

유전자 알고리즘을 이용한 깊은 홈 볼 베어링의 고부하용량 설계

윤기찬 · 조영석 · 최동훈*

한양대학교 대학원 기계설계학과, *한양대학교 기계공학부

Genetic Algorithm Based Design of Deep Groove Ball Bearing for High-Load Capacity

Ki-Chan Yoon, Young-Suk Cho and Dong-Hoon Choi*

Dept. of Mechanical Design and Production Engineering, Graduate School of Hanyang University

**School of Mechanical Engineering, Hanyang University*

Abstract - This paper suggests a method to design the deep groove ball bearing for high-load capacity by using a genetic algorithm. The design problem of ball bearings is a typical discrete/continuous optimization problem because the deep groove ball bearing has discrete variables, such as ball size and number of balls. Thus, a genetic algorithm is employed to find the optimum values from a set of discrete design variables. The ranking process is proposed to effectively deal with the constraints in genetic algorithm. Results obtained for several 63 series deep groove ball bearings demonstrated the effectiveness of the proposed design methodology by showing that the average basic dynamic capacities of optimally designed bearings increase about 9~34% compared with the standard ones.

Key words - Deep groove ball bearing, High-load capacity, Fatigue life, Discrete variable, Optimum design, Genetic algorithm

1. 서 론

재료기술 및 가공기술의 발달로 회전축을 지지하는 구름 베어링은 전문 베어링 제조 업체에 의하여 대량 생산이 가능하게 되었으며, 표준화 된 다양한 종류의 구름 베어링이 비교적 저가로 사용자에게 공급되고 있다. 기계시스템의 설계요구 조건이 소형/경량화인 경우, 베어링의 장착을 위한 가용 설계공간 확보에 많은 제약이 따른다. 반면, 기계시스템의 설계요구 조건이 고신뢰성(고내구성)을 요구하는 경우, 베어링의 수명향상을 위하여 부하용량이 큰 베어링을 선정해야 한다. 일반적으로 베어링의 부하용량은 베어링 형식이 동일한 경우, 외부 크기에 비례하므로 기계시스

템의 소형/경량화와 고신뢰성화는 베어링의 단품 설계 관점에서 서로 trade-off가 존재하게 된다.⁽¹⁾ 실질적으로 제한적인 베어링 장착공간 내에서 표준 범용 베어링으로는 기계 시스템의 수명을 만족시키지 못하는 경우가 상당수 존재한다. 이러한 경우, 설계변경을 통하여 베어링 장착공간을 크게 하여 동적부하용량이 큰 베어링을 재 선정하는 것이 일반적인 방법이다. 그러나, 이는 기계 시스템의 소형/경량화 추세에 부합하지 못할 뿐만 아니라 설계변경으로 인한 기계제작 비용이 증가하는 결과를 초래한다. 따라서 주어진 설계 공간에서 베어링 수명의 중요한 성능인자인 기본 동정적하중을 극대화시키기 위한 노력이 필요하게 되었다.

전 세계적으로 가장 많은 응용분야에 적용되고

있는 깊은 홈 볼 베어링(deep groove ball bearing, DGBB)의 부하용량은 베어링의 내부 설계변수인 볼직경(d_B), 볼개수(z), 피치경(d_m) 및 내·외륜 궤도곡률 반경비(f_i, f_o)에 의하여 결정된다. 이들 설계변수 중, 볼직경은 베어링의 제작비용을 줄이기 위하여 인치계 또는 미터계의 표준 볼을 사용해야 하며, 볼개수는 전형적인 정수형 설계변수(integer variable)이기 때문에 깊은 홈 볼 베어링의 설계문제는 이산변수(discrete variable)가 포함된 전형적인 혼합 이산/연속 설계변수 문제가 된다.⁽²⁾

이에 본 논문에서는 순수 베어링 설계관점에서 깊은 홈 볼 베어링의 고부하용량화를 위한 설계 방법에 대하여 고찰하고, 이산변수처리가 용이한 유전자 알고리즘을 이용한 설계방법을 제안하여 표준 계열 베어링에 대한 고부하용량 설계를 수행하고자 한다.

