

# 사판식 유압 피스톤 펌프의 윤활해석 : 피스톤 왕복운동의 영향

박 태 조, 구 칠 효  
경상대학교, 항공기부품RRC

## A Lubrication Analysis in Swash Plate Type Hydraulic Piston Pump : Effect of Piston Reciprocating Motion

Tae-Jo Park and Chil-Hyo Koo  
Gyeongsang Natl. Univ., ReCAPT

### Abstract

A numerical analysis between the piston and cylinder in swash plate type hydraulic piston pumps under reciprocating motion is presented. A finite difference method and the Newton-Raphson method are used simultaneously to solve the Reynolds equation in the clearance and the equation of motion for the piston. The tapered piston showed stable behaviors regardless of their initial eccentric conditions in the clearance and the reciprocating speed affect highly on the piston end trajectories. Therefore, the results of present study can be used other types fluid machineries.

**Key words** : Hydraulic piston pump, Swash plate type, Piston, Cylinder, Reciprocating motion, Lubrication analysis

### 1. 서 론

일반적으로 사판식(swash plate type) 유압 피스톤 펌프는 고압의 대유량이 요구되는 유압기계장치의 유압원으로 널리 사용된다. 이때, 피스톤과 실린더 사이, 사판과 피스톤 슈(piston shoe) 사이 및 실린더 블록(cylinder block)과 밸브 플레이트(valve plate) 사이와 같이 상대운동을 하는 부품에서 트라이볼로지(tribology)에 관련되어 발생하는 제반문제는 사판식 피스톤 펌프의 고압화를 위해서 시급하게 해결해야되는 중요한 과제들이다.

특히, 피스톤과 실린더 사이 간극에서의 윤활특성은 피스톤 펌프의 성능과 신뢰성

에 직접적인 영향을 미치므로 이에 대한 정확한 해석이 요구되지만 지금까지의 연구결과는 충분하지 않는 실정이다. Park과 Lee<sup>[1]</sup>, 이정오와 박태조<sup>[2]</sup>, 박태조와 전병수<sup>[3]</sup>는 실린더 내에서 일정한 속도로 직선운동을 하는 피스톤에 대한 윤활해석결과, 피스톤의 형상, 원주방향 그루브(groove) 및 운전조건 등의 영향을 이론적으로 조사하였다. Ezato와 Ikeya<sup>[4]</sup>의 피스톤 펌프·모터에 대한 기동 및 저속에서의 마찰특성 결과는 피스톤 양단의 편심상태가 왕복운동에 따라서 아주 크게 변화함을 실험적으로 밝혔다. 박태조와 구칠효<sup>[5]</sup>는 왕복운동을 하는 사판식 유압 피스톤 펌프에서 피스톤의 형상에 따른 윤활특성을 이론적으로

로 조사하였지만 추가적인 연구를 요구하였다. 한편, 사판식 유압 피스톤 펌프의 경우와 유사한 형태의 피스톤-실린더 기구를 채용하고 있는 내연기관<sup>[6-8]</sup>, 왕복동형 압축기(reciprocating compressor)<sup>[9]</sup>에 대한 연구가 수행되었지만 해석결과를 그대로 적용하기에는 한계가 있다.

본 논문에서는 피스톤의 왕복속도와 초기편심조건이 사판식 유압 피스톤 펌프의 윤활특성에 미치는 영향을 중점적으로 조사하고자 한다. 이를 위하여 참고문헌[5]과 동일하게 간극에서의 유압유에 대한 레이놀즈 방정식과 피스톤에 대한 운동방정식을 동시에 수치해석하였다.

