

## 적응 신경망을 이용한 통신 채널 등화

°김정수(金正洙), 권용광, 김민수, 이대학, 이상윤, 김재공  
 동국대학교 전자공학과  
 전화 : (02) 2260 - 3334

### Communication Channel Equalization Using Adaptive Neural Net

°Jung Su Kim, Y.K.Kwon, M.S.Kim, D.H. Lee, S.Y. Lee, J.K.Kim  
 Dept. of Electronics, DongGuk University  
 Kingy@hanmail.net

#### Abstract

This paper investigates a RBF(Radial Basis Function) equalizer for channel equalization. RBF network has an identical structure to the optimal Bayesian symbol-decision equalizer solution. Therefore RBF can be employed to implement the Bayesian equalizer.

Proposed algorithm of this paper makes channel states estimation to be unnecessary, also makes center number which is needed individual channel to be minimum. Bayesian Equalizer has the theoretical optimum performance. Proposed Equalizer performance is compared with this Bayesian equalizer performance.

#### 1. 서론

디지털 신호의 전송 과정에서 발생하는 심볼간 간섭(ISI : Inter-Symbol Interference)를 제거하기 위해 수신단에서 등화기를 이용한다[1]. 여러 등화기 중 Bayes 이론에 의한 SSD(Symbol by Symbol Decision) 등화기는 최적이다. 그러나 이 경우 수신신호의 선행 확률에서 송신신호를 판정하므로 채널 상태 수가 증가하면 계산량 증가로 구현이 쉽지 않다. 이러한 단점을 보완하기 위해 MLP(Multi-Layer Perceptron) 신경망을 이용하여 기존 등화기보다 성능을 개선한 바 있으나, 훈련 시간이 길다는 단점을 지닌다. 반면 RBF(Radial Basis Function) 신경망은 Bayesian 해법과 구조가 유사하여 이를 등화기에 이용할 경우 계산량과 성능이 개선된 등화기를 기대할 수 있다[1][2].

RBF 등화기의 성능은 채널 상태, 즉 RBF 센터의 신속 정확한 추정에 의존한다. 문헌 [3]에서 Chen 은 RBF 신경망을 이용한 SSD 등화기를 제안하여 계산량과 성능의 동시 개선을 검토했으나, 채널 상태 수를 추정해야 하는 단점을 지닌다. 본 연구에서는 채널 상태 수 추정없는 신속한 RBF 등화 방법을 제안하고자 한다.

#### 2. 전송 시스템과 Bayesian 결정 함수

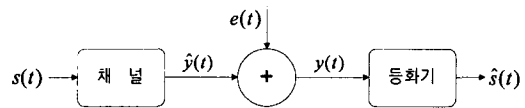


Fig 1. 디지털 전송 시스템

Fig 1의 전송 시스템에서 전송신호  $s(t)$ 는 1 또는 -1의 2진 신호이며, 전달함수가 다음과 같은 채널을 통해  $\hat{y}(t)$ 가 된다.

$$H(z) = \sum_{i=0}^{n_h} h_i z^{-i} \quad (1)$$

잡음없는 채널 출력  $\hat{y}(t)$ 는 평균이 0인 백색 가우시안 잡음  $e(t)$ 와 합쳐져 잡음섞인 채널 출력  $y(t)$ 가 된다. 이 때 등화기는  $y(t)$ 로부터 전송신호의 추정치  $\hat{s}(t)$ 를 복원하는 임무를 수행한다.

식 (1)에서 입력 신호 조합은  $n_s (2^{n_s+m})$ 개이다. 여기서  $m$ 은 등화기 차수이며, 채널 차수가  $n_h+1$ 인 채널에 대해  $n_s$ 개의 입력 신호

$$s(t) = [s(t) \cdots s(t-m+1-n_h)]^T \quad (2)$$

는  $n_s$ 개의 잡음없는 채널 출력

$$\hat{y}(t) = [\hat{y}(t) \cdots \hat{y}(t-m+1)]^T \quad (3)$$

을 만든다.

