소를 유발시켜 지진력의 크기를 줄이는 역할을 한다.⁽¹⁾ 그러나 전단 변형에 따른 유연성으로 말미암아 비교적 작은 하중이 재하 되어도 좌굴이 일어날 수 있으며 전단 변형이 동시에 일어날 경우에는 좌굴 하중은 엄청나게 작아질 수 있다. 그러므로 본 연구에서는 면진 고무 베어링의 적용시 일어날 수 있는 좌굴 거동에 초점을 맞추었다.

* 한양대학교 토목·환경공학과 부교수, 정회원

** (주)동양고속 건설

Haringx(1949)는 고무봉-강철 스프링의 복합적 기계적 특성에 관한 이론 및 실험 연구를 발표하였고 Gent(1970) 등은 위의 연구를 토대로 적층 고무베어링의 좌굴 해석에 관한 연구를 수행하였다. Koh와 Kelly(1989)는 Gent의 이론을 바탕으로 고무의 비압축성 특성을 고려하여 단면 형상에 따른 고무 베어링의 좌굴 이론을 제시하였고 Buckle & Liu (1992)은 유한요소 해석기법을 도입하여 다양한 수치 해석을 수행하였다. 한편 Kelly(1991), Imbimbo & Kelly(1998)는 다양한 단면 형상에 따른 고무의 좌굴하중식을 제안함에 있어 압축 및 휨에 의해 유발되는 미소의 부피변화를 고려하였으며 나아가 전단 변형에 따른 재료의 비선형성을 고려한 좌굴 이론식을 제시한 바가 있다. 국내에서는 구경희등(1997)이 적층고무베어링의 전단강성도에 대한 연구를 수행한 바 있다. 본 연구에서는 면진 고무 베어링의 재료적·기하학적 비선형성을 고려한 유한요소해석을 수행하고, 해석 결과에 Southwell Plot 기법을 적용하여 좌굴하중을 산정하였으며 이를 이론해와 비교함으로써 이론해를 검증하고자 하였다.

2. 면진 고무 베어링의 좌굴

면진 고무베어링의 안정성은 지지력에 따른 수평 변위가 증가함에 따라 달라진다. 변위의 증가는 유효 단면의 감소로 인한 전단 강성의 감소를 야기함에 따라 축하중에 의한 좌굴을 유발시킨다. 이때 전단 강성은 일정한 수평 하중 하에서 산정할 수 있으며 이는 고무층의 두께 및 단면의 면적에 따라 좌우된다. 여기에서 소개하는 고무 베어링의 좌굴이론은 Gent의 이론에 근거한다.(Kelly, 1997) 그림 1.은 변형 상태에 있는 고무베어링의 내부력과 외력을 나타내며, 그림 2.는 좌굴 하중을 산정하기 위해 양단 고정 기둥으로 고무베어링을 나타내고 있다.

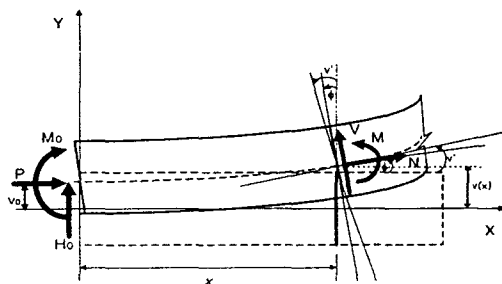


그림 1. 중립축의 전단변형을 고려한 고무의 역학적 거동

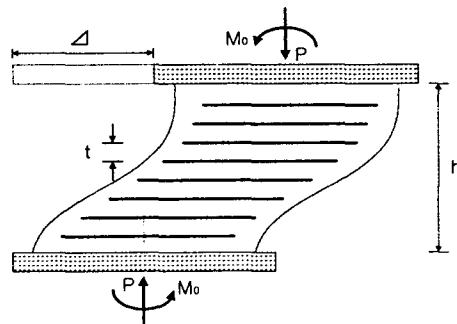


그림 2. 연직하중 P에 따른 경계조건

그림에서 보는 바와 같이 변형 상태에서의 휨 모멘트와 전단력의 평형식은 식(1)로 나타낼 수 있다.

