

공동을 고려한 원주방향 급유홈 저널 베어링의 비선형 진동 해석

노병후 · 김경웅

한국과학기술원 기계공학과

Nonlinear Frequency Response Analysis of Circumferentially Grooved Journal Bearing Considering Cavitation

Byoung-Hoo Rho and Kyung-Woong Kim

Department of Mechanical Engineering, KAIST

Abstract - Nonlinear characteristics of the hydrodynamic journal bearing with circumferentially groove are analyzed numerically considering cavitation region, when an external sinusoidal shock is given to the system. The oil film force is obtained by solving the finite width universal Reynolds equation at each time step. Frequency response function and journal orbit obtained from both linear and nonlinear bearing simulations are compared with each other. The vibration response of the journal is different from the expectation obtained from the linear analysis as increase the vibration amplitude of external disturbance. Therefore, the linear theory is not adequate, and the nonlinear calculation such as used in this research is needed to design safety rotor systems.

Key words - frequency response function, disturbance, nonlinear analysis, cavitation.

1. 서론

회전기계의 고속화 경향에 따라 고속안정성의 향상은 설계자에게 항상 관심의 대상이 되고 있으며, 이러한 관점에서 회전기계를 지지하는 베어링의 설계기술 발전은 곧 전체 시스템의 성능 향상으로 이어져 오고 있다. 회전기계를 지지하는 베어링은 회전기계의 동력손실 및 안정성 그리고 안전성 등을 좌우하는 핵심부품중의 하나라고 할 수 있으며, 따라서 이에 대한 연구는 회전체 설계 기술 확립을 위해 필수적이라 할 수 있다.

이 베어링은 오랜 경험에 의해서 시스템의 안정성과 효율을 도모하기에 적합한 구조로 발전되어 왔으며, 현재까지 이 베어링들에 대한 정특성 및 동특성 그리고 고속 안정성 측면에서의 상당한 이론적 발전이 이루어져 오고 있다. 그럼에도 불구하고 이들 베어링에 원치 않는 어떠한 외란이 작용하는 경우에 있어서, 이들 베어링 시스템이 충분히 안전하게 운전되어지도록 하는 베어링 시스템에 대한 설계기술은 단지 베어링 시스템에 대한 선형화 이론을 근거로 하여 설계하는 수준에 있으며, 아직까지 이 베어링들에 대

하여 외란을 받는 경우의 비선형 진동 특성이 정성적 및 정량적으로 제시되지 않고 있는 실정이다. 따라서 베어링과 관련된 문제점을 해결하고, 보다 고효율의 시스템을 개발하기 위해서는 동 베어링들에 대하여 베어링에 외란이 작용하는 경우의 비선형 진동 특성에 바탕을 둔 설계 기술의 확립이 시급한 실정이다. 베어링의 선형해석은 Lund[1]에 의해 체계적으로 정립이 되었으며, Hori[2-3] 등은 두 개의 베어링으로 지지되는 단순회전체에 대하여 저주파수영역에서의 비선형 진동 해석을 수행하여 축의 고유진동수 두 배 이상의 운전조건에서 작동하는 시스템에 대하여 지진과 같은 외란을 받을 때 안정영역에서 불안정영역으로 천이 되어짐을 보였다. Choy[4] 등은 축에 외란이 작용할 때 저널의 비선형 응답특성에 대한 주파수 응답선도를 구하였으며 편심율이 작은 경우에 비선형 효과가 크게 나타난다고 보고하였다.

또한, 실제 기름을 윤활제로 사용하는 경우 큰 점성마찰력으로 인하여 유막 파단이 발생하게 되어, 이것이 베어링의 진동 특성에 미치는 영향은 매우 크게 된다. 유막의 공동을 취급하는 대표적인 것으로 Elrod[7]에 의해 제안된 소위 Elrod 알고리즘이 있으며, 이는 유막 파단 및 유막 재형성 위치를 모두 알아야 할 필요가 있는 경우에 상당히 유용한 것으로 판단되며, 이의 공동을 취급하는 외란을 받는 베어링의 비선형 진동해석은 전무한 실정이다. 따라서 보다 안전한 베어링 시스템의 설계를 위해서는 유막의 공동영역을 취급하는 비선형 진동 특성에 대한 연구가 선행되어야 할 것이다.

