

# 카오틱 신경망을 이용한 다입력 다출력 시스템의 단일 예측

장 창 화, 김 상 희  
금오공과대학교 전자공학부

## The Single Step Prediction of Multi-Input Multi-Output System using Chaotic Neural Networks

Chang-Wha Jang, Sang-Hee Kim  
School of Eelectronics Engineering, Kumoh Nat. Univ. of Tech. Korea  
cwjang@knut.kumoh.ac.kr

**Abstract** - In this paper, we investigated the single step prediction for output responses of chaotic system with multi Input multi output using chaotic neural networks. Since the systems with chaotic characteristics are coupled between internal parameters, the chaotic neural networks is very suitable for output response prediction of chaotic system. To evaluate the performance of the proposed neural network predictor, we adopt for Lorenz attractor with chaotic responses and compare the results with recurrent neural networks. The results demonstrated superior performance on convergence and computation time than the predictor using recurrent neural networks. And we could also see good predictive capability of chaotic neural network predictor.

### 1. 서론

미지의 시스템의 출력 예측은 시스템에 대한 정보뿐만 아니라 시스템의 예측 제어등을 위한 중요한 정보를 제공한다. 최근에 비 선형 시스템의 제어뿐만 아니라 패턴 인식(pattern recognition), 다이내믹 신호의 예측(signal prediction)에까지 여러 분야에서 적용되고 있는 인공 신경망(artificial neural networks)은 내부에 비 선형적인 처리 능력을 갖춘 유닛으로 구성되어 학습에 의해 주위환경에 적용할 수 있으므로 비선형 다이내믹 응답을 가지는 시스템의 예측에 적합한 모델이라 할 수 있다.[1-5] 이러한 사실은 신경망의 학습 능력과 일반성에 의해 해석하고자 하는 대상의 수학적 해석 없이 시스템에 바로 적용할 수 있고 외란(noise)에 강인하다는 장점에 기인한다. 최근 기존

의 순방향 다층 신경망(feed forward multi-layer neural networks : FMNNs)을 시스템 출력 신호의 동적 변화에 대한 적응성을 극대화하기 위하여 신경망의 출력을 개환하는 구조를 가지도록 한 리커런트 신경망(recurrent neural networks : RNNs)을 이용한 비 선형 시스템의 복잡한 신호의 예측에 적용한 연구가 진행되고 있다.[4] 최 등[5]은 시간 지연 신경망과 리커런트 신경망을 비 정적 신호의 예측에 적용하고 비교하였다. 그러나 리커런트 신경망은 다입력 다출력 신호 사이의 상관관계가 크고 출력의 특성이 다음 출력에 직접적으로 영향을 주는 카오틱 시스템 등의 출력 신호 예측기로 사용하기에는 구조적인 한계를 가지므로 단일 입력 단일 출력(single input single output : SISO) 시스템 출력의 예측에만 제한적으로 사용되었다. 최근, 실제 플랜트뿐만 아니라 실제 생리적 신경세포에서 나타나는 카오틱 특성을 가지는 카오틱 신경망(chaotic neural networks : CNNs)의 연구가 활발히 진행되고 있다.[6-7] 카오틱 신경망은 기존의 신경망 구조에 추가적으로 신경망 내부의 뉴런들 사이의 상호 결합 경로를 추가하여 출력 파라미터들 사이의 상관관계를 충분히 고려할 수 있으므로 카오틱 특성을 가지는 시스템에 적용하기에 적절하다. 본 논문에서는 Aihara[6]의 카오틱 신경망을 카오틱 응답을 가지는 다입력 다출력(multi input multi output : MIMO) 시스템의 응답 예측에 적합하게 수정하고 모의 실험하여 그 결과를 고찰하였다. 제안된 카오틱 신경망 예측기의 성능을 평가하기 위하여 카오틱 응답 특성을 가지는 로렌츠 어트랙터(lorenz attractor)에 대하여 모의 실험하고 이 결과를 기존의 리커런트 신경망 예측기와 비교하였다. 사용된 카오틱 신경망 예측기는 기존의 오차 역전파 알고리즘에 의해 뉴런사이의 결합계수를 갱신하였다. 모의 실험 결과에 따르면 카오틱 신경망을 이용한 예측기가 월등한 예측력을 가짐을 확인하였다.