식 (3)은  $s(t-\tau)=1$ 과  $s(t-\tau)=-1$ 에 따라 다음의 두 범주,  $Y_{m,\tau}^+$ 와  $Y_{m,\tau}^-$ 로 나뉜다.

$$\begin{aligned} Y_{m,\tau}^+ &= \{\hat{y}(t) | s(t-\tau)=1\} \\ Y_{m,\tau}^- &= \{\hat{y}(t) | s(t-\tau)=-1\} \end{aligned} \quad (4)$$

여기서  $\tau$ 는 지연 요소이다. 잡음없는 채널 출력  $\hat{y}(t)$ 에 가우시안 잡음  $e(t)$ 가 부가되면 다음과 같은 잡음섞인 채널 출력이 된다.

$$y(t) = [y(t) \cdots y(t-m+1)]^T \quad (5)$$

$y(t)$ 는 요구되는 채널 상태 주위에 클러스터를 형성하며, 이 클러스터들의 평균이 채널 상태가 된다. 또한  $y(t)$ 는 Bayes 결정이론에 따라 전송심볼  $s(t-\tau)$ 를 결정하기 위해 이용된다[3].

심볼의 발생 확률이 동일할 때 Bayesian 결정 함수는 다음과 같다.

$$f_B\{y(t)\} = \sum_{i=1}^{n_s^+} \exp(-\|y(t) - y_i^+\|^2 / 2\sigma_s^2) - \sum_{j=1}^{n_s^-} \exp(-\|y(t) - y_j^-\|^2 / 2\sigma_s^2) \quad (6)$$

여기서  $n_s^+$ 와  $n_s^-$ 는 각각  $Y_{m,\tau}^+$ 와  $Y_{m,\tau}^-$ 에서  $y^+$ 상태와  $y^-$ 상태의 수이며,  $\sigma_s^2$ 는 잡음 분산이다.

식 (6)을 이용하면  $f_B(y) \geq 0$ 일때  $\hat{s}(t-\tau) = 1$ ,  $f_B(y) < 0$ 일때  $\hat{s}(t-\tau) = -1$ 이 된다.

다음 그림은 RBF 신경망이다.

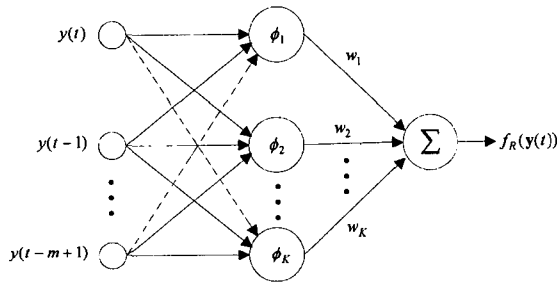


Fig 2. RBF 신경망

Fig 2의 RBF 신경망 출력은 다음과 같다.

$$f_R(y(t)) = \sum_{k=1}^K w_k \cdot \phi(\|y(t) - c_k\|^2 / \rho) \quad (7)$$

여기서  $\phi$ 는 비선형 함수,  $c_k$ 는 RBF 센터,  $\rho$ 는 비선형 함수 폭,  $w_k$ 는 가중치, 그리고  $\|y(t) - c_k\|^2$ 는 수신 벡터와 RBF 센터 간의 유클리드 거리이다. 식 (6)과 (7)을 비교하면 구조가 유사함을 알 수 있다.  $w_k$ 를 판정 영역에 따라 1 또는 -1로, 기저 함수  $\phi(x)$ 를 지수함수  $\exp(-x)$ 로,  $\rho$ 를  $2\sigma_s^2$ 로 간주한다면, Bayes 이론 기초한 최적 SSD 등화기를 RBF 신경망으로 구현하는 것이 가능하며, 이와 같이 구현된 등화기를 RBF 등화기라 한다. 이런 RBF 등화기 성능은 정확한 채널 상태 추정에 가장 크게 의존한다. 지금까지의 대부분의 연구는 이런 채널 상태를 여러 알고리즘으로 추정하여 각 채널에 따른 RBF의 수가 일정한 등화기를 구성하였다. 실제 통신의 적용문제를 생각한다면 이는 큰 단점이 될 수 있다. 이에 본 논문에서는 채널 상태 추정이 필요 없는 적응 RBF 등화기 구현하고자 한다.

