

# 하이브리드 뉴로제어기를 이용한 진자의 제어

\*박규태\*, 박정일\*, 이석규\*

\* 영남대학교 전기전자공학부( 전화 : (053) 810-2498, 2487 / 팩스 : (053) 813-8230 )

## Control of Pendulum using Hybrid Neuro-controller

\*Gyou Tae Park, Jung Il Park, Suk Gyu Lee

School of Electrical and Electronic Engineering Yeungnam University

E-mail : fuzzy123@aclab.ee.yeungnam.ac.kr

### Abstract

The pendulum is a SIMO(Single-input multi-output) system that both angle of pendulum and position of cart controlled simultaneously by one actuator. In this paper, propose a hybrid neuro-controller to apply to pendulum system. We design the conventional optimal controller and the neural network as a identifier, which can identify the uncertainty of plant not modeled, respectively. Then we combine them into a novel controller, with a structure that the error between plant and identifier is added in conventional optimal control input. Finally, the paper shows the validity of the proposed controller through computer simulations and experiments.

### I. 서론

SIMO 시스템에 관한 연구는 최적제어기 뿐만 아니라, 여러 입력의 합성을 추론할 수 있는 퍼지 제어기, 기존제어기와 융합한 신경망(Neural Network)제어기 등의 연구가 활발히 진행되어 왔다[1-2]. 한편, 신경망을 이용한 선형 또는 비선형의 식별 및 제어는 그 독특한 특징인 비선형 함수 근사능력, 환경을 학습하여 적응하는 능력, 연상기억 능력등으로 최근 많은 주목을 받고 있다[3-5]. Narendra 등[3]은 기존의 모델기준 적응 뉴로제어를 이용하여 비선형 시스템에 대한 제어 방법을 제시 하였고, Chen[6]등은 비선형 시스템의 자기동조 제어를 위한 신경망 학습 방법을 제안하였다. 그러나, 일반적으로 Miller[4], Chen[6], Psaltis[7] 등이 제안한 신경망 구조로 시스템을 식별 및 제어를 수행하려면, 식별기(Identifier)와 제어기(Controller)의 역할을 하는 2개의 신경망이 필요하다. Kecman[8]은 하나

의 신경망으로 역동역학(inverse dynamics) 식별기를 설계하여 제어에 응용하는 새로운 구조를 제안하였다.

본 논문에서는 이와는 달리 한 개의 앞먹임동역학(feedforward dynamics) 신경망 식별기를 설계하고, 이를 최적제어기와 융합하는 제어구조를 제안하고자 한다.

### II. 하이브리드 뉴로제어기

진자 시스템을 제어하기 위하여 먼저 시스템의 수학적 모델링을 하고, 상태궤환을 통한 최적제어기를 설계한다. 진자시스템은 그림 1과 같다.

#### 2.1 진자 시스템의 수학적 모델링

진자 시스템의 수학적 모델은 1차원으로 움직이는 수레에 매달린 진자의 운동과 같다.

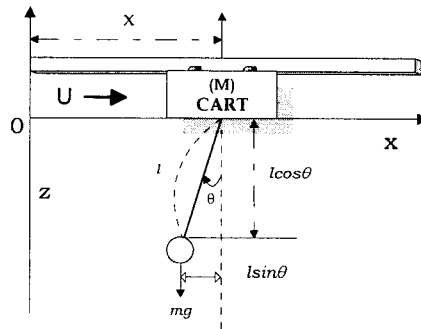


그림 1 진자 시스템

Fig. 1 Pendulum system

진자는 수레의 운동 방향으로만 진동한다고 가정한다. 제어기는 이산적인 시간간격으로 수레에 한정된 크기의 순간적인 힘을 인가할 수 있다. 한 시점  $t$ 에서

의 상태는 4개의 변수 즉, 진자의 진동각  $\theta$ 와 각속도  $\dot{\theta}$ , 수레의 위치  $x$ 와 속도  $\dot{x}$ 에 의해 표현된다.

$$(M+m)\ddot{x} - ml(\sin\theta)\ddot{\theta}^2 - ml(\cos\theta)\ddot{\theta} = u \quad (1)$$

$$m\ddot{x} \cos\theta - ml\ddot{\theta} + l\ddot{\theta} = mg\sin\theta \quad (2)$$