## 2. 카오틱 신경망

그림 1에서 임의의 뉴런  $i$ 에 대한 다입력 다출력 카오틱 신경망의 다이내믹은 다음과 같다.

$$x_i(t+1) = f \left[ \sum_{j=1}^M V_{ij} \sum_{r=0}^{N-1} k_{ij}^r I_j(t-r) + \sum_{j=1}^M W_{ij} \sum_{r=0}^{N-1} k_{ij}^r h_j(x_j(t-r)) - a \sum_{r=0}^{N-1} k_{ij}^r g_i(x_i(t-r)) - \theta_i \right] \quad (1)$$

여기서  $V_{ij}$ 는 하위층의  $j$ 번째 뉴런과 상위층의  $i$ 번째 뉴런과의 결합계수이고,  $W_{ij}$ 는 같은 층내의  $j$ 번째 뉴런에서  $i$ 번째 뉴런으로의 결합계수를 의미한다.  $h_j(x_j(t-r))$ ,  $I_j(t-r)$ , 그리고  $g_i(x_i(t-r))$ 는 시간  $t-r$ 에서 같은 층내의  $j$ 번째 뉴런에서  $i$ 번째 뉴런으로의 전송 활성화전위에 대한 축삭의 전달함수, 하위층의  $j$ 번째 뉴런에서 상위층의  $i$ 번째 뉴런으로의 입력 세기에 대한 함수, 그리고  $i$ 번째 뉴런 자신의 불응함수를 나타낸다.  $N$ 과  $M$ 은 하위층으로부터 인가되는 뉴런의 수와 신경망 내의 뉴런 수를 나타낸다.  $k_{ij}^r$ ,  $k_{ij}^r$ , 그리고  $k_{ij}^r$ 은 0 과 1사이의 값을 가지며 각각 외부 입력항, 다른 뉴런으로부터의 궤환 입력항, 그리고 뉴런 자신에 대한 시간 감쇠상수이며,  $\theta_i$ 는  $i$ 번째 뉴런의 문턱 치(threshold)이다.

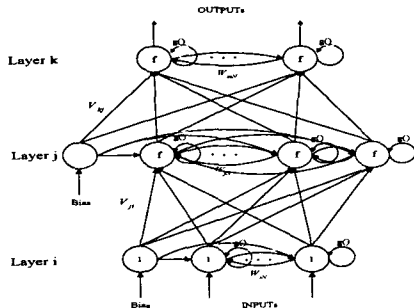


그림 1. 제안된 카오틱 신경망 구조  
Fig. 1 Proposed chaotic neural networks

카오틱 신경망의 결합계수에 대한 학습법칙은 오차 역전파 알고리즘을 이용하였다. 층간 및 층내 결합계수의 학습에 사용되는  $k$ 번째 유닛의 비응함수는 시간  $t$ 에서의 원하는 출력  $y_k(t)$ 과 신경망의 실제 출력  $\hat{y}_k(t)$ 의 차이에 대한 제곱으로 다음과 같이 표현된다.

$$J_k(t) = \frac{1}{2} [y_k(t) - \hat{y}_k(t)]^2 \quad (2)$$

층간의 결합계수는 최종 출력 오차가 최소화되도록 갱신되며 오차함수를 각 층의 결합계수에 대하여 편미분함으로써 구할 수 있다. 출력층과 은닉층 사이의 결합계수의 변화율은 다음과 같이 계산된다.

$$\frac{\partial J_k(t)}{\partial w_{kj}(t)} = \frac{\partial J_k(t)}{\partial y_k(t)} \cdot \frac{\partial y_k(t)}{\partial s_k(t)} \cdot \frac{\partial s_k(t)}{\partial w_{kj}(t)} = -e_k(t) \cdot \hat{y}_k(t) \cdot (1 - \hat{y}_k(t)) \cdot \hat{y}_j(t) \quad (3)$$

