

AWGN 채널에서 보간기를 이용한 QAM 방식에 대한 심볼동기회로 설계

박 범 대*, 오 동 진**, 김 철 성*

* 전남대학교 컴퓨터공학과

** 전남대학교 전기공학과

전화 : (062) 530-0796 / 팩스 : (062) 530-1809

Design of a Symbol Timing Recovery of QAM Using the Interpolation in AWGN channel

Bum-Dae Park*, Dong-Jin Oh**, Cheol-Sung Kim*

* Dept. of Computer Eng., Chonnam National Univ.

** Dept. of Electrical Eng., Chonnam National Univ.

E-mail : chskim@chonnam.chonnam.ac.kr

Abstract

This paper deals with a design of a symbol timing recovery circuit of QAM using the interpolation in AWGN channel. To reduce timing jitter and the amount of processing data, we employ MGA (Modified Gardner Algorithm) as a symbol timing error detector which is called NDA (Nondecision Directed Algorithm). We show the characteristics (S-curve and the variance) of timing error detector with the roll-off factor of a shaping filter, which are compared with GA. Also, we compare the BER curve of interpolation method with that of ideal case. The performance of the STR is shown to be close to that of ideal case. This result shows that this method can be useful to implement symbol timing recovery circuit for multi-level modulation.

I. 서론

디지털 수신기에서 심볼동기회로는 수신신호의 표본화 기준시간을 제공하기 때문에 매우 중요하다. 한편 표본화 주파수를 제공하는 발진기의 주파수 제어방식에 따라 수신기의 구조에도 영향을 미친다. 수신기 구조를 보다 디지털화된 구조로 설계하기 위해서는 아날로그 부분을 간단히 하고 디지털 부분에서 모든 과정을 처리하게 하는 방법이 요구된다. 이러한 방식을 만족할 수 있는 구조중의 하나로 고정 주파수 발진기를 사용하는데 주파수 제어회로가 없으므로 아날로그 부분이 간단해진다. 먼저 수신신호의 표본값을 가지고

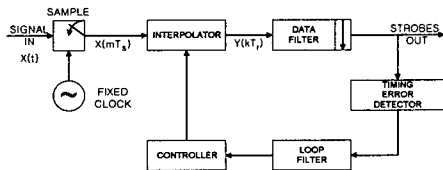
반송파 주파수와 위상오차를 추정 및 제거하며, 심볼 시간오차를 추정하여 전송된 신호를 복원한다. 반면 비동기화된 표본값을 이용하여 동기과정과 데이터 결정과정 등을 수행하기 때문에 보다 많은 연산을 처리할 수 있는 디지털 하드웨어가 요구되는데, VLSI 기술 발달에 따른 프로세서처리능력의 비약적인 발전에 힘입어 이러한 제한사항은 적은 비용으로 구현 가능하다. 이 구조를 가능하게 하는 방법으로 보간기를 이용하는 데 표본값을 바탕으로 두 표본값의 사이값을 계산하는 보간기의 출력값은 심볼시간오차에 따라 추정된 값이며, 비이상적인 보간 필터의 영향에 의해 추정된 값은 실제 전송된 신호의 표본값과 오차나 편이가 발생하게 된다. 이 영향을 줄이기 위해 최소자승평균오차에 기초한 최적 필터 설계에 관한 연구가 발표되었는데 이 연구는 Mueller-Müller algorithm과 BPSK 변조방식에 대해 적용한 결정지향 방식의 심볼동기회로에 대한 결과이다[1]. 본 연구에서는 QAM 변조방식의 심볼동기에 관한 연구를 수행하는데 심볼 타이밍 오차 검출기로 QAM 방식에 적용 가능한 비결정지향 방식인 modified Gardner 알고리즘을 적용하였다.