2. 깊은 홈 볼 베어링의 설계

2.1 구성 요소 및 설계 일반

깊은 홈 볼 베어링의 외부치수는 내경(d), 외경(D), 폭(B) 및 모뎬기 치수(r)로 구성되며, 직경계열(diameter series) 및 폭계열(width series)로 구성된 치수계열(dimension series)과 내경기호로 구분되어 전세계적으로 통용이 가능하도록 표준화가 잘 발달되어 있다.⁽³⁾ Fig. 1에서 보는 바와 같이, 깊은 홈 볼 베어링은 하중전달 매개체인 전동체(볼), 전동체를 등 간격으로 유지시키기 위한 리테이너 및 축과 하우징에 끼워지는 내륜과 외륜으로 구성되어 있다. 밀봉형인 경우, 그리이스가 봉입되어 있으며, 이물질 침입 및 내부 윤활제의 오염을 방지하기 위한 시일이 추가적으로 장착되어 있다.

구름 베어링의 설계는 주어진 외부치수 내에서 구름베어링 구성요소의 설계치수를 결정하는 것이다. Fig. 2는 베어링의 외부치수 즉, 가용설계공간에 대하여 베어링의 구성 요소가 차지하는 공간을 구분한 것으로 볼이 차지하는 공간, 리테이너 장착 공간, 시일 설치 공간 등으로 구분된다. 구름 베어링의 설계는 주어진 설계 공간 내에서 설계 요구조건을 만족하도록 베어링의 구성요소 치수를 결정하는 일련의 과정이라 할 수 있다.

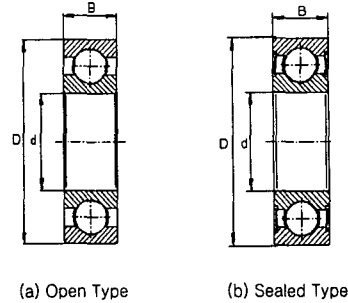


Fig. 1 Configuration of deep groove ball bearing.

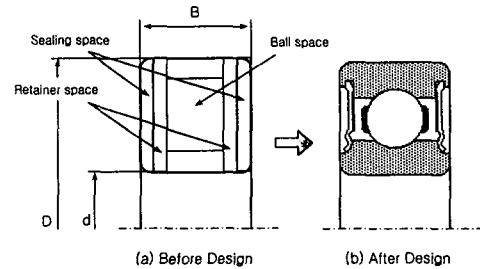


Fig. 2 Design space of deep groove ball bearing.

2.2 베어링의 피로수명

전통적으로 구름 베어링의 수명이라 함은 베어링 궤도면 혹은 전동체 표면의 일부가 반복 접촉 응력에 의하여 박리현상(flaking)이 발생하는 시점까지를 말한다. 이러한 박리현상은 최대전단응력이 주원인인 표면하(sub-surface) 기점형과 윤활제나 이물질과 같은 간접영향에 의한 표면(surface) 기점형으로 크게 두 가지로 구분된다. 순수 베어링설계 관점에서 전통적으로 사용되는 베어링의 수명 계산식은 전자의 이론에 근거하고 있다. 베어링의 수명은 Lundberg와 Palmgren의 피로 수명식에 기초한다. 볼 베어링의 기본 동적부하용량(Basic dynamic load rating)은 식 (1)과 같다.⁽⁴⁾

$$Q_{c\xi} = 98.1 \left(\frac{2f_\xi}{2f_\xi - 1} \right)^{0.41} \frac{(1 \mp \gamma)^{1.39}}{(1 \pm \gamma)^{1/3}} \left(\frac{\gamma}{\cos \alpha} \right)^{0.3} d_B^{1.8} z^{-1/3}$$

where, $\gamma = \frac{d_B \cos \alpha_0}{d_m}$ (1)

여기서, 위쪽 부호는 내륜, 아래쪽 부호는 외륜의 경우에 대한 계산 부호이고, ξ 는 i 또는 o 를

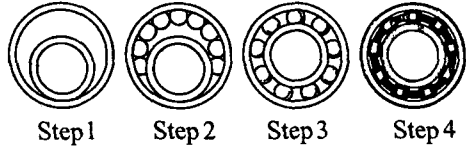


Fig. 3 Assembly procedure of deep groove ball bearing.

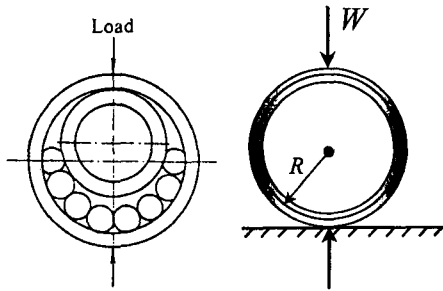


Fig. 4 Force for DGBB assembly.