$$M + P(v - v_0) - M_0 - H_0 x = 0 \quad (1)$$

$$V + H_0 - P\phi = 0$$

여기서 v 는 베어링의 수직 변위를, ϕ 는 중립축에 수직인 면의 회전을 나타내며, P , H_0 , M_0 는 각각 축력, 횡방향 반력, 휨모멘트를 나타낸다. 구성방정식과 운동학적 관계식을 식(1)에 대입하여 풀고 그림 2의 단부 경계조건을 대입하면 v 와 ϕ 에 대한 일반 해를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$v(x) = \frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi x}{h} \right) v(h) \quad (2-1)$$

$$\phi(x) = \frac{1}{2} \frac{\alpha (GA)_{eff}}{(GA)_{eff} + P} \left(\sin \frac{\pi x}{h} \right) v(h) \quad (2-2)$$

여기서 $\alpha^2 = \frac{P((GA)_{eff} + P)}{(EI)_{eff} \cdot (GA)_{eff}} = \frac{\pi^2}{h^2}$

식(2)로부터 다음과 같이 좌굴하중(P_{cr})을 결정할 수 있다.

$$P_{cr} = \frac{(GA)_{eff}}{2} \left[\left(1 + \frac{4P_E}{(GA)_{eff}} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right] \quad (3)$$

여기서 $P_E = \frac{\pi^2 (EI)_{eff}}{h^2} = \text{Euler 좌굴하중}$

$$(EI)_{eff} = \frac{4S^2}{15} EI \left(\frac{h}{t} \right) = \text{유효 휨강성}$$

$$(GA)_{eff} = GA \left(\frac{h}{t} \right) = \text{유효 전단강성}$$

위의 식에서 EI, GA는 각각 고무의 휨강성과 전단강성을 $S = b/t$ 는 형상비(Shape Factor)를 b와 h는 각각 베어링의 1/2 폭과 높이를, t은 단일 고무층의 높이를 나타낸다. 그러나 식(3)에서는 수평 전단 변위에 따른 좌굴 하중의 변화를 고려하지 않았다. 그림 3. 에서와 같이 초기 전단력(Q)에 의해 수평 전단 변위가 커지면 유효 단면의 감소로 인해 좌굴 하중은 감소하므로 수평 전단 변위가 있을 때의 유효 좌굴 하중은 아래의 식(4)로 구할 수 있다.

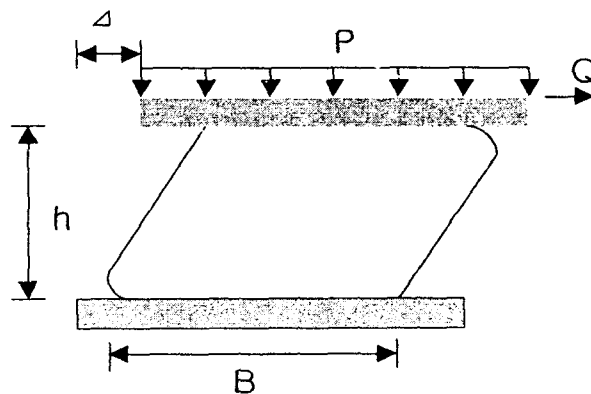


그림 3 전단 변위에 따른 유효 좌굴하중

$$P_{\sigma'} = P_{\sigma} \left(1 - \frac{\Delta}{B}\right) \quad (4)$$

여기서 $P_{\sigma'}$ = 유효단면의 감소에 따른 유효 좌굴 하중
 Δ = 수평 전단력에 따른 변위
 B = 베어링의 폭

위 식에서 보는 바와 같이 전단변위 Δ 가 B 에 가까워질 때 유효단면은 영에 가까워지고 따라서 유효 좌굴 하중도 소멸하게 됨을 알 수 있다.⁽⁷⁾⁽⁸⁾⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾

3. 고무 베어링의 수치해석

고무 재료는 하중증가에 따라 비선형 탄성거동을 하며 비압축성을 지닌다. 고무같이 거대변형(Finite Deformation)을 일으키는 재료의 비선형 거동을 모델링하는 구성 방정식은 여러 가지가 있으나 그 중에서 유한 요소 해석에 많이 적용되는 모델로는 Mooney-Rivlin 모델과 Neo-Hookean 모델 등을 들 수 있으며 여기서는 Mooney-Rivlin 모델을 적용하였다. 이 모델의 재료 구성 방정식은 식(5)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi = C_1(\bar{I}_1 - 3) + C_2(\bar{I}_2 - 3) + \frac{1}{2} K(J - 1) \quad (5)$$

여기서 ϕ 는 변형에너지를, C_1, C_2 는 Mooney-Rivlin 상수를, K, J 는 각각 체적 탄성 계수와 체적비틀, 그리고 \bar{I}_1, \bar{I}_2 는 수정 변형을 불변량을 나타낸다.