II. 보간법을 이용한 Feed-forward 심볼 타이밍 복원

수신기에서 심볼 타이밍은 수신신호의 심볼에 동기화되어야 하는데 국부 클럭의 위상을 조절하는 피드백 루프(feedback loop)와 입력신호로부터 타이밍 파형을 재생시키는 feed-forward loop에 의해 구현된다. 메시지 데이터(Message data)는 스트로브(strobe)에서 복원되며, 스트로브 타이밍은 심볼의 최적 검출을 위해 조절된다. 디지털 신호처리 기술에 의한 모뎀 구현은

신호 표본화(sampling)가 필수이며, 일반적으로 수신신호의 심볼율(symbol rate)에 표본화기가 동기화 된다. 한편 동기화 되지 못한 경우, 수신 타이밍을 조절하는 방법으로 비동기 표본값으로부터 보간을 이용하여 올바른 스트로브를 생성할 수 있다.

<그림2-1>의 피드백 타이밍 복원에 대해서 시간에 연속인 기저대역 QAM신호 $x(t)$ 가 수신되고 대역제한 되었을 때, 이 신호는 T_s 간격으로 균일하게 표본화되며, 타이밍오차에 따른 보간값(interpolants)을 계산하는 데 이용된다. 데이터 필터는 타이밍 복원에 사용되는 스트로브를 계산하기 위해 보간값을 사용하고, 스트로브율에 따라 보간기의 출력에서 정해진 비율에 맞추어 표본값의 수를 줄여 계산 부하를 줄인다.



<그림 2-1> 디지털 타이밍 복원회로의 구성요소

시간에 대해 연속인 보간 필터의 임펄스 응답 (impulse response)이 $h_i(t)$ 일 때, 필터 출력은

$$y(t) = \sum_m x(m)h_i(t - mT_s) \quad (2-1)$$

$t=kT_i$ 에서 $y(t)$ 의 표본값을 취했을 때의 보간값은

$$y(kT_i) = \sum_m x(mT_s)h_i(kT_i - mT_s) \quad (2-2)$$

일반적으로 T_i/T_s 는 무리수이고, 표본화율과 심볼전송율의 비는 약분되지 않는다.

디지털적으로 계산된 보간값은 아날로그 시스템에서 행해진 것과 동일한 값을 가진다. 보간값은 3가지 정보로부터 계산될 수 있다.

- (1) 입력시퀀스($x(m)$)
- (2) 보간기 필터의 임펄스응답 $h_i(t)$
- (3) 입력과 출력 표본화 값의 시간점 mT_s 와 kT_i

보다 유용한 형태의 식을 구하기 위해 몇 가지 인자를 정의하고자 한다.

m 은 신호 index이고, 필터 index는

$$i = \text{int} [kT_i/T_s] - m \quad (2-3)$$

basepoint index를 정의하면

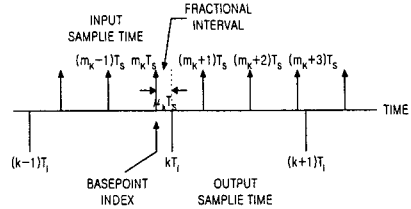
$$m_k = \text{int} [kT_i/T_s] \quad (2-4)$$

fractional index는

$$\mu_k = kT_i/T_s - m_k \quad (2-5)$$

(where $0 \leq \mu_k \leq 1$)

타이밍 관계는 <그림2-2>과 같다.



<그림2-2> SAMPLE TIME RELATIONS

식 (2-2)의 함수 인자는 $m = m_k - i$, $(kT_i - mT_s) = (i + \mu_k)T_s$ 이 되고, 보간값은 $kT_i = (m_k + \mu_k)T_s$ 에서 계산된다. 따라서 식(2-2)은 아래와 같이 다시 쓸 수 있다.

$$y(kT_i) = y[(m_k + \mu_k)T_s] = \sum_{i=1}^{I_2} x[(m_k - i)T_s]h_i[(i + \mu_k)T_s] \quad (2-6)$$

보간 필터를 FIR(Finite Impulse Response)로 구현하면 보간값을 계산하기 위해 사용되는 디지털 필터는 $I_2 - I_1 + 1$ 개의 탭들을 갖는다. 대부분 보간범에서 T_i/T_s 는 유리수이나 실제에서 심볼율은 독립되고, 고정된 표본화 시간과 거의 대부분 일치되지 않는다. T_i 와 T_s 가 무리비를 가질 때, μ_k 는 무리수이고, 각각의 보간값에 대해 값이 변하므로 μ_k 값은 순환되는 값을 가지지 못한다. 만약 T_i 가 T_s 에 거의 같은 값을 갖는다면 μ_k 값은 매우 천천히 변하게 된다. T_s 와 T_i 가 같지 않고 나누어 떨어지면 μ_k 값은 주기적으로 반복될 것이다.