진자의 진동각과 각속도가 아주 작다고 가정하면,  $\sin\theta \approx \theta$ ,  $\cos\theta \approx 1$ ,  $\theta\dot{\theta}^2 \approx 0$  과 같이 선형화 되고, 상태 방정식은 식(3)과 같다.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{M+m}{Ml}gx_1 + \frac{1}{Ml}u \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = -\frac{m}{M}gx_1 + \frac{1}{M}u \end{cases} \quad (3)$$

$x$ 와  $\theta$ 를 플랜트의 출력으로 간주하고, 연속영역에서 구한 진자의 상태방정식을 이산화하여 이산화 상태공간 모델로 변환하여 사용한다[9].

### 2.2 최적제어기 설계

본 논문에서 사용한 최적제어구조는 그림 2와 같고, 성능지수를 식(4)와 같이 정의한다.

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} [x^*(k)Qx(k) + u^*(k)Ru(k)] \quad (4)$$

$$\hat{K} = [K \quad -K_I] \quad (5)$$

$Q$ 와  $R$ 는 각각  $n \times n$ ,  $r \times r$  positive definite Hermitian matrix이다. 최적제어기의 입력은 성능지수  $J$ 를 최소로 하는  $u = -\hat{K}x(k)$ 를 정의하는 것이다[9].

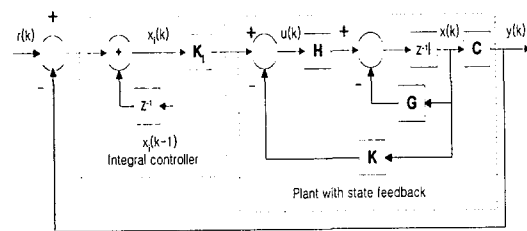


그림 2 이산영역에서의 제어구조  
Fig. 2 Control structure in discrete-time.

식(6)의 ARE(Algebraic Riccati Equation)를 풀어서 정상상태 리카티 방정식의 해  $P$ 를 구하고, 되먹임 이득 행렬  $K$ 와 적분상수  $K_I$ 를 구한다. 정상상태 행렬

$P(k)$ 를  $P$ 로 정의하면 식(6)과 같고,  $P$ 는  $n \times n$  Hermitian matrix이다. 해의 초기치는  $P(0)=0$ 에서 시작하여, 고정 해를 구하고, 제어 입력은 식(8)과 같이

된다.

$$P(t+1) = Q + \hat{G}^* P(t) \hat{G} - \hat{G}^* P(t) \hat{H} (R + \hat{H}^* P(t) \hat{H})^{-1} \hat{H}^* P(t) \hat{G} \quad (6)$$

$$\hat{K} = (R + \hat{H}^* P \hat{H})^{-1} \hat{H}^* P \hat{G} \quad (7)$$

$$u = -k_1 x_1 - k_2 x_2 - k_3 x_3 - k_4 x_4 + k_I x_i \quad (8)$$

### 2.3 신경망 제어기

본 논문에서 제안하는 신경망 제어구조는 최적제어기의 입력에 따라 응답하는 플랜트의 상태변수들을 학습하여 근사화하는 신경회로망 식별기(Neural Network Identifier)를 설계하고[2,3], 그 식별기를 최적 제어기와 융합하여 실시간으로 시스템을 식별하고 동시에 제어를 수행하는 제어기로 구성된다. 기준입력과 플랜트의 출력오차는,

$$\begin{aligned} e_a(t) &= r_1(t) - x_1(t) \\ e_p(t) &= r_3(t) - y_3(t) \end{aligned} \quad (9)$$

식별하기 위한 신경망의 오차신호는,

$$\begin{aligned} e_a^*(t) &= y_1(t) - y_1^*(t) = x_1(t) - \hat{x}_1(t) \\ e_p^*(t) &= y_3(t) - y_3^*(t) = x_3(t) - \hat{x}_3(t) \end{aligned} \quad (10)$$