나타내는 것으로 각각 볼-내륜과 볼-외륜 접촉에 대한 것이다. 한편, 회전륜과 비회전륜에 대한 동등가하중(dynamic equilibrium load)은 다음 식 (2)와 식 (3)으로 계산된다.

$$Q_{ei} = \left(\frac{1}{z} \sum_{q=1}^z Q_{iq}^3 \right)^{1/3} \quad (2)$$

$$Q_{eo} = \left(\frac{1}{z} \sum_{q=1}^z Q_{oq}^{10/3} \right)^{3/10} \quad (3)$$

식 (1)~(3)에서 구한 기본 동적부하용량 및 동등가하중으로부터 베어링의 피로수명(L_{10})은 다음 식 (4) 및 (5)으로 구할 수 있다.

$$L_{\xi} = \left(\frac{Q_{c\xi}}{Q_{e\xi}} \right)^3 \quad (4)$$

$$L_{10} = \left(L_i^{-10/9} + L_o^{-10/9} \right)^{9/10} \quad (5)$$

여기서, L_i , L_o 는 각각 볼-내륜 및 볼-외륜 접촉에 의한 피로수명을 의미하고, L_{10} 은 90% 신뢰도를 갖는 베어링 시스템의 피로수명이다.

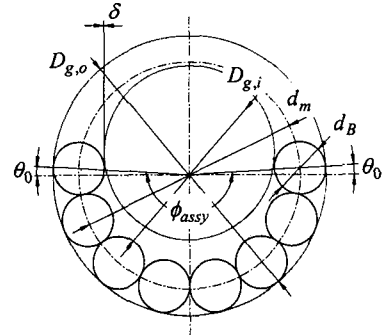


Fig. 5 Geometric relationship of DGBB assembly.

2.3 베어링 조립

깊은 홈 볼 베어링은 조립방식의 특성상 허용 가능한 볼개수가 제한된다. 깊은 홈 볼 베어링의 조립은 Fig. 3에서 보는바와 같이 4 단계를 거치게 된다. (Step1) 볼 삽입 공간을 확보할 수 있도록 내륜을 외륜 안쪽에 편심된 상태로 고정시킨 후, (Step2) 초승달 모양의 볼 삽입 공간에 볼을 삽입시킨다. (Step3) Fig. 4와 같이 외륜에 조립 압력을 가하여 탄성변형을 유발시킨 후, 내륜의 중심을 외륜의 중심과 일치시키고, 볼을 등 간격으로 분배시킨 후, (Step4) 이를 유지시키기 위한 리테이너를 조립하게 된다.⁽⁵⁾

Fig. 5에서 보는바와 같이, 삽입된 볼과 내륜 계도는 식(6)의 기하학적 간섭량(δ)을 갖게 된다.

$$\delta = d_m \cdot (1 - \cos \theta_0) \quad (6)$$

where, $\theta_0 = (z-1) \sin^{-1}(d_B/d_m) - \pi/2$

Fig. 6의 θ_0 는 베어링의 기하학적 관계로부터 유도할 수 있다. 위에서 설명한 바와 같이 베어링의 조립을 위해서는 외륜에 하중을 가하여 식 (6)의 간섭량만큼의 탄성변형량을 확보해야 한다. 외륜을 등가반경(R)을 갖는 탄성링으로 모델링하면 외륜 변형하중 (W)에 의한 외륜의 탄성 변형량은 식 (7)로부터 구할 수 있다.⁽⁶⁾

$$\delta = \frac{2WR^3}{EI} \left(\frac{1}{\pi} - \frac{1}{4} \right) \quad (7)$$

식 (6)을 식 (7)에 대입하여 정리하면, 베어링의

조립을 위한 외륜 변형하중(W)은 식 (8)로 나타낼 수 있다. 또한 외륜 변형하중에 의한 외륜에 작용하는 응력(Hoop stress)은 식 (9)와 같다.

$$W = \frac{EId_m(1 - \cos\theta_0)}{2R^3\left(\frac{1}{\pi} - \frac{1}{4}\right)} \quad (8)$$

$$\sigma = \frac{WR/\pi}{Z'} \quad (9)$$

여기서, I 및 Z' 는 외륜 단면의 2차 관성 모멘트 및 단면계수를 의미한다.