III. 보간 필터 설계

보간 필터는 비동기된 입력 표본값으로부터 동기화된 표본값을 얻기 위해 사용된다. 그리고 심볼 검출 과정을 표본화율이 입력되는 신호의 심볼전송율에 동기화된 통상적인 디지털 수신기에서처럼 동기화된 표본값으로부터 수행된다.

보간 필터의 설계는 보통 싱크(sinc) 함수와 같은 연속시간 함수나 다항식으로는 행해지지만 수신기 출력에서 자승 평균 오차나 타이밍 추정 오차를 최소화하는 관점에서는 최적화 되어있지 않다. 부분 쌍곡선(piecewise parabolic) 보간 필터를 출력 비트 에러율이 최소화되는 측면에서 최적화 하는 방법에 대한 연구가 있었지만 그 설계는 여러 인자 중에서 하나의 인자에 대해서만 최적화 되었으며, 더구나 이 필터는 타이밍 추정에서 편이를 유발한다.

표본화율 변환을 위한 최적 보간 필터의 설계에 대해 다른 많은 논문이 있지만 잡음과 통신시스템에 발

생하는 타이밍 추정 오차는 고려하지 않았다. 보간된 표본값은 보간 필터의 비이상적인 특성 때문에 실제 동기화된 표본값과 다르다.

정확한 타이밍 오차가 추정기로부터 제공된다하여도 이러한 왜곡은 심볼타이밍 복원 프로세스의 성능에 영향을 준다. 그 영향은 타이밍 에러 검출기 출력에 편이 함을 야기한다.

Bucket & Moeneclaey는 비이상적인 보간법이 타이밍 오차 검출기의 출력값에 편이 함을 야기함을 보였고, 이를 제거하기 위해 좁은 대역폭의 루프 필터를 이용하여 편이함에 의해 발생하는 낮은 주파수의 스펙트럼 억제하는 방법을 제안하였다[1]. 그러나 이 방식은 스펙트럼이 0 주파수에 접근할 때 구현이 어려운 단점이 있다. 여기서는 수신기 출력에 대한 자승 오차 측면의 표현을 기술하고 성능을 고찰한다.

채널은 고정된 지연을 가지는 백색 가우시안 잡음 채널로 모델화 하고, 정합 필터를 통하는 수신 신호 $r(t)$ 은 주기 T_s 의 고정된 클럭에 의해 표본화된다. 심볼 주기 T 는 표본화 클럭과 독립이므로 T/T_s 는 통상적으로 무리비를 갖는다.

정합 필터 $m(t)$ 은 Nyquist criterion을 만족하는 전체적인 기저대역 임펄스 응답 형태를 갖는다.

전송된 심볼 $\{a_k\}$ 의 수열에 대해 표본화기 앞단의 수신 신호는 다음과 같다

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k g(t - kT - \tau) + n(t) \quad (2-10)$$

τ 는 채널지연, $g(t)$ 는 전체 기저대역 임펄스 응답, $n(t) = m(t) * w(t)$ 는 알려진 전력 스펙트럼 밀도를 갖는 잡음이다.

a_k 를 복원하기 위해 고정된 클럭에 의한 표본값 $x(mT_s)$ 로부터 $t=kT+\tau$ 에서의 $x(t)$ 의 표본값을 구해야 하는데 심볼 타이밍 $t=kT+\tau$ 는 $(m_k + \mu_k)T_s$ 로 추정된다. 여기에서 m_k 는 정수이고, μ_k 는 0과 1 사이의 값을 갖는다. 보간에 의해 구한 $x(kT+\tau)$ 는 다음과 같다.

$$x_i((m_k + \mu_k)T_s) = \sum_{l=-N_1}^{N_2} h_{\mu_k}(l) x((m_k - l)T_s) \quad (2-11)$$