2. 이론해석

2-1. 지배방정식

좌표계는 Fig. 1에 나타내었으며, 여기서 x, y 는 정지상태에서의 베어링의 중심을 원점으로 하는 고정좌표계이다. Elrod[7]는 베어링 내 윤활제의 공동현상을 취급하기 위하여 유체의 압축성 효과를 고려하여, 층류 및 등온 상태에서의 유니버설 레이놀즈 방정식을 유도하였으며, 이때의 윤활면에서의 윤활제 거동은 아래와 같이 표현된다.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\theta, h) + \frac{V_x}{2} \frac{\partial}{\partial x}(\theta, h) + \frac{V_z}{2} \frac{\partial}{\partial z}(\theta, h) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\beta g_s h^3}{12\mu} \frac{\partial \theta_f}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\beta g_s h^3}{12\mu} \frac{\partial \theta_f}{\partial z} \right) \quad (1)$$

여기서 h 는 유막두께이며,

$$\theta_f = \frac{\rho}{\rho_c} \quad (2)$$

$$p = p_c + \beta(\theta_f - 1) \quad (3)$$

여기서 ρ 는 유체의 밀도이며, ρ_c 는 공동에서의 유체의 밀도이다. 또한 β 는 체적탄성을 또는 체적탄성계수로서 소위 말하는 압축성의 역수로서 아래와 같이 정의되는 물리량이다.

$$\beta = \frac{V_o}{V_o - V} (p - p_o) \quad (4)$$

이러한 체적탄성계수는 압력의 단위를 갖게 되며, 전형적인 윤활 오일인 경우 $O(10^9)$ 을 갖으며 광유인 경우는 $O(10^7 \sim 10^8)$ 을 갖는다.

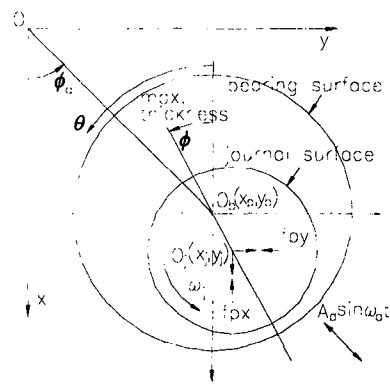


Fig. 1. Coordinate system

2-2. 베어링의 선형화 계수

한편, Fig. 1에서와 같이 저널 중심이 저널 정적평형위치 주위를 휘도는 미소진동에 의한 윤활 틈새는 다음과 같다.

$$h = h_0 + \Delta x \cos(\theta) + \Delta y \sin(\theta) \quad (5)$$

여기서, h_0 는 정적평형위치에서의 유막두께이다.

또한 유막내에 발생하는 압력은 다음과 같이 표현된다.

$$p(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y, \Delta \dot{x}, \Delta \dot{y}) \\ = p_0 + p_1 \Delta x + p_2 \Delta y + p_3 \Delta \dot{x} + p_4 \Delta \dot{y} \quad (6)$$

여기서

$$p_1 = \frac{\partial p}{\partial x} \Delta x, \quad p_2 = \frac{\partial p}{\partial y} \Delta y \\ p_3 = \frac{\partial p}{\partial \dot{x}} \Delta \dot{x}, \quad p_4 = \frac{\partial p}{\partial \dot{y}} \Delta \dot{y} \quad (7)$$

여기서 p_0 는 정적평형위치에서의 유막 압력이고, p_1, p_2, p_3, p_4 는 저널의 미소진동에 의해 발생하는 섭동압력으로서, 이들은 정적평형위치에서 전개된 값이다. 식 (5)와 식 (6)을 식 (1)에 대입하고 각각의 미소진동항으로 정리하면 다섯 개의 독립적인 미분방정식이 얻어지며, 이의 수치해석을 통하여 섭동압력 성분들을 모두 구할 수 있다. 본 해석은 원주방향으로 일렬의 급유홈을 갖는 원주방향 급유홈 저널 베어링에 대하여 해석하였다.