일반적으로 조립을 위하여 외륜에 가해지는 하중은 외륜의 영구변형을 유발시키지 않아야 하며, 또한 외륜의 진원도를 변형시키지 않는 범위 내에서 허용된다.

3. 최적설계

2절에서 설명한 깊은 홈 볼 베어링의 설계에 관한 내용을 근간으로 하여 수치 최적화 기법을 적용하여 깊은 홈 볼 베어링의 고부하용량을 위한 설계 방법을 다음과 같이 제안하였다.

3.1 설계문제의 정식화

주어진 외부치수 즉, 가용설계공간 내에서 개방형 깊은 홈 볼 베어링의 고부하용량화를 위한 설계문제는 다음과 같이 정식화 될 수 있다.

Find $\mathbf{X}_d (d_B, d_m, z)$,

maximize $F(\mathbf{X}_d) = Q_{ci} + Q_{co}$

subject to $g_1(\mathbf{X}_d) = \tilde{\Phi} \leq \Phi_{assy}$

$g_2(\mathbf{X}_d) = \sigma_{assy} \leq \tilde{\sigma}_{assy}$

$g_3(\mathbf{X}_d) = \tilde{S}_{ret} \leq S_{ret}$

$g_4(\mathbf{X}_d) = \tilde{t}_{min} \leq t_{o,min}$

$g_5(\mathbf{X}_d) = \tilde{t}_{min} \leq t_{i,min}$

목적함수는 베어링의 부하용량을 의미하는 내륜 및 외륜의 기본동정격하중의 합으로 하였다. 구속조건 g_1 및 g_2 는 베어링 제작에 필요한 조립과 관련된 구속조건이다. g_1 은 조립시 볼 빠짐 현상을 방지하기 위하여 Fig. 5에서 정의한 베어

링 조립각도(Φ_{assy})가 최소 조립각도($\tilde{\Phi}$) 보다 크도록 하기 위한 것이며, g_2 는 베어링 조립하중에 의한 외륜의 영구변형 방지를 위하여 외륜에 가해지는 조립하중에 의한 응력(σ_{assy})이 최대 허용 응력 ($\tilde{\sigma}_{assy}$)을 초과하지 못하도록 하는 것이다. g_3 는 리테이너를 장착하기 위한 최소공간(S_{ret}) 확보를 위한 기하학적 구속조건이며, g_4 및 g_5 는 내·외륜 레도두께(t_{min})가 최소 레도두께(\tilde{t}_{min})보다 크게 하기 위한 기하학적 구속조건이다.

설계변수(\mathbf{X}_d)로는 기본 동정격하중의 주요 지배 인자인 3개의 설계변수 즉, 볼직경(d_B), 볼개수(z), 피치경(d_m)으로 하였으며, 내·외륜 레도곡률 반경비(f_i, f_o)는 설계 변수에서 제외시키고 0.52로 고정하였다. 볼직경은 경제적인 설계를 위하여 표준 볼을 적용하는 것이 타당하며, 볼개수는 정수형이므로 볼직경 및 볼개수는 이산변수로 처리하였다. 또한 측정 및 조립을 위한 치구설계를 용이하게 하고, 설계치수로서 의미를 갖도록 하기 위하여 피치경 역시 유효자리수를 0.1mm 단위로 이산화 시켰다. 따라서, 3개의 설계변수 모두를 이산변수로 취급하였다.

3.2 유전자 알고리즘의 적용

본 연구에서는 국부 최적해가 많은 문제에서 전역 최적해를 얻을 수 있다는 장점과 이산변수를 직접 다룰 수 있다는 장점을 가진 유전자 알고리즘을 이용하여 최적화를 수행하였다. 본 논문에서 사용한 목적함수나 구속조건은 함수계산 시간이 짧기 때문에 유전자 알고리즘의 적용에는 큰 무리가 없었다. 유전자 알고리즘은 함수의 민감도 정보를 이용하지 않고, 선택, 교배 및 변이의 과정을 정해진 세대수만큼 반복해서 최적의 값을 구하는 최적화 기법으로 공학 문제 전반에서 사용범위가 점차 확대되고 있다.^{(7),(8)} 본 논문에서 사용한 유전자 알고리즘은 실제의 설계변수를 2진수 스트링으로 변환하지 않고, 직접 유전 연산 작용을 거치는 실수 표현방법을 사용하였으며, 선택방법은 토너먼트 선택(tournament selection), 교배과정은 단순교배(simple crossover), 변이 과정은 균일변이(uniform mutation) 과정을 적용하였다.⁽⁹⁾

