

웨이브릿 변환을 이용한 마이크로스트립 선로에서의 전파 특성 연구

°이재웅*, 송용원*, 김건욱*, 박한규*

* : 연세대학교 전기·컴퓨터 공학과

A Study on the Propagation Characteristics along the Microstrip Lines using Wavelet Transforms

°J.W.Lee*, Y.W.Song*, K.W.Kim*, H.K.Park*

* : Yonsei Univ. Dept of Electrical and Computer Eng.

Abstract

We study the propagation property of the transient signals along the microstrip using the wavelet transform. Wavelet transform can offer the time-frequency windows. It makes the resolution of time high in high frequency range and the resolution of frequency high in low frequency range. So it is useful to analyze the signals which have both low and high frequency components.

I. 서 론

마이크로스트립 선로에서 순간적인 신호의 해석은 고속 스위칭 회로 또는 높은 주파수에서 동작하는 MMIC의 설계에 필수적인 과정이다. 회로가 점점 복잡해지고 집적도가 발전함에 따라 전송 선로를 따라 전송되는 과도 신호의 전파 특성은 회로의 안정성에 많은 영향을 준다. 이를 정확하게 해석하기 위해서는 주파수 영역만으로는 충분한 정보를 얻을 수 없기 때문에 주파수 영역뿐만 아니라 시간 영역에서의 전파 특성도 알아야 한다.

본 논문에서는 웨이브릿 변환을 이용하여 마이크로스트립 선로에 펄스가 인가되었을 때 일어나는 신호의 왜곡 특성을 해석하였다. 웨이브릿 변환은 가변적인 시간-주파수 창을 제공하여, 고주파 영역에서는 시간

에 대한 해상도를 높이고 저주파 영역에서는 주파수에 대한 해상도를 높여준다. 또한, 신호를 어떤 시간 또는 어떤 위치에서 확대하여 그 영역 내에서의 신호의 동작을 면밀히 살펴볼 수 있다. 따라서, 분산에 의한 펄스 신호의 왜곡과 같은 시간 영역과 주파수 영역에서 많은 변화를 하는 신호를 해석하는 데 강력한 도구가 된다.

II. 웨이브릿 이론

유한 에너지를 갖는 ψ 가 아래와 같은 조건을 만족하면 ψ 를 기본 웨이브릿이라고 한다.

$$C_{\psi} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\widehat{\psi}(\omega)|^2}{\omega} d\omega < \infty \quad (1)$$

식 (1)에서 $\omega=0$ 일 때 C_{ψ} 가 무한대로 되지 않기 위해서는 $\widehat{\psi}(0) = 0$, 즉 $\int \psi(t) dt = 0$ 이어야 하므로, 이것은 ψ 가 직류 성분 없이 진동(wave)함을 의미한다. 또한 함수가 유한 에너지를 갖기 위해서는 전 구간에서 그 크기의 합이 제한된 값을 가져야 하므로, 양의 방향과 음의 방향으로 갈수록 함수의 값은 영으로 감소(let)하여야 한다. 웨이브릿(wave-let)이 되기

위해서는 이 두 조건을 동시에 만족시켜야 하며, 한 예로 Morlet 웨이브릿의 시간 영역과 주파수 영역에서 다음과 같이 정의된다[1].

$$\psi(t) = e^{j\omega_0 t} e^{-\frac{t^2}{2}} \quad (2)$$

$$\widehat{\psi}(\omega) = \sqrt{2\pi} e^{-\frac{(\omega-\omega_0)^2}{2}} \quad (3)$$

모든 웨이브릿에 대하여 연속 웨이브릿 변환은 다음과 같이 정의한다[1].

$$(W_{\psi}f)(b, a) = |a|^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \overline{\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt \quad (4)$$

식 (4)는 내적의 형태로 표현할 수 있고, Parseval 항등식을 이용하면 주파수 영역에서의 웨이브릿 변환을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} (W_{\psi}f)(b, a) &= \langle f, \psi_{b,a} \rangle = \frac{1}{2\pi} \langle \widehat{f}, \widehat{\psi}_{b,a} \rangle \\ &= \frac{a|a|^{-\frac{1}{2}}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \widehat{f}(\omega) e^{j\omega b} \overline{\widehat{\psi}(a\omega)} d\omega \end{aligned} \quad (5)$$

여기서, $\psi_{b,a}(t)$ 는 아래와 같이 정의하며, $\widehat{\psi}_{b,a}$ 는 $\psi_{b,a}(t)$ 의 푸리에 변환 형태이다.

$$\psi_{b,a}(t) = |a|^{-\frac{1}{2}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (6)$$

시간과 주파수 영역에서의 웨이브릿 변환은 각각의 영역에서 신호의 지역 정보를 알 수 있도록 해 준다. 또한, 배율(scale) 인자 a 가 변함에 따라 신호를 국부화시키는 역할을 하는 창(窓)의 넓이가 확대 또는 축소된다. 따라서, 웨이브릿 변환은 가변 시간-주파수 창을 제공하고 신호를 시간과 주파수 영역에서 해석할 수 있도록 해 준다. 배율 인자 a 는 주파수와 반비례 관계가 있으므로, a 가 1보다 작은 고주파에서는 시간 성분에 대한 해상도가 좋아지며 1보다 큰 저주파 영역에서는 주파수 성분에 대한 해상도가 좋아지는 특성이 있다. 따라서, 고주파와 저주파가 함께 존재하는 신호

를 해석하는 데 효율적인 변환이 된다.