한편, Fig. 1과 같은 좌표계에서 저널의 정적평형위치 근방에서의 미소진동에 대한 유막 압력에 의한 반발력은 베어링의 선형화 모델을 사용하여 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{pmatrix} \Delta f_{px} \\ \Delta f_{py} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_{px} \\ f_{py} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} f_{px0} \\ f_{py0} \end{pmatrix} \\ = \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} \\ c_{yx} & c_{yy} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \dot{x} \\ \Delta \dot{y} \end{pmatrix} \quad (8)$$

여기서, 감쇠계수와 강성계수는 다음과 같이

정의된다.

$$c_{ij} = \frac{\partial f_{pi}}{\partial x_j}, \quad k_{ij} = \frac{\partial f_{pi}}{\partial \dot{x}_j}, \quad i, j = x, y \quad (9)$$

앞서 계산된 섭동압력을 윤활면에 대하여 적분함으로서 유막의 압력변동으로 인한 힘 성분을 계산할 수 있으며, 이를 식 (8)에 대입함으로서 베어링의 선형화된 동특성 계수를 구할 수 있다.

$$\begin{pmatrix} k_{xx} \\ k_{yx} \end{pmatrix} = - \int_A p_1 \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} R d\theta dz \quad (10)$$

$$\begin{pmatrix} k_{xy} \\ k_{yy} \end{pmatrix} = - \int_A p_2 \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} R d\theta dz \quad (11)$$

$$\begin{pmatrix} c_{xx} \\ c_{yx} \end{pmatrix} = - \int_A p_3 \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} R d\theta dz \quad (12)$$

$$\begin{pmatrix} c_{xy} \\ c_{yy} \end{pmatrix} = - \int_A p_4 \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} R d\theta dz \quad (13)$$

2-3. 선형진동해석

시스템의 선형진동해석을 하기 위해서는 먼저 주어진 시스템에 대한 모델링을 해야 한다. 여기서는 유막 내에 발생하는 유막 압력에 대하여 주어진 운전조건으로부터 이차원 뉴턴-랩슨법에 의해 정적평형위치를 구하였으며, 이의 위치에서 미소진동을 섭동시켜 얻어지는 섭동압력으로부터 유막을 강성과 감쇠의 각 네 개의 요소로 모델링한 값을 구하였다. 여기서 사용된 가정은 축과 베어링 마운팅은 강체이며, 축의 진동모드는 병진 모드이다. 이 베어링의 선형화된 모델로부터 베어링에 정현파신호의 변위가 외란으로 작용하는 경우에 대한 운동방정식은 다음과 같다.

$$M \ddot{\tilde{r}}_j + B \dot{\tilde{r}}_j + K \tilde{r}_j = B \dot{\tilde{r}}_b + K \tilde{r}_b \quad (14)$$

여기서

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} \\ c_{yx} & c_{yy} \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\tilde{r}_j = \begin{pmatrix} x_j \\ y_j \end{pmatrix}, \quad \tilde{r}_b = \begin{pmatrix} x_b \\ y_b \end{pmatrix} \quad (16)$$

식 (14)와 같이 주어진 시스템의 외란에 대한 주파수 응답함수를 얻기 위하여, 외란을 받는 베어링의 변위를 임의의 진폭을 갖는 정현파 신호로 가정하였으며, 이에 대한 저널의 정상상태 응답도 동일 주파수의 정현파 신호로 가정하였다.

