

W-CDMA 신호의 통계적 특성에 대한 수학적 모델에 관한 연구

*정철수, *김형진, **부수일, *김철성

*전남대학교 컴퓨터공학과

**서남대학교 의용공학과

E-mail : chskim@chonnam.chonnam.ac.kr

On the Mathematical Model for the Statistics of W-CDMA Signals

*Cheol-Soo Jeong, *Hyung-Jin Kim, **Su-Il Boo, *Cheol-Sung Kim

*Dept. of Computer Engineering, Chonnam National University

**Dept. of Medical Engineering, Seonam University

Tel : 062-530-1797

Fax : 062-530-1809

E-mail : chskim@chonnam.chonnam.ac.kr

Abstract

This paper proposes a mathematical model for the statistics of the W-CDMA signals with different bandwidth. Based on the statistics of numerically generated signals, a mathematical model is obtained such as Rayleigh, Rician, and Maxwell distribution. We employ Chi-square test to verify the fitness of the mathematical model with signal statistics. The results show obviously that the new proposed model is useful for representing W-CDMA signals.

1. 서론

최근 셀룰러 무선시스템의 응용분야에서 많은 관심을 끌고 있는 광대역 CDMA(Wideband CDMA)방식은 넓은 확산 대역폭을 사용함으로써 고속 전송율을 요구하는 IMT-2000과 같은 제 3세대 무선통신 시스템을 유연성 있게 지원할 수 있다는 장점을 갖고 있다.[1] 이러한 이유로 서로 다른 대역폭을 갖는 W-CDMA방식의 성능분석에 관한 연구가 활발히 진행중이다.[2][3] 그러나 다양한 대역폭과 채널 모델들에 대한 타당한 수학적 모델이 부족하여 성능분석 과정이 매우 복잡하고 많은 시간을 요하게 된다. 따라서 본 연구에서는 서로 다른 대역폭을 갖는 W-CDMA 신호들의 통계적인 특성을 수학적인 형태로 모델화 하고자 한다.

W-CDMA 시스템의 분석을 위해서 먼저 채널 모델에 대한 설정이 필요하므로 2절에서는 광대역 채널 모델링을 살펴보고, 광대역 다중 경로 채널 상에서의 비동기 W-CDMA 신호를 해석한다. 그리고 3절에서는 컴퓨터 모의실험을 통해서 채널 환경과 대역폭의 변화

에 따른 시스템의 성능을 분석한다. 4절에서는 수신된 CDMA 신호의 통계적 특성을 수학적으로 모델화하고 Chi-square를 통하여 그 신뢰성을 검증한다.

2. 다중경로 채널에서의 W-CDMA

일반적으로 광대역 다중경로 채널은 식(1)과 같이 선형필터로 표현된다.

$$h(t) = \sum_{l=0}^{L-1} a_l \delta(t-t_l) e^{j\theta_l} \quad (1)$$

여기서 a_l 은 경로세기, t_l 은 시간지연, 그리고 θ_l 은 위상천이를 나타낸다.[4][5]

여러 경로들의 위상 θ_l 은 상호 독립적인 랜덤 변수로써 $(0, 2\pi]$ 구간에서 uniform 분포를 갖고 경로세기 a_l 은 Rayleigh 분포를 갖는다고 가정한다.

그런데 대역폭이 넓은 시스템은 대역폭이 좁은 시스템에 비해서 시간 분해능이 짧기 때문에 협대역 채널 모델에 기반을 두고 광대역 시스템을 해석하기는 어렵다. 그러므로 본 연구에서는 채널 대역폭을 전형적인 10MHz로 가정하고 대역폭이 10MHz보다 작거나 같은 대역폭을 갖는 경우의 CDMA 시스템에 대하여 분석한다.