## 2. 지배방정식

### 2.1 운동방정식

Fig.1에 개략적으로 나타낸 것과 같이 사판식 유압 피스톤 펌프에서는 축의 회전에 따라 피스톤이 실린더 내를 왕복운동하여 고압의 유압원을 생성한다. 이때, 피스톤에 작용하는 힘과 모멘트가 Fig.2에 나타낸 것과 같을 경우에 유막두께방향의 힘과 질량중심 G에 대한 모멘트의 평형방정식은 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

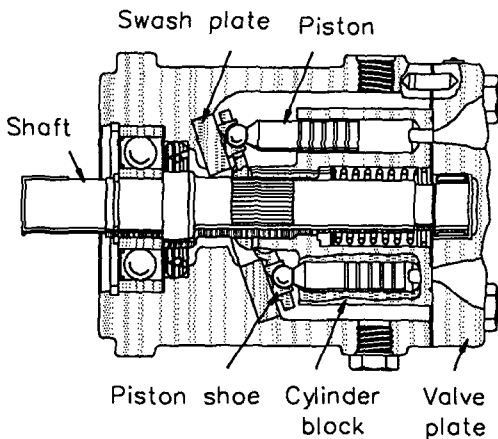


Fig.1 Swash plate type piston pump.

$$-m \ddot{e}_a = w_l + \bar{w}_z \quad (1)$$

$$I^* \ddot{a}^* = t_a - (w_g + \bar{w}_x)b - \bar{w}_z c \quad (2)$$

여기서,  $t_a = t_G + w_l(x-a)$ ,  $\bar{w}$ 는 사판에 의한 힘,  $w_g$ 는 피스톤 선단부에 작용하는 압력에 의한 힘이며 축력  $w_l$ 과  $t_a$ 는 다음 식에서 구할 수 있다.

$$w_l = R \int_0^l \int_0^{2\pi} p \cos \theta d\theta dx \quad (3)$$

$$t_a = R \int_0^l \int_0^{2\pi} p(x-a) \cos \theta d\theta dx \quad (4)$$

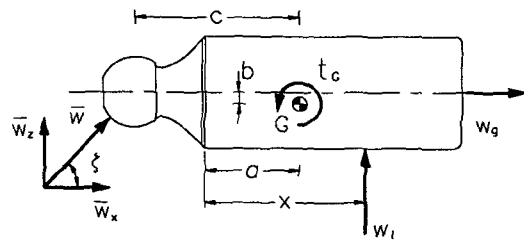


Fig.2 Free body diagram for piston.

### 2.2 레이놀즈 방정식과 경계조건

Fig.3은 본 논문에서 해석을 위하여 채용한 피스톤의 형상과 좌표계를 나타낸 것으로 피스톤의 양단이 실린더 축에 대하여 각각  $e_o$ ,  $e_n$  만큼 편심되어 있다. 이때, 피스톤과 실린더 사이에서의 유체압력은 다음 식으로 표현되는 레이놀즈 방정식으로부터 구할 수 있다.

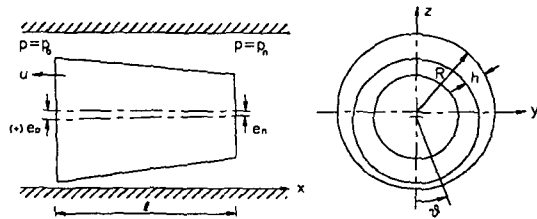


Fig.3 Piston shape and coordinate system.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) = 6\eta \left( u \frac{\partial h}{\partial x} + 2 \frac{\partial h}{\partial t} \right) \quad (5)$$

이때, 피스톤의 양단부에 작용하는 유체 압력은 다음과 같다.

$$x = 0, \quad p = p_o \quad ; \quad x = l, \quad p = p_n \quad (6)$$

만일, 간극에서의 압력이 대기압 보다 낮을 경우에는 다음 식과 같은 레이놀즈의 경계 조건(Reynolds' boundary condition)을 적용한다.

$$p = \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial \theta} = 0 \quad (7)$$

### 2.3 유막두께식

피스톤 형상과 실린더 내에서의 편심상태가 Fig.3과 같은 경우, 유막두께  $h$ 는 다음 식과 같이 표현된다.