Table 1 Example of a set of discrete variables for genetic algorithm.

dB	dm	z
.	.	3
.	.	4
11.906	57.3	5
12.000	57.4	6
12.500	57.5	7
12.700	57.6	8
13.000	57.7	9
13.494	57.8	10
13.500	57.9	11
14.000	58.0	12
14.288	58.1	13
15.000	58.2	14
15.081	58.3	.
15.500	58.4	.
15.875	58.5	.
16.000	58.6	.
17.000	58.7	.
17.462	58.8	.
17.700	58.9	.
.	.	.

3.3 구속조건 처리

구속조건을 직접처리하기 곤란한 단점을 갖고 있는 유전자 알고리즘은 일반적으로 SUMT (sequential unconstrained minimization technique)를 이용하여 구속조건이 있는 문제를 구속조건이 없는 문제로 전환하여 최적화를 수행한다. 식 (10)은 구속조건 처리를 위하여 벌칙계수(r_p)를 도입한 하여 구성한 적합도 함수(fitness function- Φ)의 일반적인 형태이다.^{(10),(11)}

$$\Phi(X, r_p) = F(X) + r_p \left\{ \sum_{j=1}^N \max[0, g_j(X)] \right\}^2 \quad (10)$$

그러나, 이러한 방법은 적용 문제에 따라 벌칙계수의 선정에 큰애로 사항이 존재하게 된다. 따라서 본 연구에서는 이러한 단점을 해결하고, 구속조건을 효과적으로 처리하기 위하여 각 세대 에서 목적함수는 내림차순(descending)으로, N 개의 구속조건에 대한 위배량 합은 오름차순(ascending)으로 순위를 매겨 각각의 랭킹 수를 더한 형태로 각 개체(k)의 적합도 함수를 식(11)과 같이 구성하였다.

$$\Phi_k = \max \left\{ \begin{array}{l} \text{Rank}[F(X_d)]_k + \\ \text{Rank} \left[\sum_{j=1}^N \max[0, g_j(X_d)] \right]_k \end{array} \right\} \quad (11)$$

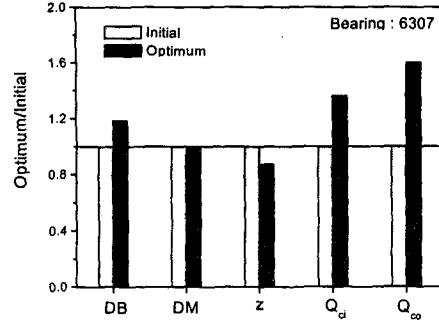


Fig. 6 Design variables and objective change (standard vs. optimum)

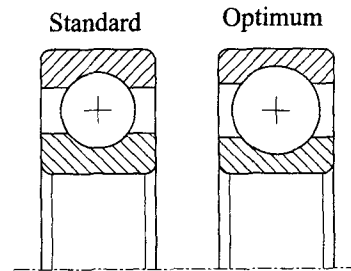


Fig. 7 Bearing cross-section configuration for the 6307 bearing. (standard vs. optimum)

4. 결 과

내경 35mm, 외경 80mm, 폭 21mm의 외부치수를 갖는 6307 표준 깊은 홈 볼 베어링에 대하여 부하용량의 극대화를 목적으로 3절에서 제안한 설계 방법을 이용하여 최적설계를 수행하였다.

Table 1은 유전자 알고리즘에서 사용한 베어링의 이산 설계변수 세트로 표준 직경의 볼과 유효자리 0.1의 피치경 및 정수형 볼개수로 구성되어 있다. Fig. 6은 표준 베어링에 대한 고부하용량 설계 베어링의 설계변수 및 목적함수인 내·외륜의 기본 동정격하중의 변화를 나타낸 그래프이다. 설계변수는 표준 베어링에 비하여 피치경은 0.2 mm 감소하였고, 볼직경은 약 1.2배 커졌으며, 볼개수는 1개 줄어든 결과를 보였으며, 목적함수인 내·외륜의 기본 동정격하중은 표준 베어링에 비하여 각각 1.4배와 1.6배 상승하였다. Fig. 7은 표준 베어링과 고부하용량 설계 베어링의 단면형

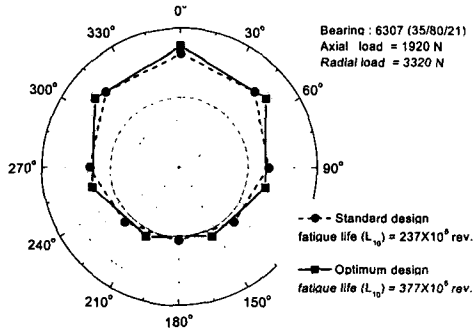


Fig. 8 Contact load distribution of the optimum design with that of the standard design for 6307 bearing.