W-CDMA 신호를 해석하기 위해서 수신된 전체 신호는 K 개의 DS신호의 합으로 구성되고 각각은 서로 비동기적이라고 가정한다. 또한 코히어런트 BPSK변조 방식과 완벽한 전력제어와 동기화를 가정한다.

k번째 전송된 신호는 식(2)와 같다.

$$s_k(t) = m_k(t) c_k(t) \exp(j\omega_o t) \quad (2)$$

여기서 $m_k(t)$ 와 $c_k(t)$ 는 각각 k번째 사용자의 데이터와 확산코드를 나타낸다. 그리고 전체 수신신호 $r(t)$ 는

$$r(t) = \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{l=0}^{L-1-k} m_k(t-\tau_{k,l}) c_k(t-\tau_{k,l}) \times \exp[j\{w_0(t-\tau_{k,l}) + \theta_{k,l}\}] + n(t) \quad (3)$$

$$= Q\left(\frac{S}{\sqrt{\text{Var}[I] + \text{Var}[N]}}\right) \quad (9)$$

와 같고, 여기서 K는 전체 사용자 수이고 L은 다중경로 수이며, $n(t)$ 는 가산성 가우시안 잡음을 나타낸다.

원하는 사용자로부터의 신호는 $k=0$, 그리고 $k=1, 2, \dots, K-1$ 는 그 외 사용자들로부터의 신호를 의미한다. 또한 $l=0$ 은 첫 번째 도착한 신호를 그리고, $l=1, 2, \dots, L-1$ 은 그 외의 다중경로 신호들이다. 그리고 $\tau_{k,l}$ 은 사용자 k 의 l 번째 신호의 지연 시간을, $\theta_{k,l}$ 은 사용자 k 의 l 번째 위상천이를 나타낸다.

전형적인 상관기의 출력은 다음 식(4)와 같다.

$$Z(T) = \text{Re}\left[\int_0^T 2r(t)c_0(t)\cos(w_0t + \theta_0)dt\right]$$

$$= \text{Re}\left[\int_0^T 2\{s_0(t) + s_i(t) + n(t)\}c_0(t)\cos(w_0t + \theta_0)dt\right]$$

$$\equiv S + I + N \quad (4)$$

$Z(T)$ 의 통계적 특성을 구하기 위해서 $Z(T)$ 의 각 성분 S, I, N의 통계적 특성을 분석해야 한다. 먼저 원하는 사용자의 신호 S의 통계적 특성을 살펴보면, S에 관한 식(5)를 유도할 수 있다.[2]

$$S = |R| = \left| \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{a}_{0,l} \exp(j\tilde{\phi}_{0,l}) R_c(\tau_{0,l}) \right| \quad (5)$$

경로세기 $a_{0,l}$ 은 Rayleigh 분포를 따른다고 가정하면 신호세기 $a_{0,l}$ 는 $\tilde{a}_{0,l} A e^{-j\delta\theta}$ 으로 대체하여 식(6)과 같이 표현 할 수 있다.

$$S = \left| \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{a}_{0,l} A e^{-j\delta\theta} \exp(j\tilde{\phi}_{0,l}) R_c(\tau_{0,l}) \right| \quad (6)$$

여기서 $a_{0,l}$ 은 정규화된 Rayleigh 분포의 랜덤 변수이고, A는 $a_{0,l}$ 의 평균치, δ 는 감소 경사도(decreasing slope)이다. 식(5)와 (6)에서 \sim 는 랜덤 변수의 표기이다.

모든 다중경로 성분을 이용하기 위해서 최대 결합비다이버시티 수신기를 사용한다고 하면 신호 S의 통계적 특성에 대한 식은 다음과 같이 변환될 수 있다.

$$S = \sum_{i=1}^M G_i S_i \quad (7)$$

여기서 G_i 는 i 번째 가지의 이득으로 신호전압 대 잡음과 간섭 전력의 비로써 다음 식으로 주어진다.[6]

$$G_i = K \frac{S_i}{N} \quad (8)$$

보통 MAI는 가우시안으로, 그리고 잡음은 가산성 가우시안 잡음으로 알려져 있다.[7][8] 또한 주어진 S에 대한 에러 확률과 평균 에러 확률은 다음과 같다.