$$h = c_o + (c_n - c_o) \frac{x}{l} - \left\{ e_o + (e_n - e_o) \frac{x}{l} \right\} \cos \theta \quad (8)$$

### 2.4 마찰력 및 누설유량

피스톤에 작용하는 마찰력과 간극을 통한 유압유의 누설유량은 각각 다음 식에서 구할 수 있다.

$$f = R \int_0^l \int_0^{2\pi} \left( \frac{h}{2} \frac{\partial p}{\partial x} - \eta \frac{u}{h} \right) d\theta dx \quad (9)$$

$$q = -R \int_0^{2\pi} \left( \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} - u \frac{h}{2} \right) d\theta \quad (10)$$

## 3. 수치해석

수치해석과 결과처리를 효율적으로 하기 위하여 다음과 같은 무차원변수를 도입한다.

$$X = x/l, \quad A = a/l, \quad L = l/R, \quad H = h/c_o, \quad \tau = \omega_s t,$$

$$\begin{aligned} k_n &= c_n/c_o, \quad \varepsilon_o = e_o/c_o, \quad \varepsilon_n = e_n/c_n, \quad P = p/p_d, \\ \alpha &= a^* l/c_o \omega_s^2, \quad \lambda = 6\eta u l/p_d c_o^2, \quad \Psi = 12\eta \omega_s l^2/p_d c_o^2, \\ W_t &= w_t/\pi R^2 p_d, \quad T_t = t_t/\pi R^2 l p_d, \quad F = f c_o/\pi R^3 p_d, \\ Q &= 6\eta q l/\pi R p_d c_o^3, \quad M = c_o \omega_s^2 m/\pi R^2 p_d, \\ I &= c_o \omega_s^2 I^*/\pi R^2 l^2 p_d \end{aligned} \quad (11)$$

여기서,  $p_d = |p_n - p_o|$ 이다.

따라서, 식(1)과 식(2)를 무차원화한 후 이를 피스톤 양단에서의 편심율에 대한 식으로 나타내면 각각 다음 식과 같다.

$$\dot{\varepsilon}_o = \frac{A T_t}{I} - \frac{W_t}{M} \quad (12)$$

$$\dot{\varepsilon}_n = \frac{1}{k_n} \left\{ \frac{(A-1) T_t}{I} - \frac{W_t}{M} \right\} \quad (13)$$

식(5)~식(7)은 순서대로 다음과 같이 무차원된다.

$$\frac{\partial}{\partial X} \left( H^3 \frac{\partial P}{\partial X} \right) + L^2 \frac{\partial}{\partial \theta} \left( H^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) = \lambda \frac{\partial H}{\partial X} + \Psi \frac{\partial H}{\partial \tau} \quad (14)$$

$$X = 0, \quad P = P_o \quad ; \quad X = 1, \quad P = P_n \quad (15)$$

$$P = \frac{\partial P}{\partial X} = \frac{\partial P}{\partial \theta} = 0 \quad (16)$$

식(8)의 무차원식과 이에 대한 시간변화율은 각각 다음과 같다.

$$H = k_x (1 - \varepsilon_x \cos \theta) \quad (17)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \tau} = -k_x \{ \dot{\varepsilon}_o + (k_n \dot{\varepsilon}_n - \dot{\varepsilon}_o) X \} \cos \theta \quad (18)$$

식(9)와 식(10)을 무차원화하면 각각 다음과 같이 나타내어진다.

$$F = \frac{1}{2\pi} \int_0^1 \int_0^{2\pi} \left( H \frac{\partial P}{\partial X} - \frac{\lambda}{3H} \right) d\theta dX \quad (19)$$

$$Q = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left( H^3 \frac{\partial P}{\partial X} - \lambda H \right) d\theta \quad (20)$$