### 3. Adaptive RBF 등화기의 구현

제안된 RBF 등화기 출력은 다음과 같다.

$$f(y(t)) = w_0 + \sum_{k=1}^K w_k \cdot \phi_k(y(t)) \quad k = (1, 2, \dots, K) \quad (8)$$

여기서  $w_0$ 는 바이어스 항,  $w_k$ 는 은닉노드와 출력노드간의 가중치이며,  $k$ 는 은닉 뉴런 수이다. 가우시안 함수인  $\phi_k(y(t))$ 는 입력  $y(t)$ 에 대한  $k$ 번째 은닉노드 응답으로 다음과 같다[7][8].

$$\phi_k(y(t)) = \exp\left(-\frac{1}{\rho} \|y(t) - c_k(t)\|^2\right) \quad k = (1, 2, \dots, K) \quad (9)$$

여기서  $c_k(t)$ 는 센터,  $\rho$ 는 가우시안 함수 폭,  $\| \cdot \|$ 는 유클리드 항이다. 등화 시작 전에 적응 RBF 등화 망은 어떤 은닉노드도 갖지 않는다. 채널 출력 신호  $y(t)$ 에 따라 새로운 은닉노드를 추가하고 제거한다. 수신신호  $y(t)$ 를 새로운 은닉노드로 설정하기 위해서  $y(t)$ 는 다음 기준들을 만족해야 한다.

기준 ①  $\|y(t) - c_{near}(t)\| > \varepsilon$  (10)

기준 ②  $e(t) = y(t) - f(y(t)) > e_{th,1}$  (11)

기준 ③  $e_{rms}(t) = \sqrt{\frac{\sum_{i=t-(M-1)}^t (e_i(t))^2}{M}} > e_{th,2}$  (12)

여기서  $c_{near}(t)$ 는  $y(t)$ 와 가장 가까운 은닉노드의 센터,  $\varepsilon, e_{th,1}, e_{th,2}$ 는 임계치다. 수신신호  $y(t)$ 가 입력될 때마다 세 개의 기준을 조사하여 모두 만족할 때만 이  $y(t)$ 를 새로운 은닉노드  $c_{New}(t)$ 로 정한다.

또 기준 ①을 만족하지는 않으나, 기준 ②를 만족할 경우가 있다. 이는 새로운 수신신호  $y(t)$ 가 기존의 은닉노드 중 가장 가까운 은닉노드와의 유클리드 거리가 기준거리  $\varepsilon$ 보다 가까워서 새로운 은닉노드로 설정할 수 없지만, 등화기의 예러가 큰 경우이다. 예러를 줄이기 위해서는 센터의 재학습이 필요하며, 다음의 *k-means clustering* 알고리즘을 이용하여 학습한다.

$$c_k(t+1) = \begin{cases} c_k(t) + \eta(y(t) - c_k(t)), & \tilde{k}(y(t)) = c_k(t) \\ c_k(t) & otherwise \end{cases} \quad (13)$$

$$\tilde{k}(y(t)) = \arg \min_k \|y(t) - c_k(t)\| \quad (14)$$

식 (13)에서  $\tilde{k}(y(t))$ 는 시점  $t$ 에서 수신신호  $y(t)$ 와 가장 가까운 은닉노드 센터이며,  $\eta$ 는 학습률로 보통 0과 1 사이에서 취한다. 새로운 은닉노드가 추가될 때, 이 노드와 관련된 파라미터는 다음과 같다.

$$w_{New}(t) = e(t) \quad (15)$$

$$c_{New}(t) = y(t) \quad (16)$$

이와 같이 새로운 은닉노드가 추가 혹은 재학습 되고 나면 연결된 가중치는 다음과 같이 갱신된다.

$$w_k(t) = w_k(t-1) + \mu \cdot e(t) \cdot \phi_k(y(t)) \quad (17)$$

여기서  $\mu$ 는 수렴 상수이다. 만약 기준 식 ①, ②, ③을 만족하지 않으면 추가 노드없이 가중치만 갱신한다.