제안한 제어 구조는 그림 3과 같고, 그림 4는 상세도이다.  $e_a^*$ ,  $e_p^*$ 를 각각 신경망의 오차신호( $\delta_k$ )로 사용하여 신경망을 학습한다. 충분히 정확하게 학습을 하여 플랜트 모델을 근사하면,  $e_a^*$ ,  $e_p^*$ 의 오차에 이득을 곱하여 제어입력으로 되먹인다. 제어의 진행은, 신경망 식별기는 실시간으로 시스템의 동특성을 학습하고,  $e_a^*$ ,  $e_p^*$ 는 실시간으로 시스템의 제어입력으로 되먹인다. 시간이 지남에 따라, 플랜트의 출력은 기준입력( $r_1, r_3$ )에 가까워지며,  $e_a^*$ ,  $e_p^*$ 는 거의 영(zero)이 되어 최적제어기만으로 제어가 수행된다. 플랜트를 신경망으로 식별하였지만, 플랜트 모델을 선형화하고, 기계진동, 마찰력, 타임벨트의 느린 시변성 등의 불확정성(uncertainty)을 무시했기 때문에 오차( $e_a^*$ ,  $e_p^*$ )가 나타난다. 그러나 신경망 식별기는 시스템의 입력력 쌍이 변화함에 따라 그 구간 구간마다 불확정적인 항을 습득을 하여 제어입력으로 되먹임시킨다. 최적제어기와 신경망을 융합한 제안한 제어기의 최종 제어입력은 식(11)과 같다.

$$u(t) = -k_1 x_1 - k_2 x_2 - k_3 x_3 - k_4 x_4 + K_I x_i - k_a e_a^* - k_p e_p^* \quad (11)$$

실제 플랜트에서  $x_2, x_4$ 는 측정할 수 없으므로 Backward 오일러 방법 이용하여 구한다.

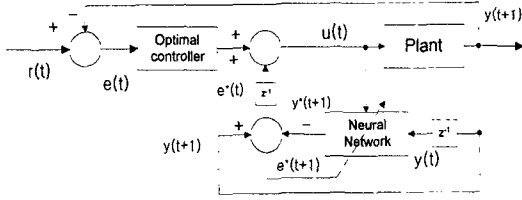


그림 3 제안한 구조  
Fig. 3 The proposed control structure

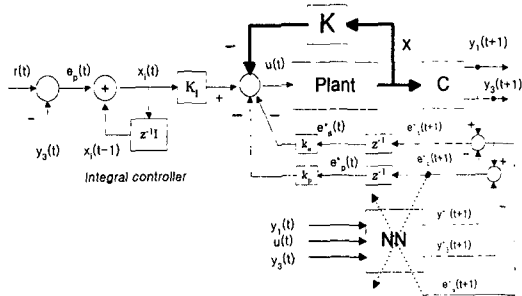


그림 4 제안한 구조의 상세도  
Fig. 4 Detail diagram of proposed structure

2.4 역전파 학습방법

신경망 모델은 3층 구조로 된 다층신경회로망을 사용하고, 그 학습방법은 오류 역전파(Error backpropagation) 알고리즘이다. 학습속도를 높이고, 지역적인 극소점을 다소 극복할 수 있는 모멘텀(Momentum) 기법을 이용한다. 신경망 모델은 9개의 입력 뉴런과 16개의 은닉뉴런, 2개의 출력뉴런으로 구성하고, 각 연결선은 연결 가중치를 나타내고, 이 값은 오차성분이 감소하는 방향으로 갱신된다. 활성화함수는 하이퍼볼릭 탄젠트 함수를 사용한다. 플랜트가 식(12), (13)과 같이 비선형 이산 차분 방정식으로 표현된다고 가정한다[3][4].

$$y_1^*(t+1) = f[x_1(t), x_1(t-1), \dots, x_1(t-n+1); u(t), u(t-1), \dots, u(t-m+1)] \quad (12)$$

$$y_3^*(t+1) = f[x_3(t), x_3(t-1), \dots, x_3(t-l+1); u(t), u(t-1), \dots, u(t-m+1)] \quad (13)$$

식(12)와 식(13)에서 시각 (t+1)의 플랜트의 출력은 동적인 관계를 위해 l, m, n 과거의 값들을 사용한다. 신경망 모델 입출력 관계(mapping)는 그림 5와 같다. 모멘텀 기법을 이용한 역전파 알고리즘의 연결 가중치 갱신은 식(14)와 같다.

$$\begin{aligned} w_{kj}(t+1) &= w_{kj}(t) + \eta \delta_k O_j + \alpha \Delta w_{kj}(t-1) \\ w_{ji}(t+1) &= w_{ji}(t) + \eta \delta_j O_i + \alpha \Delta w_{ji}(t-1) \end{aligned} \quad (14)$$