$h_{\mu_k}(l)$ 는 μ_k 에 대한 보간필터이고, $x_i(t)$ 에서 첨자 i 는 보간된 값을 의미한다. 보간된 값 $x_i[(m_k + \mu_k)T_s]$ 와 $x(kT+\tau)$ 는 잡음 $n(t)=0$ 인 경우에도 보간필터의 비이상적인 특성과 심볼타이밍 추정오차 때문에 일치하지 않는다. 심볼타이밍 추정오차 e_k 는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$e_k T = (m_k + \mu_k)T_s - (kT + \tau) \quad (2-12)$$

식(2-10)과 식(2-12)로부터 식(2-11)을 정리하면

$$x_i[(m_k + \mu_k)T_s] = \sum_{j=-\infty}^{\infty} a_{k-j} \hat{g}_j(e_k) + \hat{n}_k \quad (2-13)$$

단,

$$\hat{g}_j(e_k) = \sum_{l=-N_1}^{N_2} h_{\mu_k}(l) g(jT - \mu_k T_s + e_k T - lT_s) \quad (2-14)$$

$$\hat{n}_k = \sum_{l=-N_1}^{N_2} h_{\mu_k}(l) n((m_k - l)T_s) \quad (2-15)$$

벡터형으로 표시하면,

$$\hat{g}_j(e_k) = G_j^t(e_k) \mathbf{h} \quad (2-16)$$

$$\hat{n}_k = N^t \mathbf{h} \quad (2-17)$$

$$G_j(e_k) = \begin{pmatrix} g(jT - \mu_k T_s + e_k T + N_1 T_s) \\ g(jT - \mu_k T_s + e_k T + (N_1 - 1)T_s) \\ \vdots \\ g(jT - \mu_k T_s + e_k T - N_2 T_s) \end{pmatrix} \quad (2-18)$$

$$N = [n(m_k + N_1) \ n(m_k + N_1 - 1) \ \dots \ n(m_k - N_2)]^t \quad (2-19)$$

$$\mathbf{h} = [h_{\mu_k}(-N_1) \ h_{\mu_k}(-N_1 + 1) \ \dots \ h_{\mu_k}(N_2)]^t \quad (2-20)$$

수신기 출력에서 자승평균오차(Mean Square Error)를 살펴보면 다음과 같다.

$$MSE(e_k) = E(a_k - x_i((m_k + \mu_k)T_s))^2 \quad (2-21)$$

$$= E \left\{ \left(a_k - \sum_{j=-\infty}^{\infty} a_{k-j} G_j^t(e_k) \mathbf{h} - N^t \mathbf{h} \right)^2 \right\} \quad (2-22)$$

$$= K \left[1 - 2 G_0^t(e_k) \mathbf{h} + \mathbf{h}^t \left(R_{NN} + \sum_{j=-\infty}^{\infty} G_j(e_k) G_j^t(e_k) \right) \mathbf{h} \right]$$

$$\frac{\partial(MSE(e_k=0))}{\partial \mathbf{h}} \text{로부터 } \mathbf{A} \mathbf{h}_{opt} = G_0(0)$$

$$\text{단, } \mathbf{A} = R_{NN} + \sum_{j=-\infty}^{\infty} G_j(0) G_j^t(0)$$

IV. 모의실험

Gardner 알고리즘(GA)은 BPSK/QPSK를 고려하여 고안된 영점교차검출방법으로 QAM 같은 다진폭 변조 방식 심볼동기회로의 타이밍오차 검출방식으로 적용하기에는 데이타에 의한 타이밍 지터가 매우 심하다. 따라서 이를 줄일 수 있는 방식으로 주위심볼의 샘플값으로부터 영점 통과방식을 적용할 수 있도록 보상을 하는 방법중에 하나가 modified GA 방식[2]으로 본 실험에서 이 방식을 QAM에 대한 타이밍오차 검출기로 적용하여 실험을 하였다. <그림3-1>에 GA방식과 MGA 방식의 타이밍 율셋에 따른 S-curve와 분산을 roll-off factor에 따라 보였다. 여기서 GA방식에서는 분산이 크게 나타나지만 MGA 방식에서는 분산이 적게 나타남을 알 수 있다. <그림3-2>는 이상적인 경우의 심볼에러율과 보간필터를 이용하여 심볼동기를 수행하여 구한 심볼에러율의 결과를 보여주고 있다. 모의실험결과는 이상적인 경우에 매우 근접함을 볼 수 있어 만족할 만한 결과라고 할 수 있다.