고무의 거대변형을 고려하기 위해 본 논문의 유한 요소 해석에서는 요소에 고정되어 회전하는 좌표계에서 회전과 신장을 각각 분리해서 고려하는 Co-rotational Formulation을 적용시켰다. 이 방법은 Total Lagrangian, Updated Lagrangian 등의 기하학적 비선형 해석기법에 비해 과도한 회전조건을 고려하기가 용이하고 하중 증분의 크기에도 민감하지 않으므로 고무와 같이 거대 변형을 보이는 재료에 적합하다.⁽¹¹⁾

수치 해석에 사용된 고무 베어링은 4절점 등매개 변수요소를 사용한 2차원 평면 변형 모델 적용하였다. 본 연구의 수치 해석에 사용된 적층 고무베어링은 12 × 10 cm 로 동일하나 내부에 삽입된 강철심의 수와 고무층의 두께에 따라 형상비가 달라진다. 표1은 수치해석에 적용된 세가지 모델을 나타내고 있다. 비선형 해석은 Newton-Raphson법을 적용하였다. 베어링 상부에 등분포 수평 하중을 가하여 초기 전단 변형을 유발시킨 후 연직 하중의 증가에 따른 추가 수평 변위를 산출하였다. 초기 하중을 140N으로 정하고 극한 상태까지 하중을 증분시켰다.

표 1. 적층 고무베어링의 수치해석 모델 제원

단위: cm

모델명	베어링 폭	베어링 높이	고무층 수	고무층 두께	형상계수
LRB_1	12	10	3	1.6	3.75
LRB_2	12	10	4	1.15	5.22
LRB_3	12	10	5	0.9	6.67

수치해석에 쓰인 고무 및 강재의 재료상수는 표2와 같다.

표 2. 재료상수

재료 상수	고무	강재
탄성계수 (N/m^2)	1.4×10^9	2.1×10^{11}
포와송비	0.5	0.3
고무상수 C_1 (N/m^2)	2.9×10^5	-
고무상수 C_2 (N/m^2)	1.8×10^5	-
항복응력 (N/m^2)	-	3×10^8
변형률경화상수 (N/m^2)	-	2.1×10^9

LRB_2 모델은 고무는 576개 요소를, 상·하부 강체는 각각 56개의 요소를, 삽입된 강판은 각각 120개의 요소를 사용하였고 내부의 강철심은 72개의 요소를 사용하였다. 그림 3. 은 LRB_2 모델의 단면 제원을, 그림 4. 는 유한요소 모델을 나타내고 있다.

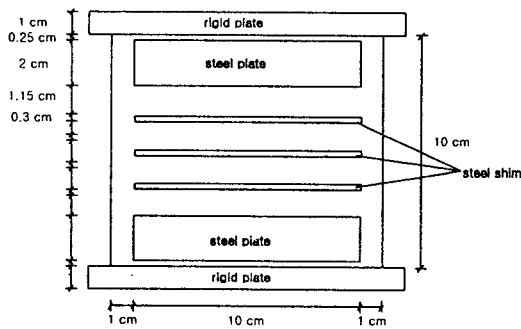


그림 3. 해석 모델 (LRB_2)

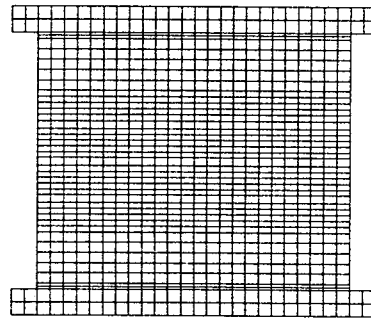


그림 4. FEA 모델 (LRB_2)

그림 5. 는 전단력에 따른 변형을 보여주고 있으며, 그림 6. 는 전단 변형후 축하중에 따른 변형을 보여주고 있다. 특히 그림6 의 경우 내부 강철심 요소의 변형은 거의 일어나지 않음을 볼 수 있다.