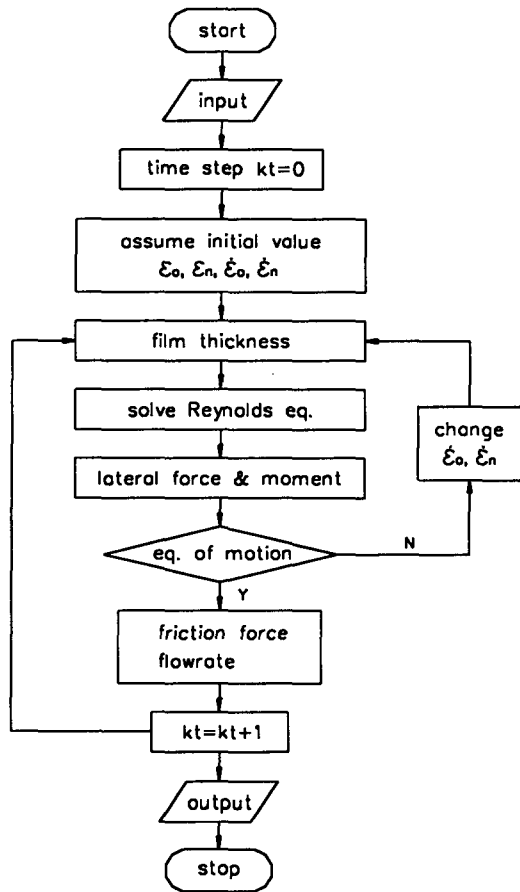


Fig.4 Flow chart for numerical analysis.

본 논문에서는 레이놀즈 방정식을 해석하기 위하여 유한차분법을, 운동방정식에는 뉴우턴-랍슨법(Newton-Rapson method) 각각 적용하였다. 균일한 격자계를 사용한 경우에 대한 식(14)의 유한차분형태는 다음 식과 같다<sup>[5]</sup>.

$$\begin{aligned}
 & H_{i+1/2,j}^3(P_{i+1,j} - P_{i,j}) - H_{i-1/2,j}^3(P_{i,j} - P_{i-1,j}) \\
 & + \left\{ L \frac{\Delta X}{\Delta \theta} \right\}^2 \left\{ H_{i,j+1/2}^3(P_{i,j+1} - P_{i,j}) \right. \\
 & \quad \left. - H_{i,j-1/2}^3(P_{i,j} - P_{i,j-1}) \right\} \\
 & = \lambda \Delta X (H_{i+1/2,j} - H_{i-1/2,j}) + \psi \Delta X^2 \frac{\partial H}{\partial \tau}
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

여기서,  $\Delta X$ ,  $\Delta \theta$ 는 각각  $X$ ,  $\theta$ 방향으로의 격자간격이다.

식(21)의 수치해석시에 음의 압력이 발생하는 경우에는 식(16)의 레이놀즈 경계조건을 적용한 후 수치해석을 반복하여 각 격자점에서의 압력분포를 구한다. 한편, 운동방정식인 식(12)와 식(13)을 해석하기 위하여 뉴우턴-랍슨법을 적용한다. Fig.4는 수치해석을 위한 순서도이며, 보다 상세한 해석과정은 참고문헌[5]에 나타내었다.

#### 4. 결과 및 고찰

본 논문에서는 피스톤의 왕복운동에 따른 피스톤 양단부의 편심궤적, 피스톤에 작용하는 마찰력 및 간극을 통하는 누설유량의 변화를 조사하였다. 해석은 편심방향의 초기속도가  $\dot{\epsilon}_o(0) = \dot{\epsilon}_n(0) = 0.0$ 이고  $k_n = 2$ 의 완전히 테이퍼진 형상에 대하여 수행하였다.