다음은 네트워크 출력에 큰 영향을 주지 못하는 은닉 뉴런을 제거하는 기준을 구한다. 먼저  $k$ 번째 은닉노

드의 출력  $o_k$  는 다음과 같다[6].

$$o_k = w_k \cdot \exp\left(-\frac{\|y(t) - c_k\|^2}{\rho}\right) \quad k = (1, 2, \dots, K) \quad (18)$$

제거할 은닉노드를 결정하기 위해 각 은닉노드의 출력  $o_k$  를 매 시점 조사하고, 은닉노드의 최대 출력 값의 절대치  $\|o_{\max}\|$  와 정규화 출력 값  $\gamma_k = \|o_k / o_{\max}\|$  을 구한다. 식 (19)와 같이  $M$  개의 연속 출력에 대해  $\gamma_k$  가 임계치  $\delta$  보다 작은  $k$  번째 은닉노드를 제거한다.

$$\text{기준 ④} \quad \gamma_k(t) < \delta \quad (19)$$

마지막으로 줄어든 은닉노드(센터)를 갖는 등화기의 파라미터를 다시 한번 갱신한다.

결론적으로 기존의 RBF 등화기는 채널 차수 추정 후 은닉노드를 결정하였으나, 제안된 등화 기법은 등화에 필요한 은닉노드를 수신되는 등화기 입력으로부터 선택함으로써 채널 차수 추정이 필요없게 된다. 이와 같은 알고리즘으로 두 채널에 대해 모의 실험하였다.

#### 4. 모의 실험

##### [모의 실험 1]

제안된 RBF 등화기 성능을 확인하기 위해 다음의 선형 채널을 이용한다.[3]

$$H(z) = 0.3482 + 0.8704z^{-1} + 0.3482z^{-2} \quad (20)$$

20dB SNR 에서 200 개의 데이터를 이용해 등화 망을 훈련하고 구성한다. 그러나 기존 등화 방법이 갖는 채널 차수 추정은 필요없다. 등화기로 입력되는 가장 최근의 두 입력을 2 차원 도시하면 Fig 3 과 같다. 즉 등화기 차수  $m$  은 2 로 선택된다. Fig 3 은 제안된 알고리즘으로 얻은 결정 경계와 최적 Bayesian 결정 경계를 비교한 것이다. 임계치는  $e_{th,1} = 0.1$ ,  $e_{th,2} = 0.2$ ,  $\varepsilon = 0.5$ ,  $M = 10$ ,  $\delta = 0.5$ ,  $\mu = 0.02$  로 선택하였다. Fig 3 에서 '\*' 는 실제 요구되는 채널 상태 이고, 'o' 는 제안된 알고리즘에 의한 센터이다. Bayesian 경계는 실선이고, 제안된 알고리즘에 의한 경계는 점선이다. Fig 3 의 12 개의 센터는 훈련이 끝나는 시점에서 표시한 것이며, 훈련 기간 동안 계속해서 변화 했을 것이다. Fig 4 는 그 변화를 나타낸다.

Fig 4 는 훈련 기간 동안의 센터 수 변화를 나타낸 것인데, Bayesian 등화기의 센터 수는 훈련 기간 동안 가감없이 16 개지만, 제안된 RBF 등화기의 센터 수는 12 개에 수렴한다. Fig 3 과 4 로부터 선형 채널에서 Bayesian 등화기보다 적은 센터를 갖는 제안된 방법의 심볼 결정 경계는 Bayesian 등화기와 유사한 결정 경계를 갖음을 확인하였다. 다음은 이와 같은 결정 경계와 센터를 갖는 제안된 RBF 등화기의 BER 성능을 최적 Bayesian 등화기의 BER 성능과 비교 분석한다.

Fig 5 로부터  $10^{-2}$  에러률에서 약 1.2dB 의 성능차를 보일 뿐 두 등화기의 성능이 유사함을 알 수 있다.