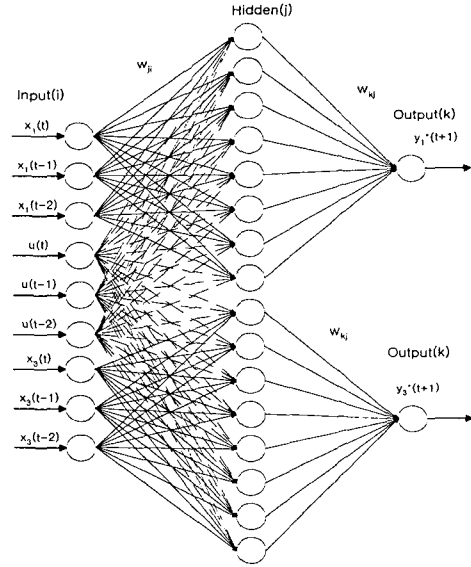


그림 5 신경회로망의 입출력 관계  
Fig. 5 Input/output mapping of NN

$w_{ji}, w_{kj}$ 는 시냅스간의 연결강도,  $\delta_k, \delta_j$ 는 오차신호,  $\eta(0.01)$ 는 학습계수에 해당한다.  $O_i, O_j, O_k$ 는 뉴런의 출력,  $\alpha$ 는 모멘텀(Momentum, 0.9)항이다. 출력층 뉴런의 자승오차는 식(10)을 이용한다.

2.5 실험방법

실험대상은 AC서보모터(Yaskawa, SGM-01A314)로 구동되는 진자의 길이가 60cm(지름8mm), 레일의 길이는 2m인 진자시스템에 적용하여 실험을 수행하였다.

2.6 실험결과

전산 모의실험은 5차 Runge-Kutta 수치해석법을 이용하여 Pentium PC에서 수행하였고, 플랜트의 모델계수가  $M=4.50\text{kg}, m=0.23\text{kg}, l=0.3\text{m}, g=9.8\text{m/s}^2$  일 때 진자의 되먹임 이득은 식(15)와 같다.

$$\begin{aligned} K &= [29.2669 \ 1.9591 \ 81.8499 \ 35.0380] \\ K_I &= 0.7100, \quad k_a = 0.35 \cdot k_1, \quad k_p = 0.25 \cdot k_3 \end{aligned} \quad (15)$$

각도지령 0도, 위치지령 1m를 주어 모의실험과 실험을 하였고, 실선은 제안한 제어기, 점선은 최적제어기의 결과들이다. 그림 7은 모의실험결과, 그림 8은 플랜트에 적용한 실험결과이다. 제안한 제어기가 최적제어기에 비해, 진자의 각도( $x_1$ )는 진동폭이 감소하며 빨리 안정점에 도달하였고, 수레의 위치( $x_3$ )는 오버슈트가 미세하게 감소하며 빠르게 목표점에 도달하였다. 질량

변화시, 최적제어기만으로 사용하였을 경우, 진자의 진동폭은 크고, 위치는 느린 시변성이 있으나, 제안한 제어기는 진자의 각도와 수레의 위치가 질량 변화전과 거의 같은 출력 특성을 나타내었고, 비선형 항에 대해 훨씬 안정함을 알 수 있었다.

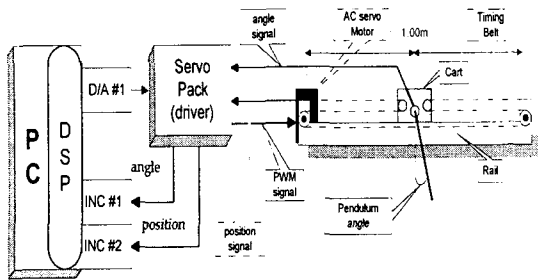


그림 6 실험 장비의 구성도  
Fig. 6 Schematic diagram of experimental equipments

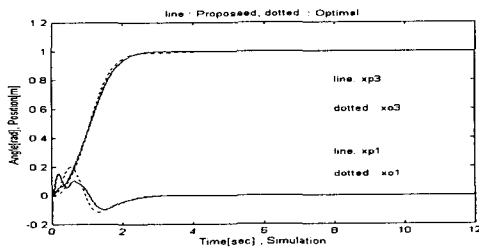


그림 7 모의실험 결과(각도와 위치, 5회 학습)  
Fig. 7 Simulation results (angle, position, 5th learning)