Fig.5~Fig.7에는 운동전의 편심상태가 서로 다른 피스톤이 운동을 시작한 이후의 10주기 동안에 대한 양단부 편심궤적을 나타낸 결과로 초기편심량은 Fig.5에서는  $\epsilon_o(0) = \epsilon_n(0) = 0.0$ , Fig.6은  $\epsilon_o(0) = \epsilon_n(0) = 0.5$ , Fig.7은  $\epsilon_o(0) = 0.5$ ,  $\epsilon_n(0) = -0.5$ 와 같다. 초기의 편심상태에 상당한 차이가 있음에도 불구하고 10번 정도의 왕복운동을 한 이후의 편심상태는 서로 큰 차이를 보이지 않고 있다. 이러한 결과는 피스톤이 고압측으로 테이퍼진 형상이므로 간극에서 발생하는 유체압력이 편심된 피스톤에 Centering force로 작용하여 초기상태에 관계없이 급속하게 평형상태에 도달하게 하기 때문이다. 하지만 단순한 원통형 피스톤일 경우에는 대부분 피스톤의 선단부가 실린더 내벽쪽으로 급격하게 편심된다<sup>[5]</sup>. 따라서, 고압측으로 테이퍼진 형상으로 피스톤을 설계하는 것이 유리함을 알 수 있다.

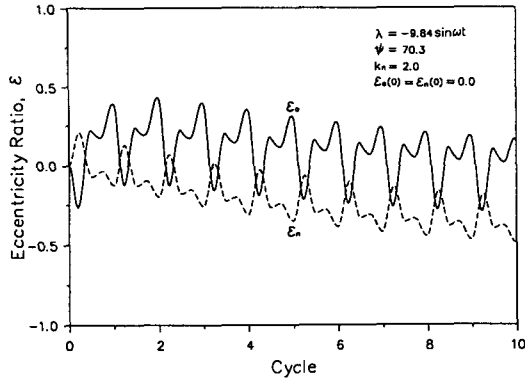


Fig.5 Transient piston end trajectories.  
 $\varepsilon_o(0) = \varepsilon_n(0) = 0.0$ .

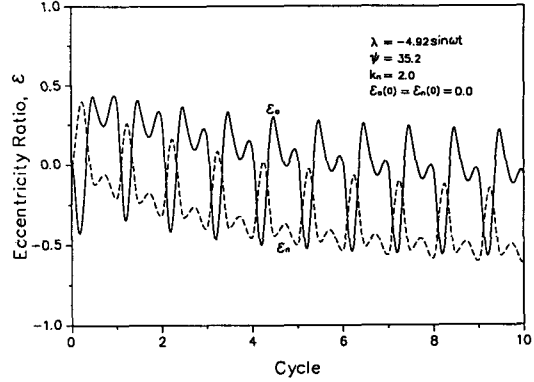


Fig.8 Transient piston end trajectories.  
 $\varepsilon_o(0) = \varepsilon_n(0) = 0.5$ .

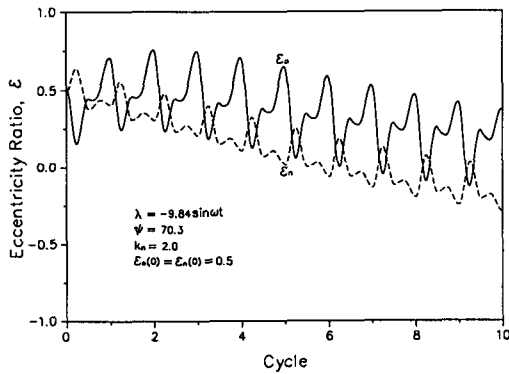


Fig.6 Transient piston end trajectories.  
 $\varepsilon_o(0) = \varepsilon_n(0) = 0.5$ .

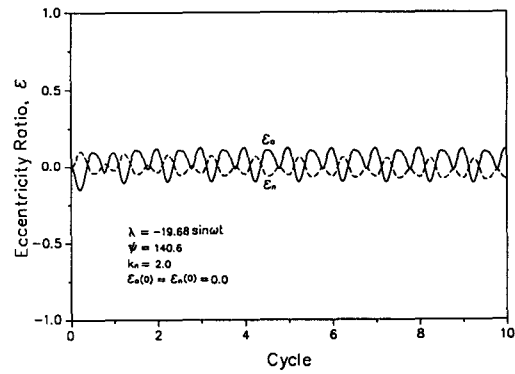


Fig.9 Transient piston end trajectories.  
 $\varepsilon_o(0) = \varepsilon_n(0) = 0.0$ .