$$P(\text{error}|S) = Q\left(\frac{E[Z(T)|S]}{\sqrt{\text{Var}[Z(T)|S]}}\right)$$

$$P_e = \int P(\text{error}|S)p(S)dS \quad (10)$$

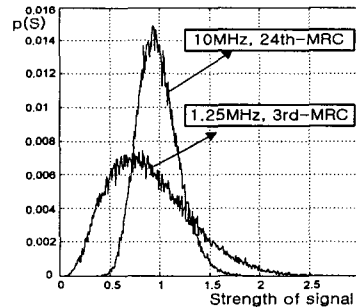
식(6)에서 L이 크면, S는 많은 랜덤변수들의 복소합의 절댓치가 된다. S의 pdf, $p(S)$ 에 대한 이론적인 유도대신에 난수 발생기를 이용하여 S를 수치적으로 발생시켜 $p(S)$ 를 구하고, 이런 S의 통계적 특성을 이용하여 식(10)의 에러확률을 수치적으로 유도 할 수 있다.

3. 컴퓨터 모의실험

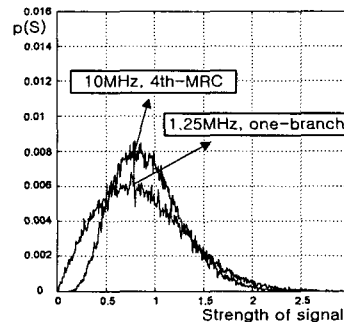
성능을 비교 평가하기 위해서 두 개의 다른 채널 환경과 네 개의 대역폭을 고려한다. 두 개의 채널환경에 대한 가정은 다음과 같다.

- 1) 도심지역 : Max. excess delay=2.3[sec], $\delta = 0.3$
 - 2) 교외지역 : Max. excess delay=0.3[sec], $\delta = 1$
- 그리고 대역폭은 1.25MHz, 2.5MHz, 5MHz, 10MHz의 네 경우를 고려한다.

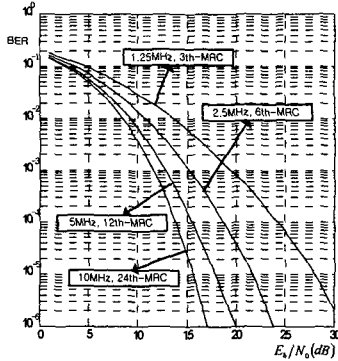
식(6)을 이용하여 S를 수치적으로 발생시켜 각 채널 환경에 대해서 CDMA 신호들의 $p(S)$ 를 구하여 그 결과를 [그림 1]과 [그림 2]에 도시하였다. 그리고 서로 다른 환경 하에서 비트 오율을 수치적으로 계산하여 [그림 3]과 [그림 4]에 도시하였다.



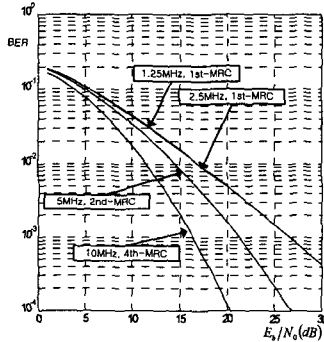
[그림 1] 도심지역에서 다른 대역폭 시스템의 pdf



[그림 2] 교외지역에서 다른 대역폭 시스템의 pdf



[그림 3] 도심지역에서 대역폭 변화에 따른 비트오율



[그림 4] 교외지역에서 대역폭 변화에 따른 비트오율

4. 신호의 통계적 특성에 따른 수학적 모델

지금까지 대역폭의 변화에 따른 수신 신호의 통계적 특성과 각 경우의 성능을 비교 평가하였다. 그러나 그것은 매우 복잡한 계산이 요구되고, 많은 시간이 소요된다. 만일 수학적 모델을 이용하여 수신 신호의 통계치를 표현한다면, 매번 수신 신호를 생성하지 않고 쉽게 CDMA 시스템들의 성능 평가를 이룰 수 있을 것이다.