여기서  $e_k(t)$ 는 출력층의  $k$ 번째 유닛에서 원하는 출력  $y_k(t)$ 와 신경망의 실제 출력  $\hat{y}_k(t)$ 과의 차이이며  $s_k(t)$ 는 뉴넷  $k$ 에서의 내부 상태값이다.  $\hat{y}_j(t)$ 는 은닉층의 뉴넷  $j$ 의 출력을 의미한다. 은닉층의  $j$ 번째 뉴런과 입력층의  $i$ 번째 뉴런 사이의 결합계수의 변화율은 동일한 방식으로 계산된다. 신경망의 은닉층과 출력층간의 결합계수와 입력층과 은닉층간의 결합계수는 다음식에 의해 갱신된다.

$$w(t+1) = w(t) - \eta \frac{\partial J_k(t)}{\partial w(t)} + \alpha \Delta w(t-1) \quad (4)$$

$$v(t+1) = v(t) - \eta \frac{\partial J_k(t)}{\partial v(t)} + \alpha \Delta v(t-1) \quad (5)$$

식(4)과 식(5)에서  $\eta$ 는 학습률을 의미하며  $\alpha$ 를 포함하는 항은 모멘텀항으로서 학습속도를 향상을 위해 추가되었다.

## 3. 실험 결과 및 고찰

카오틱 신경망을 이용한 예측기의 구조는 그림 2로서 일반적인 예측기의 구조를 선택하였다.

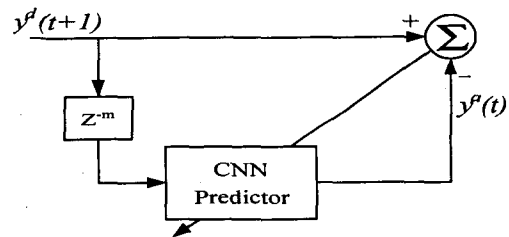


그림 2. 신경망 예측기의 구조  
Fig. 2. Structure of neural networks predictor

그림에서  $y^d(t+1)$ 는 다입력 다출력 시스템의 다음 출력을 의미하며 실제 예측기가 예측해야 할 값이다. 또한  $m$ 은 입력값의 시간 지연자로서 지연되는 정도에 따라 유동적으로 사용할 수 있다.

카오틱 신경망 예측기의 성능을 평가하기 위하여 다음 식으로 표현되는 로렌츠 어트랙터의 출력을 예측하였다.

$$\frac{\partial x(t+1)}{\partial t} = \sigma \cdot (y(t) - x(t)) \quad (6)$$

$$\frac{\partial y(t+1)}{\partial t} = r \cdot x(t) - y(t) - x(t) \cdot z(t) \quad (7)$$

$$\frac{\partial z(t+1)}{\partial t} = x(t) \cdot y(t) - b \cdot z(t) \quad (8)$$

여기서  $(x(0), y(0), z(0)) = (5.0, 5.0, 5.0)$ 을 초기조건으로 설정하고  $\sigma = 10$ ,  $r = 28$ ,  $b = 8/3$ 을 사용하였다. 식 (6)~(8)에 의해 생성된 1000개의 샘플 중 시험 신호로서 앞부분 500샘플 신호를 단 단계예측을 위한 학습신호로 사용하였으며, 3000회 학습 후 나머지 500개의 샘플에 대하여 예측을 수행하였다. 모의 실험에 사용된 카오틱 신경망의 입력은 과거의 신호로서 3개의 현재 값과 시간 지연된 6개의 과거 값을 입력으로 사용하여 9개의 입력을 설정하였다. 은닉층 뉴턴 개수는 45개로 설정하였으며 출력은 식 (6)~(8)의  $x(t)$ ,  $y(t)$ , 그리고  $z(t)$ 를 출력하다. 카오틱 신경망의 학습을, 모델틀과 시간 감쇄 지수는 각각 0.05, 0.7, 그리고 0.6을 사용하였다. 비교를 위하여 사용된 리커런트 신경망 예측기의 구조는 카오틱 신경망 예측기와 동일하게 시스템의 현재 값 3개와 시간 지연된 6개의 과거 값을 사용하였으며 은닉층의 뉴턴 개수를 36개로 설정하였다. 이 중에서 24개의 뉴턴을 입력으로 리커런트 되도록 하였으며 출력은 3개로 설정하였다. 리커런트 신경망의 학습률과 모델틀은 카오틱 신경망과 동일한 값을 사용하였다. 카오틱 신경망과 리커런트 신경망의 구조에서 입력과 출력은 서로의 비교를 위하여 동일하게 설정하였고 은닉층의 뉴턴 개수와 리커런트 뉴턴은 실험적으로 적절하게 선택하였다.