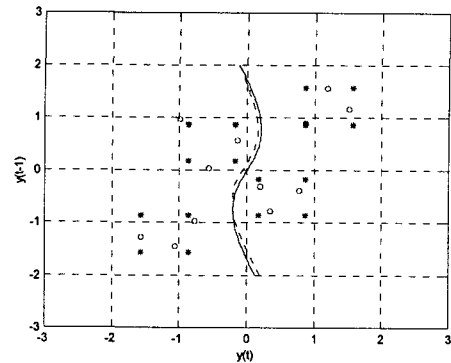


Fig 3. 결정 경계 비교

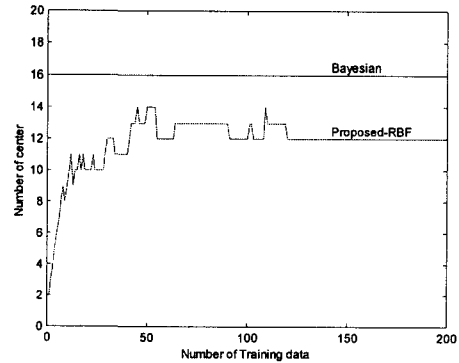


Fig 4. 훈련기간동안의 센터수 변화

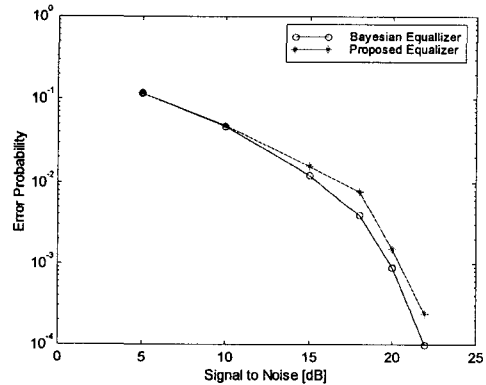


Fig 5. BER 성능 분석

##### [모의 실험 2]

다음은 아래의 비선형 채널에 대해 시뮬레이션 한다.

$$\begin{cases} y(k) = x(k) + 0.3x^2(k) + 0.5x^3(k) + 0.7x^4(k) + e(k) \\ H(z) = \frac{X(z)}{S(z)} = 1.0 + 0.7z^{-1} \end{cases} \quad (21)$$

가장 최근의 두 입력을 2 차원 도시하면 Fig 6 과 같다. 등화기를 구성하기 위해 20dB 의 SNR 에서 500 개의 훈련 데이터가 이용된다. 임계치는  $e_{th,1} = 0.4$ ,  $e_{th,2}$

$\sigma = 0.3, \epsilon = 0.8, M = 10, \delta = 0.8, \mu = 0.02$  로 선택된다. Fig 6 과 7 은 각각 최적 Bayesian 등화기의 결정경계와 훈련 기간동안의 제안된 RBF 등화기로 얻은 결정경계를 비교한 것이다.