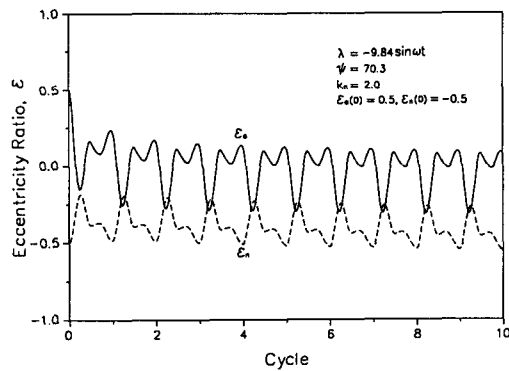


Fig.7 Transient piston end trajectories.  
 $\varepsilon_o(0) = 0.5, \varepsilon_n(0) = -0.5$ .

Fig.8과 Fig.9에는 Fig.5와 초기편심상태는 동일하지만 왕복속도가 이것의 절반과 2배인 경우에 대한 편심궤적을 각각 나타낸 것으로서 왕복속도는 피스톤의 궤적에 아주 큰 영향을 미침을 알 수 있다. 즉, 저속에서는 편심방향의 요동(oscillation)이 크게 나타나는 것은 피스톤이 실린더 내벽과 접촉할 가능성이 높음을 의미한다. 이러한 결과는 유압유의 윤활작용에 의하여 간극에서 발생하는 유체압력이 낮으므로 인하여 사판과 피스톤 선단부에서 작용하는 힘이 피스톤의 거동에 보다 큰 역할을 하기 때문인 것으로 생각된다. 이와 반대

로 고속운전에서는 간극에서 발생하는 높은 압력이 Centering force로 작용하기 때문에 피스톤의 요동은 아주 작아지고 있다. 따라서, 피스톤 펌프의 사양이 동일할지라도 저속운전일 경우의 윤활조건이 보다 가혹할 것으로 쉽게 추정할 수 있다.

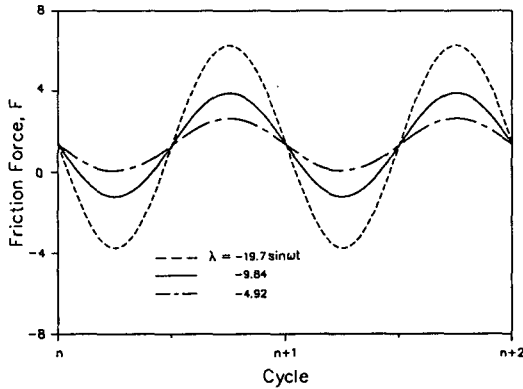


Fig.10 Steady state friction force acting on the piston.  $\epsilon_o(0) = \epsilon_n(0) = 0.0$ .

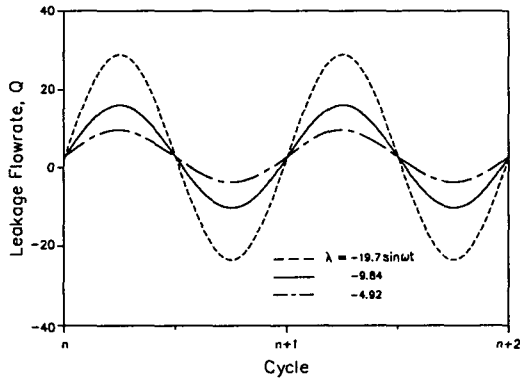


Fig.11 Steady state leakage flow rate.  $\epsilon_o(0) = \epsilon_n(0) = 0.0$ .