$$x_b = X_b e^{i\omega_d t}, \quad y_b = Y_b e^{i\omega_d t} \quad (17)$$

$$x_j = X_j e^{i\omega_d t}, \quad y_j = Y_j e^{i\omega_d t} \quad (18)$$

여기서 X_b, Y_b 는 베어링에 작용하는 외란의 진폭크기이며, X_j, Y_j 는 저널의 정상상태 응답을 나타내는 진폭과 위상차를 나타내는 복소수이다. 식 (17)과 식 (18)을 식 (14)에 대입함으로써 베어링의 변위에 대한 저널의 응답함수를 구할 수 있다.

$$\begin{pmatrix} X_j \\ Y_j \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} F_{xx} & F_{xy} \\ F_{yx} & F_{yy} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_b \\ Y_b \end{pmatrix} \quad (19)$$

여기서 우변의 행렬 F 는 주파수 응답함수를 나타내는 성분으로서, 각 네 개의 요소는 진폭비와 위상차에 대한 값을 나타내는 복소수로서 다음과 같다.

$$F = \{K - \omega_d^2 M + i\omega_d B\}^{-1} \{K + i\omega_d B\} \quad (20)$$

진폭비 응답은 상기 행렬 F 의 각 네 개의 요소에서, 그 크기를 취함으로써 얻어지며, 위상차는 그 요소의 허수부와 실수부 값에 의해서 결정된다. 여기서 베어링에 작용하는 외란의 성분은 식 (17)과 같이 주어지는 정현파 신호로서, 그 입력변수는 가속도의 값을 취하였으며 이때 외란의 가속도와 변위와의 관계는 다음과 같다.

$$A_b = \omega_d^2 X_b \quad \text{또는} \quad A_b = \omega_d^2 Y_b \quad (21)$$

2-4. 비선형 해석

베어링에 외란이 작용하는 경우의 비선형 해석은 주어진 지배방정식 (1)과 베어링에 가해지는 외란의 함수에 대하여 매 시간 구간마다 저널에 작용하는 유막 압력에 기인하

는 힘 성분으로부터 저널의 운동궤적을 구함으로써 얻어지며, 수치해석방법으로 이차원 뉴턴-랩슨법에 의하여 저널의 정적평형위치를 구하고 유한차분법을 이용하여 유막압력을 계산하였다. 이 유막압력의 적분을 통하여 매 시간 구간마다 저널에 발생하는 힘 성분을 구한 후, Newmark-Beta법을 이용하여 다음 시간 구간에서의 저널 운동 궤적을 구하였다.

이의 비선형 해석은 외란의 진동레벨을 고정시키고 주파수를 변화시키면서 해석하였으며, 베어링에 가해지는 진동의 크기를 증가시키면서 동일한 해석을 수행하였다. 베어링에 작용하는 외란은 x, y 방향으로 독립적으로 발생시키면서 저널의 응답을 해석하였다. 진폭비 응답은 저널의 응답이 무한 사이클을 형성하는 정상상태의 응답구간에서 베어링에 가해지는 외란의 진폭크기에 대한 저널의 진폭 크기의 비로써 나타내었다.

$$R_{xx} = \frac{(x_j)_{\max} - (x_j)_{\min}}{(x_b)_{\max} - (x_b)_{\min}} \quad (22)$$

$$R_{xy} = \frac{(x_j)_{\max} - (x_j)_{\min}}{(y_b)_{\max} - (y_b)_{\min}} \quad (23)$$

$$R_{yx} = \frac{(y_j)_{\max} - (y_j)_{\min}}{(x_b)_{\max} - (x_b)_{\min}} \quad (24)$$

$$R_{yy} = \frac{(y_j)_{\max} - (y_j)_{\min}}{(y_b)_{\max} - (y_b)_{\min}} \quad (25)$$