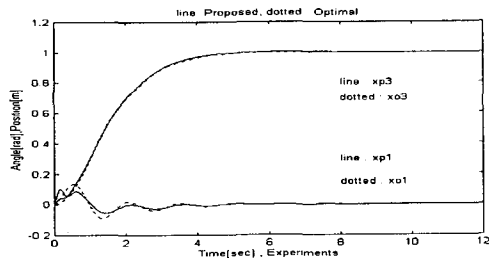


그림 8 실험결과(각도와 위치, 5회 학습)  
Fig. 8 Experiments (angle, position, 5th learning)

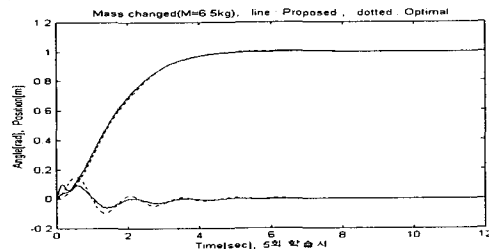


그림 9 질량 변화시 실험결과(M=6.5kg, 5회 학습)  
Fig. 9 Experiments when Mass is changed.  
(M=6.5kg, 5th learning)

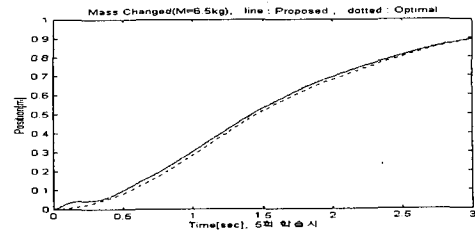


그림 10 그림 9의 위치량을 확대(5회 학습)  
Fig. 10 Detail result of Fig. 9.

### III. 결론

일반적으로 시스템을 식별하고 제어를 수행함에 있어서 2개의 신경회로망을 사용하지만, 본 논문에서는 1개의 신경회로망 모델을 사용함으로써 수식과 구조가 간단하고 뉴런수와 계산량이 감소하였다. 또한, SIMO 시스템에 적합한 신경회로망 모델의 입출력 관계를 제시하였으며, 비선형 플랜트에 대한 최적제어기를 설계하여 신경망 제어기와 융합하는 구조를 제안하였다. 특히, 파라메터(M)의 변화를 주었을 경우, 5회 학습시 제안한 제어기의 성능이 최적제어기보다 훨씬 우수함을 실험을 통하여 확인하였다.

### 참고 문헌

- [1] 한창욱, 박정일, 이석규, "퍼지 제어기를 이용한 크레인 의 무진동 및 위치제어의 합성에 관한 연구", Proceeding of KACC, Vol.1, pp.438-443, 1995.
- [2] S. Omatu, Y. Kishida, M. Yoshioka, "Neuro-Control for Single-Input Multi-Output Systems", Second International Conference on Knowledge based Intelligent Electronic Systems, 21-23, April, 1998.
- [3] A. U. Levin, K. S. Narendra, "Recursive identification using feedforward neural networks", INT. J. CONTROL., vol. 61, no. 3, pp.533-54, 1995.
- [4] W. T. Miller III, R. S. Sutton, and P. J. Werbos, Neural Networks for Control, The MIT Press, 1995.
- [5] Zi-Xing Cai, Intelligent Control: Principles, Techniques and Applications, World scientific, 1997.
- [6] C. F. Chen, "Back-propagation neural networks for nonlinear self-tuning adaptive control", IEEE Control System Magazine, vol. 24, no. 3, pp. 44-48, 1990.
- [7] D. Psaltis, A. Sideris and A. A. Yamamura, "A multi-layered neural network controller", IEEE Control Systems Magazine, pp.17-20, 1988.
- [8] Vojislav Kecman, Ljubiša Vlačić, "Performance of the New Neural Network based Control Structure and Learning Algorithm", Second International Conference on Knowledge-Based Intelligent Electronic Systems, 21-23, April, 1998.
- [9] Katsuhiko Ogata, Discrete-Time Control Systems, 2nd ed., Prentice Hall, Inc., pp.377-703, 1995.