3000회 학습하는 동안의 학습 오차 변화와 학습 완료 후 학습 구간을 포함한 예측 오차를 그림 3와 그림 4에 나타내었다. 그림 3에서 확인할 수 있듯이 카오틱 신경망 예측기에 의한 학습이 리커런트 신경망을 이용한 예측기보다 뛰어난 오차 감소를 나타내고 있음을 확인할 수 있으며 3000회 학습 후 최종 정규화 오차는 각각 0.001924와 0.002171이다. 그림 4의 경우, 학습 후의 학습 구간을 포함한 예측의 예측 오차는 각각 0.006657, 0.040314로서 카오틱 신경망 예측기가 리커런트 신경망 예측기에 비하여 6.06배의 월등

한 예측 성능을 보임을 확인할 수 있다.

학습구간을 포함한 로렌츠 어트랙터의 응답 신호에 대하여 카오틱 신경망 예측기와 리커런트 신경망 예측기를 사용한 단 단계 예측 결과를 각 출력 값 사이의 관계로서 그림 5에 나타내었다. 신경망 예측기의 학습을 위해 제시된 500개의 샘플에 대하여 리커런트 신경망에 대해서는 3000회의 학습 회수가 불충분하였으며 그 결과로서 다음 상태의 출력 응답 예측에 큰 오차를 가짐을 그림 5에서 확인할 수 있다. 한편 카오틱 신경망 예측기는 500개의 학습 샘플에 대한 완벽한 학습 성능을 바탕으로 학습에 사용되지 않은 새로운 비 주기적 카오틱 신호를 충분히 예측함을 확인할 수 있다. 특히, 카오틱 신경망 예측기가 리커런트 신경망 예측기보다 보다 더 좋은 결과를 보여준다는 사실은 Z vs X의 평면 출력 결과로 확인할 수 있다. 리커런트 신경망이 원하는 신호를 거의 예측하지 못하는 한편, 제안된 카오틱 신경망 예측기의 경우, 상당한 커풀링이 존재하는 경우에도 학습시의 확실한 비선형, 비주기적 성질을 학습을 기반으로 로렌츠 어트랙터의 다음 출력 상태의 값을 거의 확실하게 예측함을 결과 그림을 통하여 확인할 수 있다.

#### 4. 결론

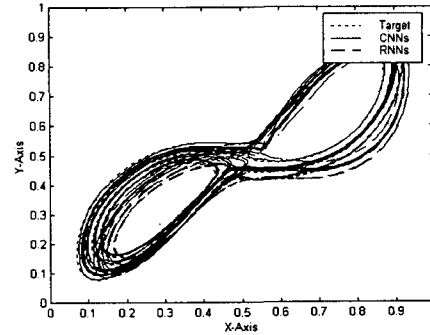
본 논문에서는 카오틱 신경망을 사용하여 카오틱 응답을 가지는 다입력 다출력 시스템의 단 단계 예측에 대한 연구 하였다. 다입력 다출력 카오틱 시스템으로 로렌츠 어트랙터를 선택하여 모의 실험하였다. 기존의 리커런트 신경망을 이용한 단 단계 예측기와 예측 결과를 비교하여 제안된 카오틱 신경망을 이용한 예측기가 월등히 우수한 결과를 나타냄을 확인하였다. 이러한 결과를 이용하여 실제적인 다단계 MIMO 카오틱 시스템의 출력 신호를 예측할 수 있을 것이다.