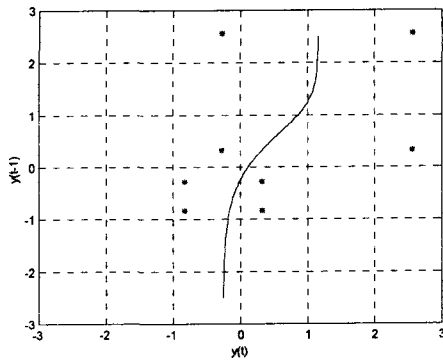


Fig 6. Bayesian 등화기의 결정 경계

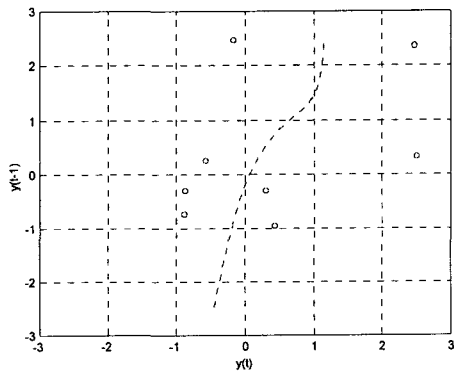


Fig 7. 제안된 등화기의 결정 경계

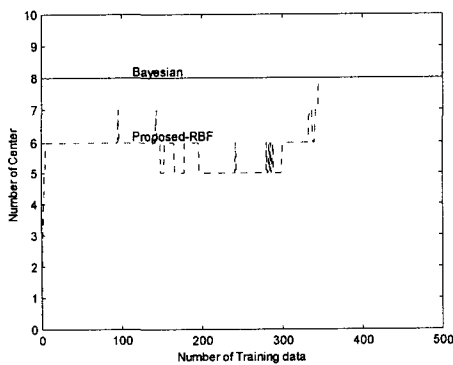


Fig 8. 훈련기간동안의 센터 수 변화

Fig 6 과 7 로부터 최적 Bayesian 등화기와 제안된 등화기의 심볼 결정 경계가 유사함을 알 수 있다.

실선 표시의 Bayesian 등화기의 센터 수는 훈련 기간 동안 가감없이 8 개지만, 점선 표시의 제안된 RBF 등

화기로 얻은 센터 수는 약 350 개의 훈련 시점에서 8 개에 수렴한다. 본 모의 실험에서는 비록 센터 수를 줄이는 데는 실패했으나, Fig 6 과 7 로부터 비선형 채널에서 채널 상태 추정 없이 Bayesian 등화기와 거의 일치하는 결정 경계를 갖을 수 있음을 확인하였다.

다음은 이상의 결정 경계와 센터를 갖는 제안된 등화시스템의 성능을 분석하기 위해 Bayesian 등화기와 함께 BER 성능을 조사하였다.

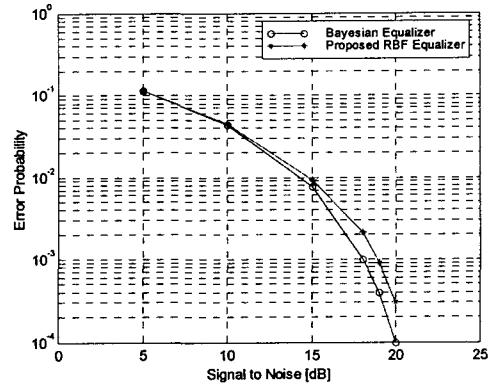


Fig 9. BER 성능 비교

### 5. 결론

모의 실험 1, 2 를 통해 통신 채널 등화에 제안된 등화 기법이 적합함을 알 수 있었다. 기존 등화 기법과 비교시, 본 등화 기법은 채널 차수 추정이 필요없다는 장점과 훈련 시간이 짧고, 신호의 실-시간 처리가 가능하다는 장점이외에도 기존 등화기보다 더 적은 센터로 등화가 가능하다는 장점이 있다.

선형 채널과 비선형 채널에서 제안된 등화기의 BER 성능과 최적 Bayesian 등화기의 BER 성능을 비교하였다.

### 참고 문헌

- [1] S. U. H. Qureshi, "Adaptive equalization," *Proc. IEEE*, vol. 73, no 9, pp1349-1387, 1995
- [2] S. Chen, B. Mulgrew, and S.Mclaughlin, "Adaptive Bayesian decision feedback equalizer based on radial basis function network." *Proc ICC*, 1992
- [3] S. Chen, Mulgrew B, Grant P M, " A clustering Technique for Digital Communications Channel Equalization Using Radial Basis Function Networks", *IEEE Transactions on Neural Networks*, Vol 4, No 4, July 1993
- [4] S. Haykin, *Neural Networks*, Macmillan 1994
- [5] Bernard Sklar, *Digital Communications Fundamentals and Applications*. Prentice Hall, 1988
- [6] S. Chen, Mulgrew B, "Adaptive Bayesian Decision Feedback Equalizer for Dispersive Mobile Radio Channels", *IEEE Transactions on Communications*, Vol 43, No 5, May, 1995
- [7] Lu Yingwei, N Sundararajan, P Saratchandran, "Adaptive nonlinear system identification using minimal radial basis function neural networks", *IEEEICASSP*, Vol 6, pp 3521-3524, 1996.
- [8] Lu Yingwei, N Sundararajan, P Saratchandran, Identifi-cation of time-varying nonlinear systems using minimal radial basis function neural networks", *IEEEProceedings-Control Theory Applications*, Vol 144, No. 2, pp 202-208, March 1997.