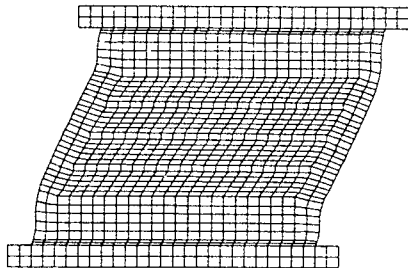


그림 5. 전단력 작용 (LRB_2)

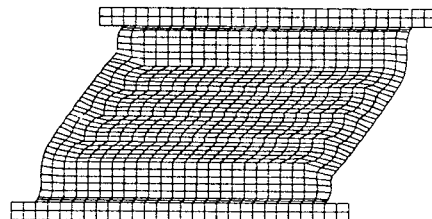


그림 6. 전단력+축하중 작용 (LRB_2)

그림 7. 은 각각의 초기 전단 변위에 대해 축하중 P를 증가시키는데 따른 수평변위의 변화를 나타낸 것이다. 각각의 초기 전단 변위에 대한 축하중-수평변위 선도로부터 Southwell Plot 기법을 적용하여 좌굴 하중을 산정할 수 있다.

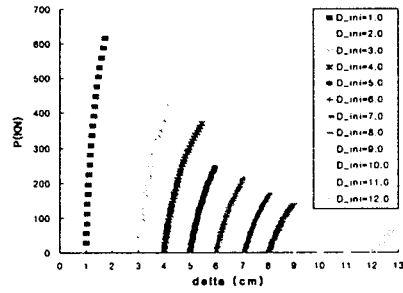


그림 7. 축하중-수평 변위 선도 (LRB_2)

그림 8. 은 수평 전단 변위가 3 cm 일 때 Southwell Plot 기법을 이용한 좌굴하중 산정 예를 보여주고 있다. 이 경우 그림에서 보는 바와 같이 좌굴 하중이 730 KN임을 볼 수 있다.

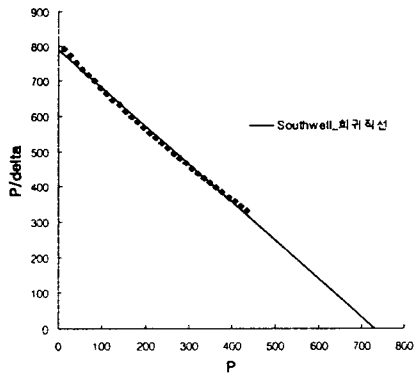


그림 8. 좌굴하중 산정 예 ($\Delta=3\text{cm}$, LRB_2)

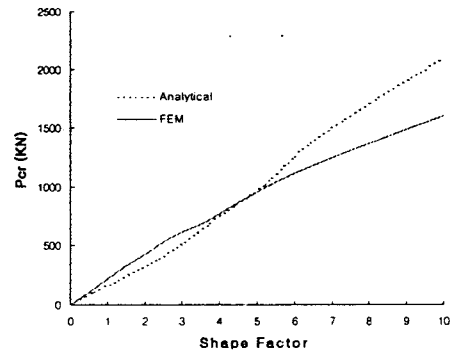


그림 9. 형상비에 따른 좌굴 하중 (LRB)

그림 9. 는 단면 형상비에 따른 좌굴하중을 이론치와 비교한 것을 보여준다. 그림에서 보는 바와 같이 형상비가 5보다 작을 때는 이론치보다 다소 과다하게 산정되었지만 형상비가 5보다 크면 좌굴 하중이 이론치 보다 작게 산정됨을 알 수 있다.

그림 10. 은 적층 고무베어링의 유효 좌굴하중비를 전단 변형에 따라 표시한 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 수평 전단변위가 40% 이상이 될 때 좌굴하중은 이론식에 의한 좌굴하중보다 커지는 경향을 보이고 있다. 이론식에 의하면 초기전단변형이 베어링의 폭과 같을 때 좌굴하중이 0으로 소멸하나 수치해석에 의하면 전단변형이 없을때의 좌굴하중의 약 30%정도의 좌굴하중을 갖음을 볼 수 있다.