수치적으로 수신 신호의 통계적 특성을 발생시켜서 이로부터 수신 신호의 수학적 모델을 만들 수 있다. 이 수학적 모델의 타당성을 검증하기 위해 신뢰도 0.99의 Chi-square 테스트를 이용한다. Chi-square 테스트는 가설 검증 테스트중의 하나로써 식(11)과 같이 정의된다.[9]

$$q = \sum_{i=1}^m \frac{(k_i - m_i)^2}{m_i} \quad (11)$$

수치적으로 발생된 통계치를 살펴보면, 이들의 특성이 Rayleigh 분포, offset-Rician 분포, offset-Maxwell 분포와 유사한 특성을 보임을 알 수 있다. 즉, Rayleigh 분포는 시골지역 협대역 CDMA에 적합하고, Rician 분포는 도시지역 협대역 CDMA에 적합하며, offset-Rician과 offset-Maxwell 분포는 광대역 CDMA에 적합함을 알 수 있다.

[그림 1]과 [그림 2]를 살펴보면 시작점의 기술키가 Rayleigh 나 Rician 분포와 일치하지 않기 때문에 광대역 CDMA를 위해 이와 잘 부합되는 Maxwell 분포를 사용했다.

Maxwell 분포는 자유도 3인 Chi 분포의 특수한 경우로 식(12)와 같이 정의된다.

$$f_x(x) = \sqrt{2/\pi} x^2 e^{-x^2/2} U(x) \quad (12)$$

[표 1]과 [표 2]는 Chi-square 테스트를 만족하는 두 환경에서 대역폭에 따른 수학적 pdf 모델을 보여 준다. 이 모델은 단위 전력으로 정규화 되었다.

표에서 K-factor는 deterministic 신호 전력과 Rician 분포의 분산과의 비율이다.

Rician 분포의 K-factor는 식(13)과 같다.

$$K(dB) = 10 \log \frac{A^2}{2\sigma^2} (dB) \quad (13)$$

σ^2 은 두 개의 독립적인 가우시안 랜덤변수의 공통 분산이고, A^2 은 noncentrality 파라미터로 $A = m_1^2 + m_2^2$ 로 정의된다. 여기서 m_1 과 m_2 는 독립적이 두 개의 가우시안 랜덤 변수 각각의 평균이다.

이 개념을 Maxwell 분포에 적용하면 K-factor는 식(13)으로 표현되고, $A = m_1^2 + m_2^2 + m_3^2$ 이다. m_1, m_2, m_3 는 독립적인 세 개의 가우시안 랜덤 변수 각각의 평균이다.

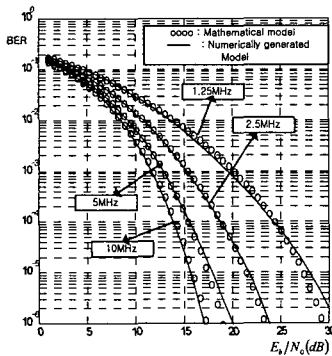
[표 1] 도심지역의 신호 통계치의 수학적 모델

도심지역					
B.W	분포형태	Offset	K-factor	Mean	var
1.25MHz	Rician	0.09	-5dB	0.91	0.17
2.5MHz	Maxwell	0.16	-5dB	0.94	0.11
5MHz	Maxwell	0.33	0.5dB	0.97	0.06
10MHz	Maxwell	0.42	3.2dB	0.98	0.04

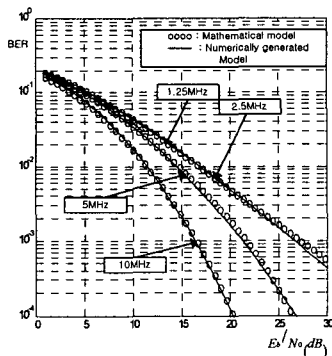
또한 수치적으로 발생된 모델의 비트 오율과 본 연구에서 제안한 수학적 모델의 비트 오율을 비교 평가하여 [그림 5]와 [그림 6]에 도시하였다.