III. 마이크로스트립 선로에서의 분산 특성

마이크로스트립의 구조는 선로의 한 쪽 면에 유전체가 존재하고 그 위의 영역은 공기와 접해 있기 때문에 선로의 동작 특성 및 해석이 복잡해진다. 마이크로스트립 선로의 구조는 그림 1과 같다.

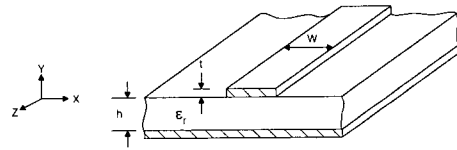


그림 1. 마이크로스트립 선로의 구조

도파로, 동축선로, 스트립 선로 등은 모든 장들이 균질한 유전체 내에 분포되어 있는 있지만, 마이크로스트립 선로는 대부분의 전자기장이 유전체 영역 안에 분포되어 있고 부분적으로 공기 영역에 존재하게 된다. 이러한 구조 때문에 공기와 유전체의 경계면에서 순수한 TEM 모드가 아닌 복합 모드가 발생하게 된다. 따라서, 위상 상수는 주파수에 대한 선형 함수가 아니며 이 결과 신호의 분산이 일어난다.

마이크로스트립 선로에서 기준점 $z=0$ 에서의 전압 또는 전계는 다음과 같이 표현된다.

$$v(t, z=0) = \begin{cases} v(t), & -T/2 \leq t \leq T/2 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (7)$$

$$V(\omega, z=0) = \int_{-T/2}^{T/2} v(t, z=0) e^{-j\omega t} dt \quad (8)$$

여기서, 식 (7)과 식 (8)는 각각 시간 영역과 주파수 영역에서 함수의 표현이며, 두 식은 푸리에 변환 쌍을 이룬다. 기준점으로부터 거리 L 만큼 떨어진 곳에서의 주파수 영역 신호는 다음과 같이 나타낸다.

$$V(\omega, z=L) = V(\omega, z=0) e^{-\gamma(\omega)L} \quad (9)$$

여기서 $\gamma(\omega)$ 는 주파수에 의존하는 전파 상수이며, 감쇠 상수 $\alpha(\omega)$ 와 위상 상수 $\beta(\omega)$ 로 구성되어 있다.

$$\gamma(\omega) = \alpha(\omega) + j\beta(\omega) \quad (10)$$

주파수에 의존하는 감쇠 상수 $\alpha(\omega)$ 를 무시한다고 가정하면 식 (9)은 다음과 같이 다시 표현할 수 있다.

$$V(\omega, z=L) = V(\omega, z=0) e^{-j\beta(\omega)L} \quad (11)$$

위 (11) 식을 푸리에 역변환 시키면 기준점에서 거리 L 만큼 떨어진 $z=L$ 에서의 펄스를 시간 영역에서 표현할 수 있다.

$$v(t, z=L) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} V(\omega, z=0) e^{j[\omega t - \beta(\omega)L]} d\omega \quad (12)$$

무손실 선로에서 위상 상수 $\beta(\omega)$ 는 다음과 같다.

$$\beta(\omega) = \omega \sqrt{\mu\epsilon(\omega)} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_{eff}(\omega)} \quad (13)$$

여기서 μ 는 투자율, ϵ 은 유전 상수, c 는 공기 중에서의 빛의 속도이고, ϵ_{eff} 는 유효 유전 상수이며 주파수에 대한 함수이다. 유효 유전 상수가 주파수에 대해 다른 특성을 가짐에 따라 넓은 주파수 영역을 갖는 신호에서는 서로 다른 주파수 성분들이 다른 위상 속도를 갖기 때문에 신호의 분산을 야기시켜 왜곡이 일어나게 된다.

유효 유전 상수의 정확한 해석을 위해서는 fullwave 해석을 필요로 하지만, 계산량을 줄이면서 closed-form 해를 제공하는 여러 기법들이 연구되어 왔다[2,3]. Atwater[4]는 여러 모델에서 제시한 방법의 계산 값과 측정값의 오차를 비교하였다. Pramanick과 Bhartia[9]이 제안한 유효 유전 상수에 대한 모델은 정확도도 뛰어나면서 수식이 간결하여 많이 적용되고 있으며, 식 (14)과 같이 표현된다.

$$\epsilon_{eff} = \epsilon_r - \frac{\epsilon_r - \epsilon_{eff}(0)}{1 + \frac{\epsilon_{eff}(0)}{\epsilon_r} \left(\frac{f}{f_i}\right)^2} \quad (14)$$

이 때, f_i 는 다음과 같이 정의한다.

$$f_i = \frac{Z_0}{2\mu_0 h}$$

여기서, ϵ_r 은 기판의 비유전율, $\epsilon_{eff}(0)$ 는 주파수가 영일 때의 유효 상대 유전 상수, h 는 유전체 기판의 두께, Z_0 는 마이크로스트립 선로의 특성 임피던스, μ_0 는 자유 공간에서의 투자율이다. $\epsilon_{eff}(0)$ 와 Z_0 는 비유전율 ϵ_r 와 유전체 두께 h 및 선로의 폭과 유전체 두께의 비 W/h 에 의존하는 함수이다[1].