3. 해석결과

베어링에 외란이 작용하는 경우에 저널의 비선형 진동해석은 주어진 베어링의 크기에 대해서 베어링의 운전속도를 변화시켜가면서 해석하였으며, 이는 선형 진동 해석 결과와 비교하였다. Fig. 2는 베어링 간극의 0.01배 크기의 100Hz 외란이 작용하는 경우에 대한 저널의 시간 응답을 보여주고 있으며, Fig. 3

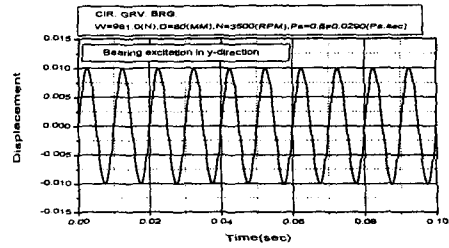
은 이 경우의 베어링 내에서의 저널 궤적을 보여주고 있다. 베어링에 정현파 외란을 받는 경우의 저널의 무한사이클은 정적평형 위치를 중심으로 타원모양으로 선회운동을 하게 된다. 이 궤적을 선형해석결과와 비선형 해석결과를 비교해 보았으며, 외란의 크기가 증가할수록, 주파수가 증가할수록 그 차이가 크게 나타남을 확인하였다. 이 결과를 Fig. 4와 Fig. 5에 나타내었다. Fig. 6과 Fig. 7은 동일한 가속도 크기의 외란이 베어링에 작용하는 경우의 진폭비 응답과 위상지연 응답을 보여주고 있다. 선형 해석과 비선형 해석 결과의 차이는 외란의 주파수가 증가할수록 그 차이가 커짐을 알 수 있으며, 또한 외란이 작용하는 방향으로의 저널의 위상 지연 효과가 커짐을 알 수 있다.

4. 결론

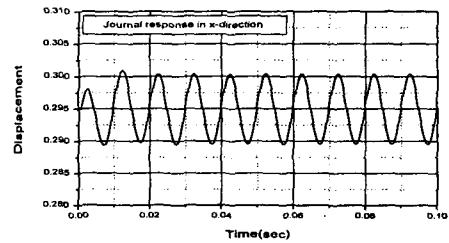
베어링에 정상상태 정현파 신호의 외란을 받는 경우의 원주방향 급유홈 저널 베어링에 대하여 선형 해석 및 공동을 고려하는 비선형 해석 결과로부터 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다.

첫째, 베어링에 작용하는 외란에 대한 선형 및 비선형 해석 결과의 주파수 응답 선도는 일치하지 않으며, 베어링에 작용하는 외란의 주파수가 클수록 그 차이가 크게 나타난다. 즉 진폭비 응답의 차이는 커지며, 외란 작용 방향으로의 위상지연은 커진다.

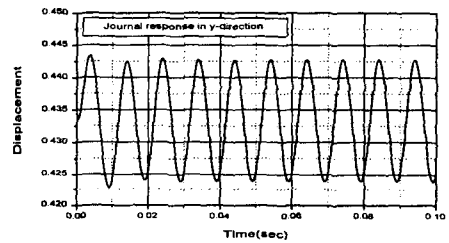
둘째, 베어링에 작용하는 외란의 주파수에 따라서, 저널의 선회하는 방향이 저널의 회전방향과 반대가 되는 현상이 존재한다. 또한 베어링에 작용하는 외란의 크기 및 주파수가 증가할수록 저널의 선회운동은 타원형 모양에서 이탈되며, 이의 선회중심은 정적평형 위치를 벗어난 위치가 된다.