[표 2] 도심지역의 신호 통계치의 수학적 모델

교외지역					
B.W	분포형태	Offset	K-factor	Mean	var
1.25MHz	Rayleigh	·	·	0.89	0.21
2.5MHz	Rayleigh	·	·	0.89	0.22
5MHz	Rician	0.06	-6dB	0.90	0.19
10MHz	Maxwell	0.11	-4dB	0.94	0.12



[그림 5] 도심 지역의 수치적으로 생성된 모델과 수학적 모델의 BER 비교



[그림 6] 시골 지역의 수치적으로 생성된 모델과 수학적 모델의 BER 비교

5. 결론

본 연구에서는 광대역 CDMA 신호의 통계적인 특성을 반영할 수 있는 수학적 모델을 제안하였다. 이를 위해 먼저 수신된 CDMA 신호의 통계적인 특성들을 수치적으로 발생시켜 이를 바탕으로 수학적 모델을 예견하였다.

이러한 수학적 pdf 모델은 도심지역과 교외지역에서의 서로 다른 네 개의 대역폭을 갖는 시스템에 대해서

설정되었으며, 이것은 Rayleigh, Rician, Maxwell 분포로 나타났다. 이의 검증은 위해서 신뢰도가 0.99인 Chi-square 테스트를 수행하였다.

또한 수학적 모델의 비트 오류를 구하여 수치적으로 발생된 모델의 비트 오류와 비교하였다. 그 결과, 본 연구에서 제안한 수학적 모델과 수치적으로 발생시켰던 모델이 잘 부합되었음을 확인할 수 있었다.

따라서 본 연구에서 제안한 수학적 모델은 광대역 CDMA 신호들의 통계적 특성을 적절히 표현할 수 있으며, 복잡한 수치적 계산과 시간을 효율적으로 줄여 간편하게 CDMA 시스템의 성능을 평가할 수 있는 환경을 제공할 수 있을 것으로 기대된다.

참고문헌

- [1] T. Ojanpera and R. Prasad, "Wideband CDMA for third generation mobile communications", Artech House Boston London, 1998.
- [2] Cheol-Sung Kim and Hoon Jeong, "Comparison W-CDMA and N-CDMA systems over wideband Rayleigh channel", Proc. of PIMRC99.
- [3] T. Eng and L. B. Milstein, "Comparison of hybrid FDMA/CDMA system in Frequency selective Rayleigh fading", IEEE J-SAC. Vol. JSAC-12, No. 5, pp 938-951, June 1994.
- [4] G. L. Turin et al., "A statistical model of urban radio propagation", IEEE Trans. Veh. Technol., Vol VT-21, pp. 1-9, Feb, 1972.
- [5] H. Suzuki, "A statistical model for urban radio propagation", IEEE Trans. Commun., Vol COM-25, No. 7, pp. 673-680. July, 1997.
- [6] T. S. Rappaport, "Wireless Communication", Prentice-hall, 1996.
- [7] M. B. Pursley, "Performance evaluation for phase coded spread spectrum multiple access communication -Part I : System Analysis", IEEE Trans. Commun. Vol. COM-25, pp. 795-799, Aug, 1977.
- [8] R. L. Pickholtz, D. L. Schilling and L. B. Milstein, "Theory of spread spectrum communications A Tutorial", IEEE Trans. Commun., Vol. COM-30, pp. 855-884, May 1982.
- [9] Alberto Leon-Garcia, "Probability and Random Processes for Electrical Engineering", Second Edition, Addison-Wesley, 1994.

본 논문은 정보통신부에서 지원하는 대학기초연구 지원사업으로 수행된 결과의 일부임.