IV. 수치해석 및 결과

신호의 왜곡 특성은 위상 상수 또는 유효 유전 상수의 주파수에 따른 분산으로 인해 크게 좌우된다. 또한 입력되는 신호의 형태에 따라 그 변화의 정도가 다르게 나타난다. 신호의 왜곡 형태를 변화시키는 파라미터로는 펄스의 모양과 폭, 유전체 기판의 비유전율, 전송 선로의 폭과 유전체 두께의 비, 전송 선로의 길이 등이 있다.

본 논문에서는 웨이브릿 변환을 이용하여 신호의 왜곡 특성을 해석한다.

그림 2는 $W/h = 1$, 거리 $L = 1.24$ cm 일 때, 비유전율의 변화에 대한 펄스의 분산 특성을 비교하였다. 각각 유전율의 값은 각각 2.5와 10.2로 선택하였으며, 유전율이 커지면 펄스의 지연 시간이 길어지고 왜곡도 심한 것을 알 수 있다.

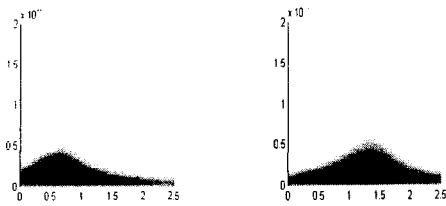


그림 2 비유전율의 변화에 따른 펄스 왜곡

그림 3은 유전율 ϵ_r 은 2.5, 거리 $L = 1.24$ cm 일 때, W/h 값이 각각 1보다 작을 때와 1보다 클 때를 비교한 것이다. 그림에서와 같이 선로 폭과 유전체 두께의 비가 클수록 신호 지연 및 왜곡 현상이 심해짐을 알 수 있다.

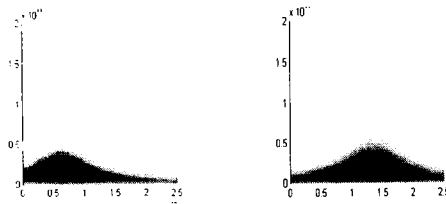


그림 3 W/h 비의 변화에 따른 펄스 왜곡

그림 4는 유전율 ϵ_r 이 2.5이고 W/h 가 일정할 때, 거리의 변화에 따른 펄스의 분산을 비교하였다. W 는 1.06mm, h 는 0.381mm인 경우 거리가 각각 1.24cm, 5cm일 때를 비교하였으며, 파가 진행함에 따라 더 왜곡됨을 확인할 수 있다.

또한 주파수 영역 측면에서 보면, 저주파 대역에 많은 값들이 집중되어 있고 고주파 대역으로 갈수록 신호가 사라져 가는 가우시안 신호의 특성을 나타내는 것을 확인할 수 있다.

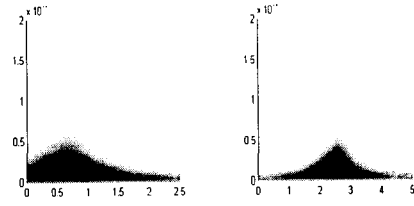


그림 4 전송 거리의 변화에 따른 펄스 왜곡

V. 결론

본 논문에서는 마이크로스트립 선로에서 발생하는 과도 신호의 분산 특성을 연속 웨이블릿 변환을 이용하여 해석하였다. 웨이블릿 변환은 시간 영역과 주파수 영역에서 동시에 해석할 수 있으며, 각각의 영역에서의 신호를 국부화할 수 있는 특성이 있다. 또한 가변적인 시간-주파수 창을 가지고 있어 고주파 대역에서는 시간 영역에 대한 좋은 해상도를, 저주파 대역에서는 주파수 영역에 대한 좋은 해상도를 얻을 수 있다. 따라서, 저주파 신호와 고주파 신호를 동시에 지니고 있는 신호를 해석하는 데 매우 효율적인 방법이다.

< 참고 문헌 >

- [1] C. K. Chui, *An Introduction to Wavelets*, Academic Press 1992
- [2] P. Pramanick and P. Bhartia, "An accurate discription of dispersion in microstrip," *Microwave J.*, pp. 89-96. Dec. 1983
- [3] Kirschning, M., and R. H. Jansen, "Accurate Model for Effective Dielectric Constant of Microstrip and Validity up to Millimeter-wave Frequencies," *Electron. Lett.*, vol. 18, pp. 272-273. March 18, 1982.
- [4] Atwater, H. A., "Tests of Microstrip Dispersion Formulas," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-36, pp. 619-621. March 1988.