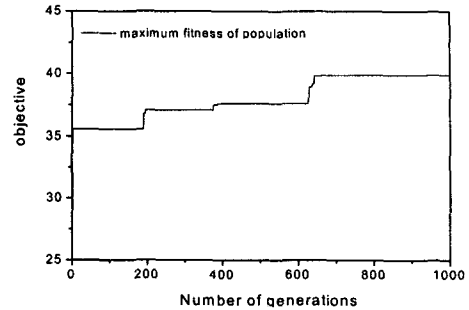


Fig. 10 Convergence history of the cost value ($Q_{ci} + Q_{co}$) for 6307 bearing.

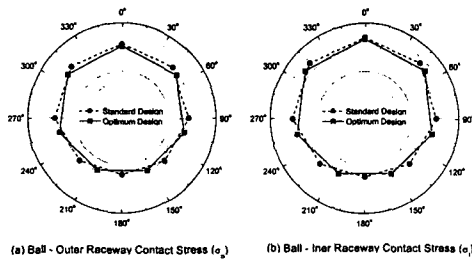


Fig. 9 Contact stress distribution of the optimum design with that of the standard design for 6307 bearing.

상을 도식적으로 나타낸 것으로 시일링을 위한 설계공간이 부하용량의 주요 인자인 볼직경을 크게 하는 데 사용되었음을 알 수 있다.

표준 베어링과 고부하용량 설계 베어링의 단품 성능을 비교하기 위하여 축방향 하중(1920 N) 및 반경방향 하중(3320 N)이 작용하는 경우에 대하여 베어링의 정하중 해석을 실시하였다. 베어링 해석기(analyzer)는 Harris⁽¹²⁾의 볼 베어링 정하중 해석식을 이용하여 작성된 프로그램을 이용하였다. Fig. 8과 Fig. 9는 베어링의 전동체 하중 분포 및 접촉응력 분포를 나타내는 그래프이다. 7개의 전동체가 하중을 분담하는 고부하용량 설계 베어링의 최대전동체 하중은 8개의 전동체가 하중을 분담하는 표준 베어링에 비하여 약 14% 크게 계산되었다. 반면, Fig. 9의 (a)볼-외륜 및 (b)볼-내륜의 접촉응력은 고부하용량 설계 베어링의 것이 표준 베어링의 것보다 약 7.7% 및 3.6% 작게 계산되었다. 이는 고부하용량 설계 베어링의

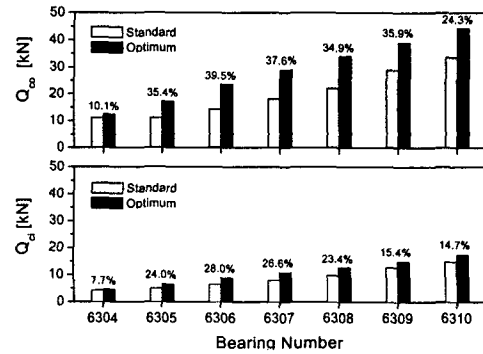


Fig. 11 Optimized basic dynamic capacity with the standard ones for 63 series bearings

전동체 곡률 반경이 표준베어링의 것에 비하여 크기 때문에 볼과 궤도면의 접촉면적이 상대적으로 커지기 때문인 것으로 판단된다. 낮은 접촉응력의 영향으로 고부하용량 설계 베어링의 이론 수명은 표준 베어링에 비하여 약 37% 증가하였다. Fig. 10는 유전자 알고리즘에서 세대가 반복됨에 따른 목적함수($Q_{ci} + Q_{co}$) 값의 변화를 나타낸 그래프로 최적화 과정이 진행됨에 따라 목적함수의 값이 안정적으로 수렴해감을 알 수 있다.