Fig.10과 Fig.11에는 운전속도에 따른 정상상태 2주기 동안의 피스톤에 작용하는 마찰력과 간극을 통하는 누설유량의 변화를 각각 나타내었다. 피스톤이 고속으로 운전할수록 유압유의 점성저항은 증가하

로 마찰력과 누설유량은 증가한다. 하지만 이들의 변화는 운전속도에 정비례하지는 않고 있다.

이상에서 제시한 결과, 피스톤의 왕복속도는 사판식 유압 펌프의 피스톤과 실린더 사이의 윤활특성에 큰 영향을 미침을 알 수 있으며 다양한 조건에 대한 추가연구가 요구된다.

## 5. 결 론

본 논문에서는 사판식 유압 피스톤 펌프에서 피스톤의 왕복운동에 따른 피스톤과 실린더 사이 간극에서의 윤활특성을 조사하기 위하여 레이놀즈 방정식과 피스톤에 대한 운동방정식을 확립하고 유한차분법과 뉴우턴-랩슨 방법을 사용하여 이를 수치해석하였다. 이 결과, 고압축으로 테이퍼진 형상의 피스톤이 초기상태에 관계없이 안정된 평형상태유지에 유리하였다. 피스톤의 왕복속도는 편심궤적에 큰 영향을 미치며, 특히 저속일수록 편심방향의 요동이 크게 되므로 윤활상태는 보다 가혹할 것으로 추정되었다. 따라서, 본 논문에서 제시한 해석 방법과 결과는 피스톤-실린더 기구를 채용하고 있는 다양한 유체기계에 적용될 수 있으며 상세한 추가연구를 요한다.

## 후 기

본 연구는 한국과학재단 핵심전문연구비(971-1010-016-1) 지원으로 수행중인 연구결과의 일부이며, 지원에 감사를 드립니다.

## 참 고 문 헌

1. Park, T.J. and Lee, C.O., 1993, Hydrodynamic Lateral Force on a Tapered Piston Subjected to a Large

- Pressure Gradient, *Proc. of 3rd ICFP*, pp.44~48.
2. 이정오, 박태조, 1994, 피스톤 형상이 유압피스톤 펌프·모터의 윤활특성에 미치는 영향, *한국윤활학회지*, Vol.10, No.3, pp.47~53.
  3. 박태조, 전병수, 1998, 유압 피스톤 펌프의 피스톤과 실린더 사이의 윤활해석 제1보 : 피스톤 형상에 의한 영향, *한국윤활학회지*, Vol.14, No.1, pp.64~69.
  4. Ezato, M. and Ikeya, M., 1986, Sliding Friction Characteristics between a Piston and a Cylinder for Starting and Low-Speed Conditions in the Swashplate Type Axial Piston Motor, *Proc. of 7th Int. Fluid Power Sympo.*, pp.29~37.
  5. 박태조, 구칠효, 1999, 사판식 유압 피스톤 펌프에서의 윤활해석, *대한기계학회 추계학술대회논문집*, pp.962-967.
  6. Li, D.F., Rohde, S.M. and Ezzat, H.A., 1982, An Automotive Piston Lubrication Model, *ASLE Trans.*, Vol.26, No.2, pp151~160.
  7. Zhu, D., Cheng, H.S., Arai, T. and Hamai, K., 1992, A Numerical Analysis for Piston Skirts in Mixed Lubrication - Part I : Basic Modeling, *J. of Tribology*, Vol.114, pp.553~562.
  8. Gommed, K. and Etsion, I., 1993, Dynamic Analysis of Gas Lubricating Ringless Pistons - Basic Modeling, *J. of Tribology*, Vol.115, pp.207~213.
  9. Alvaro, T. and Fabian, F., 1998, Numerical Simulation of the Piston Secondary Motion in Reciprocating Compressor, *Proc. of the Perdue Compressor Tech. Conf.*