#### 참고 문헌

- [1] D. Gabor, W. P. L. Wilby, and R. Woodcock, "An universal nonlinear filter, predictor and simulator which optimizes itself by a learning process," Proc Inst. Elec. Eng., vol. 108, pp. 422-438, 1961.
- [2] M. Casdagli, "Nonlinear prediction of chaotic time series," Physica D, vol.35, pp. 335-356, 1989.
- [3] J. Thyssen, H. Nielsen, and S. D. Hansen, "Nonlinear Short-term prediction in speech coding", IEEE Int'l

Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, pp. I185-I188, 1994.

- [4] Simon Haykin, and Liang Li, "Nonlinear Adaptive Prediction of Nonstationary Signals", IEEE Trans. On Signal Processing, vol. 43, no. 2, pp 526-535, 1995.
- [5] 최한고, 이호섭, 김상희, "신경망을 이용한 비정적 신호의 비선형 예측", 대한전자공학회 논문지 제35권, S편 4호, pp. 166-174, 1998.
- [6] K. Aihara, T. Takabe and M. Toyoda, "Chaotic Neural Networks", Phys. Lett. A144, pp. 333-340, 1990.
- [7] Sang-Hee Kim, Chang-Wha Jang, Han-Go Choi, Won-Woo Park, "Trajectory Control of Robotic Manipulators using Chaotic Neural Networks", IEEE ICNN, Houston, vol. 3, pp. 1685-1688, June 8-12, 1997.



(a) X vs Y

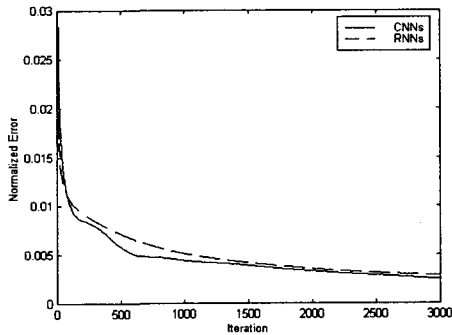
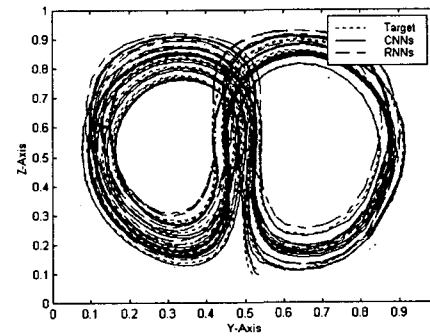


그림 3. 로렌츠 어트랙터에 대한 학습 오차비교  
Fig. 3. Learning Error for Lorenz attractor



(b) Y vs Z

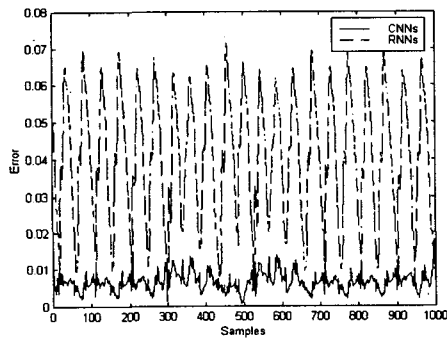
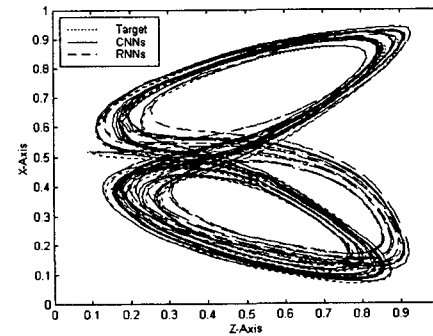


그림 4. 로렌츠 어트랙터에 대한 예측 오차  
Fig. 4. Prediction Error for Lorenz attractor



(c) Z vs X

그림 5. 로렌츠 어트랙터에 대한 학습 오차비교  
Fig. 5. Learning Error for Lorenz attractor