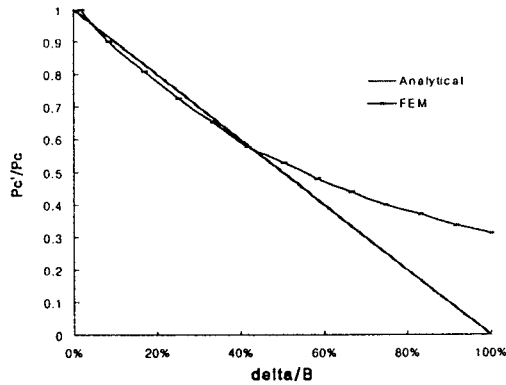


그림 10. 유효 좌굴하중비 (LRB_2)

4. 결 론

본 연구에서는 면진 고무베어링의 재료적, 기하학적 비선형성을 고려한 유한요소 해석과 Southwell Plot 기법을 이용하여 주어진 수평 전단 변위하에서의 좌굴 하중을 산정하였으며 전단 변형에 따른 유효 좌굴하중비와 형상비에 따른 좌굴 하중의 변화를 이론해과 비교해 보았다.

본 연구를 통해 잠정적으로 얻은 결론은 다음과 같다.

- (1) 형상비가 작을 경우는 이론식에 의한 좌굴하중이 수치해석의 결과와 비교적 잘 일치하나 형상비가 일정 값 이상이 되면 휨강성이 과다하게 산정되어 이론에 의한 좌굴하중이 수치해석값에 비해 커짐을 알 수 있다. 따라서 좌굴하중을 산정하는 이론식이 다소 보수적임을 알 수 있다.
- (2) 베어링 폭의 감소에 따른 유효 좌굴하중비가 수평 전단변위가 베어링 폭의 일정 값 이상이 되면 이론식에서 제안한 유효좌굴하중비보다 커짐을 알 수 있었다. 따라서 일반적으로 사용되는 단순 단면감소 공식도 역시 보수적임을 알 수 있다.

감사의 글

본 연구는 지진공학연구센터의 연구비 지원아래 이루어졌음을 밝히며 이 지원에 깊이 감사 드립니다.

참고문헌

1. Priestley, M. J. N., and Seible, F.(1996), "*Seismic Design and Retrofit of Bridge.*", John Willy & Sons, Inc., New York.
2. 구경희, 이재한, 유 봉(1997), "면진용 적층 고무베어링의 기계적 역학 특성", 한국 지진공학회 논문집, 제 1권, 제 2호, pp79-89
3. Haringx, J. A.(1949), "On Highly Compressible Helical Springs and Rubber Rods, And Their Application For Vibration-Free Mountings II.", *Philips Res. Report 4*, pp.49-80.
4. Gent, A. N., and Lindley, P. B.(1959), "The Compression of Bonded Rubber Blocks.", *Proc. Instr. Mech. Engrs*, Vol. 173, No 3., pp111-117.
5. Gent, A. N.(1964), Elastic Stability of Rubber Compression Springs.", *Journal of Mechanical Engineering Sciences*, Vol.6, No. 4, pp318-326.
6. Gent, A. N., and Meinecke, E. A.(1970), "Compression, Bending, and Shear of Bonded Rubber Blocks", *Polymer Engineering and Science*, Vol. 10, No. 1, pp48-53.
7. Koh, C. G., and Kelly, J. M.(1989), "*Applicability of the Southwell Plot to Shear Deformable Columns,*" *Journal of Testing and Evaluation*, Vol. 17, No. 5, pp.287~291.
8. Buckle, I. G., and Liu, He.(1992), "Finite Element Analysis of Elastomeric Isolation Bearings for different Connection Details.", *Proceedings from the First U.S.-Japan Workshop on Earthquake Protective Systems for Bridges*, Technical Report NCEER-92-0004, pp151-167
9. Kelly, J. M.(1997), "*Earthquake-Resistant Design with Rubber.*", 2nd Ed., Springer-Verlag, London, England.
10. Imbimbo, M., and Kelly, J. M.(1998), "Influence of Material Stiffening on Stability of Elastomeric Bearings at Large Displacements.", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 124, No. 9, pp1045-1049.
11. FEA Ltd.(1997), "*LUSAS Element Library, User's Guide, Theory Manual,*" Ver. 12, London, England.