유전자 알고리즘 파라미터로 교배율(crossover rate) 0.5, 변이율(mutation rate) 0.03, 및 모집단 크기(population size) 20을 사용하였으며, 설계변수인 볼직경, 피치경 및 볼개수에 대한 이산 설계 변수의 개수는 각각 53개, 41개, 13개를 사용하였다. 대상 베어링에 따라 다소 차이는 있었으나,

최대 1000 세대(generation) 이하에서 최적해에 수렴하는 결과를 보였다.

제안된 설계 방법의 확대적용을 위하여, 내경 20~50mm의 63계열 표준 베어링 7개에 대하여 고부하용량 설계를 실시하였으며, Fig. 11에 결과를 나타내었다. 적용 베어링의 기본 동정격하중은 Q_{ci} 는 약 7.7%~28.0%, Q_{co} 는 10.1%~39.5% 상승 효과를 보였다.

5. 결론

본 논문에서는 이산 설계변수를 포함하고 있는 개방형 깊은 홈 볼 베어링의 고부하용량 설계를 위하여 유전자 알고리즘에 기초한 설계방법을 제안하였으며, 제안된 설계방법의 유용성을 고찰하기 위하여 직경 20~50mm의 63 표준 계열 베어링을 대상으로 최적설계를 수행하였다. 도출된 결론은 다음과 같다.

(1) 이산 설계변수를 포함하는 깊은 홈 볼 베어링의 최적설계 문제는 유전자 알고리즘을 이용하여 효과적으로 최적설계를 수행할 수 있었으며, 본 논문에서 제안한 Ranking 방법으로 구성된 적합도 함수는 구속조건을 효과적으로 처리할 수 있었다.

(2) 깊은 홈 볼 베어링의 부하용량을 높이기 위해서는 가용 설계 공간 내에서 볼직경을 크게 하는 것이 가장 유리하였다. 이는 진동체 곡률 반경이 커짐으로 인하여 볼과 궤도의 접촉면적이 증가하게 되어 접촉응력이 낮아지기 때문인 것으로 판단된다.

(3) 제안된 설계방법을 이용하여 내경 20~50mm의 개방형 63계열 표준 베어링에 대하여 고부하용량 설계를 수행한 결과, 베어링 외부치수의 변경 없이 피로수명을 향상시킬 수 있는 장수명 베어링의 개발이 가능하며, 이는 기계시스템의 경량화에 기여할 것으로 기대된다.

(4) 베어링의 조립공정에 대한 설계 요구조건을 직접 반영한 제안된 설계방법을 이용하여 깊은 홈 볼 베어링을 설계할 경우, 산업현장의 설계 생산성 향상에 기여할 것으로 기대된다.

후 기

이 연구는 한국과학재단 지정 최적설계신기술 연구센터의 연구비 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

1. 윤기찬, 최동훈, "1999, 자동차 휠 베어링 유닛의 장수명 설계", 대한기계학회지, 제 23권, 제 9호, pp.100-110.
2. Changsen Wan, 1991, "Analysis of Rolling Element Bearings." Mechanical Engineering Publications Ltd.
3. FAG한화베어링(주), 1999, "구름베어링 카탈로그 WL 41 520/2 KA."
4. Lundberg, G. and Palmgren, A., 1947, "Dynamic Capacity of Rolling Bearings," ACTA POLYTECHNICA, Mechanical Engineering Series 1, Royal Swedish Academy of Engineering Science, No. 3, Vol. 7.
5. Hamrock, B.J. and Dowson D., 1981, "Ball Bearing Lubrication," John Wiley and Sons, Inc.
6. Pilkey, Walter D., 1994, "Formulas for Strain, and Structural Matrices," John Wiley and Sons, Inc.
7. Gen Cheng, "Genetic Algorithms & Engineering Design", Wiley-Interscience, 1996.
8. Cheng, F.Y. and Dan Li, 1998, "Genetic Algorithm Development for Multiobjective optimization of Structures," AIAA Journal Vol.36, No.6.
9. Zbigniew Michalewicz, 1996, "Genetic Algorithms +Data Structures=Evolution Programs," 3rd Revised and Extended Edition, Springer.
10. Rao, S. S., 1996, Engineering Optimization; Theory and Practice, John Wiley & Sons, Inc., New York.
11. Harris, T. A., 1991, "Rolling Bearing Analysis : 3rd ed.," John Wiley and Sons, Inc.