

CES함수 확장선을 제약으로 하는 최적화모형

남보우

단국대학교 천안캠퍼스 경영학부

Abstract

소비자가 어떤 상품을 얼마만큼 선택하고 생산자가 어떤 생산요소를 얼마만큼 선택할 것인가를 분석하는 것은 소비자 이론과 생산자 이론의 중심과제이었다. 둘 이상의 상품이나 둘 이상의 생산요소 선택의 행태를 모형화하기 위하여 효용함수나 생산함수를 도입하는 것이 보통이다. 경제학의 소비자 이론이나 생산자 이론에는 상수의 대체탄력도(CES: constant elasticity of substitution)를 갖는 효용함수나 생산함수를 자주 도입하였다. CES함수는 대체탄력도가 1일 때 콥더글라스(Cobb-Douglas)함수, 대체탄력도가 0일 때 레온티에프(Leontief)함수, 대체탄력도가 무한히 클 때 선형함수가 되는 함수이며, 수많은 연구에서 CES함수를 실증적으로 측정하여 소비자나 생산자 행태를 모형화하고 분석하였다.

한편, 선형계획모형은 목적함수와 제약조건이 선형임을 가정하지만 모형의 수립과 최적해를 구하는 것이 용이하여 많은 문제에 활용되어 왔다. 선형계획모형으로 상품이나 생산요소 선택의 행태를 모형화할 때 효용함수나 생산함수가 선형이라는 가정이 필요하다. 선형의 가정은 상품들 또는 생산요소들 사이에 대체탄력도가 무한대라는 것을 가정한 것이 된다. 이러한 가정은 선형계획모형의 해를 극단적으로 나타나게 하여 현실적인 선택의 행태를 나타내기 어렵게 한다. 따라서 모형에 현실적인 선택의 행태를 포함할 필요가 있고, 본 연구는 선택자의 행태를 CES함수로 가정하여 모형을 구성하는 방법을 제시한 것이다.

본 연구에서는 CES함수를 명시적으로 도입하지 않고도 소비자나 생산자의 최적선택을 나타내는 확장선(expansion path)을 도출함으로서 확장선을 다른 최적화모형의 하위모형이나 제약조건으로 용이하게 포함할 수 있게 하였다. 확장선은 선택자의 행태를 나타내는 효용함수나 생산함수에 의한 최적의 선택결과이므로, 이를 만족하는 선택은 비용효율(cost efficiency)을 최대화 하는 것이며, 가격관련효율 또는 배분효율(price-related or allocative efficiency)을 최대화 하는 것이다. 따라서 모형에 확장선을 제약식이나 하위모형으로 포함하는 것은 선택자의 행태를 반영한 것이며, 가격이나 비용효율측면에서 최적의 결과를 갖도록 하는 것이다.

본 연구에서 도출한 확장선은 산업연관분석, 에너지시스템분석등 대규모 모형의 하위모형이나 제약식으로 포함될 수 있다. 이를 예시하기 위하여 확장선을 제약조건으로 하는 간단한 투입산출 대체모형을 분석하였다. 예시모형에서 국내생산품과 수입상품에 대한 소비자의 선택을 분석함으로써 각 상품의 시장점유율 변동을 분석할 수 있음을 보였다.