(a) bearing excitation in y-direction



(b) journal response of x-direction



(c) journal response of y-direction

Fig. 2. Time response

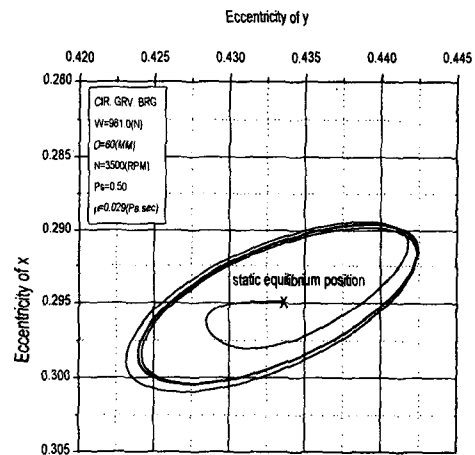
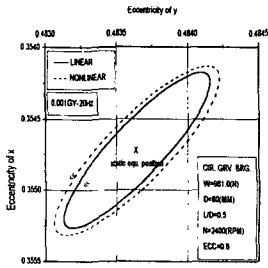
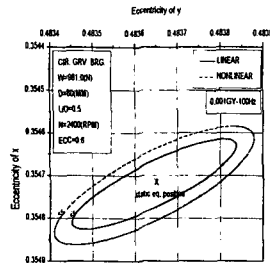


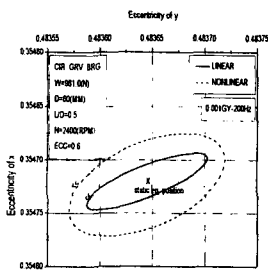
Fig. 3. Journal locus



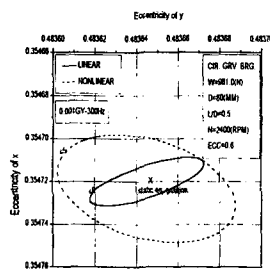
(a) for 20Hz



(b) for 100Hz

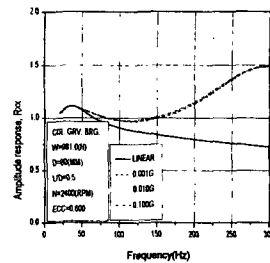


(c) for 200Hz

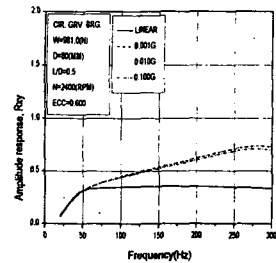


(d) for 300Hz

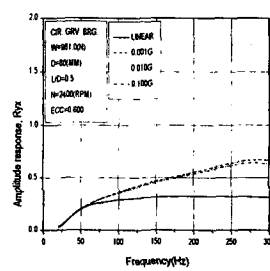
Fig. 4. Journal locus comparisons between linear and nonlinear analysis



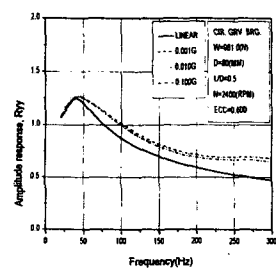
(a) Rxx



(b) Rxy

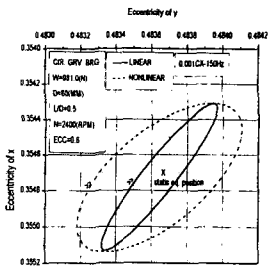


(c) Ryx

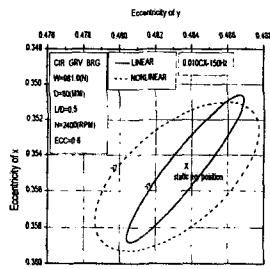


(d) Ryy

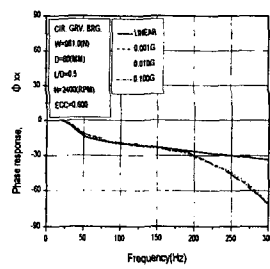
Fig. 6. Amplitude response functions w.r.t. acceleration of bearing disturbance