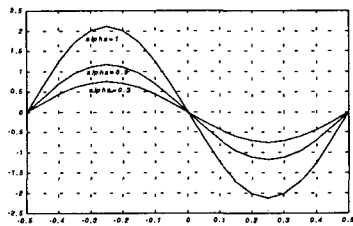
V. 결 론

본 논문에서는 심볼 동기회로에 보간기를 이용한 Feed-forward 동기회로에 대해 살펴보았다. 타이밍오차 검출기로는 NDD방식에 적합한 GA방식을 고려하였는데 QAM방식에서 타이밍 지터가 심한 문제가 있어 이를 줄일 수 있는 수정된 GA 방식을 사용하였다. 실험결과 만족할 만한 결과를 얻어 향후 무선통신 수신기의 심볼 동기설계에 활용될 수 있을 것으로 생각한다.

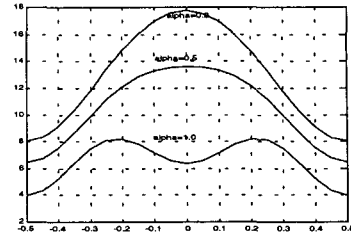
한국과학재단 지정 전남대학교 고품질 전기전자 부품 및 시스템 연구센터의 연구비 지원에 의해 연구되었음

참고문헌

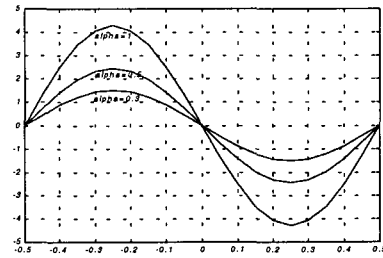
- [1] Daeyoung Kim, Madihally J. Narasimha, "Design of Optimal Interpolation Filter for Symbol Timing Recovery," IEEE Trans. Commun. Vol. 45, No. 7, pp.877-884, July 1997.
- [2] Jai Chul Song & Hyung Jin Choi, "The Performance of Symbol Timing Algorithm for Multi-level Modulation Scheme," VTC '96, pp.1883-1887, 1996.
- [3] Floyd M. Gardner, "Interpolation in Digital Modems-Part I: Fundamentals," IEEE Trans. Commun. Vol. 41, No. 3, pp.501-507, March 1993.
- [4] Meyr, Moeneclaey, Fechtel, *Digital Communication Receivers*, Wiley Interscience, 1998.
- [5] Ifeachor & Jervis, *Digital Signal Processing*, Addison-Wesley, 1993.
- [6] Webb & Hanzo, *Modern Quadrature Amplitude modulation*, Pentech press & IEEE press, 1994.
- [7] 최형진, *동기방식 디지털 통신*, 교학사, 1995.



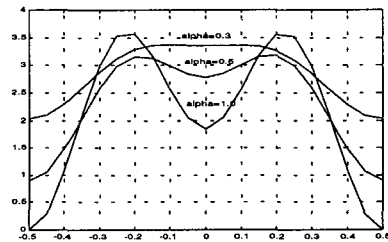
(a)



(b)

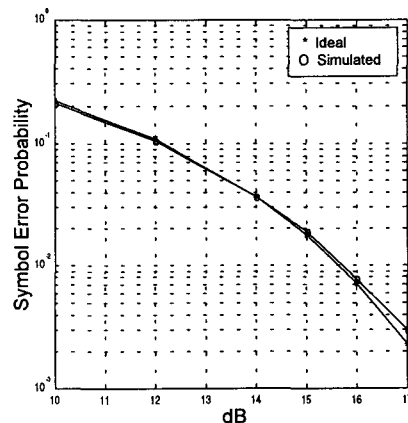


(c)



(d)

<그림 3-1> GA와 MGA의 타이밍 옵셋에 따른 S-curve(a)(c)와 분산(b)(d)



<그림 3-2> 보간필터를 이용한 수신데이터의 Symbol error Probability