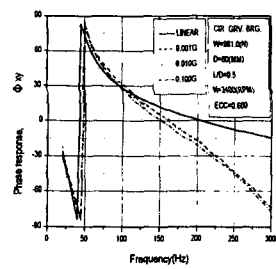
(a) for 0.001C



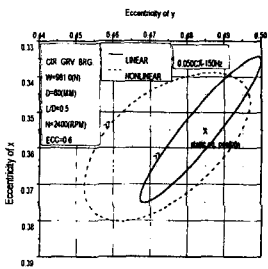
(b) for 0.010C



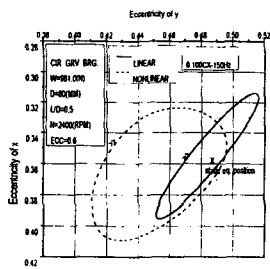
(a) Φ_{xx}



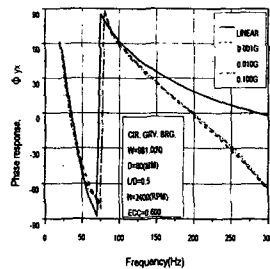
(b) Φ_{xy}



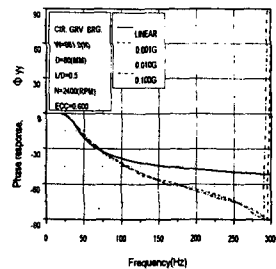
(c) for 0.050C



(d) for 0.100C



(c) Φ_{yx}



(d) Φ_{yy}

Fig. 5. Journal locus comparisons between linear and nonlinear analysis

Fig. 7. Phase response functions w.r.t. acceleration of bearing disturbance

후기

이 연구는 과학기술부 국제공동연구개발사업(98-I-01-03A-030) 연구결과의 일부이며 관계자 여러분께 감사드립니다.

기호설명

A_b	: acceleration of bearing disturbance
B	: damping matrix
C	: bearing clearance
c	: damping coefficient of bearing
F	: matrix of frequency response function
f	: film force
h	: film thickness
K	: stiffness matrix
k	: stiffness coefficient
L	: bearing length
M	: mass matrix
m	: mass of journal
p	: oil pressure
p_i	: perturbed pressure, (i=1,2,3,4)
R	: bearing radius
\tilde{r}	: position vector
t	: time
x, y, z	: coordinates
θ	: angular coordinate
μ	: oil viscosity
ω	: angular speed of rotor
ϕ	: attitude angle

subscripts

b, j	: bearing and journal
o	: static equilibrium position
x, y	: direction of x and y-coordinate

참고문헌

1. Lund, J. W., "Review of the Concept of Dynamic Coefficients for Fluid Film Journal Bearings," ASME J. of Tribology, Vol. 109, pp. 37-41, 1987.
2. Hori, Y., "Anti-earthquake Considerations in Rotordynamics", IMechE, C318/88, pp. 1-8, 1988.
3. Kato, T., Matsuoka, H. and Hori, Y., "Seismic Response of a Linearly Stable, Misaligned Multirotor System," STLE Tribology Trans., Vol. 36, pp. 311-315, 1993.
4. Choy, F. K., Braun, M. J. and Hu, Y., "Nonlinear Transient and Frequency Response Analysis of a Hydrodynamic Journal Bearing," ASME J. of Tribology, Vol. 114, pp. 448-454, 1992.
5. Myllerup, C. M., Harmrok, B. J., "Perturbation Approach to Hydrodynamic Lubrication Theory," ASME J. of Tribology, Vol. 116, pp. 110-118, 1994.
6. Gadangi, R. K., Palazzolo, A. B., "Transient Analysis Plain and Tilt Pad Journal Bearings Including Fluid Film Temperature Effects," ASME J. of Tribology, Vol. 118, pp. 423-430, 1996.
7. H. G. Elrod, "A Cavitation Algorithm," ASME J. of Lubrication Tech., Vol. 103, pp. 350-354, 1981.
8. D. Dowson, A. V. Ruddy, R. S. Sharp, and C. M. Taylor, "An Analysis of the Circumferentially Grooved Journal Bearing with Consideration of Lubricant Film Reformation," Proc. Instn. Mech. Engrs., Vol. 199, pp. 27-34, 1985.