

# 불완전한 기계 및 랜덤가공시간을 갖는 폐쇄형 생산시스템의 성능분석에 관한 연구

## Performance Analysis for Closed-Loop Production Systems with Unreliable Machines and Random Processing Times

김호균\* · 백천현\* · 조형수\*

\* 동의대학교 산업공학과

### Abstract

봉쇄 및 기계고장을 갖는 폐쇄형 대기행렬망(closed-loop queueing networks with blocking and machine failure, CQN-BF)은 생산시스템의 성능 분석을 위한 중요한 도구가 되어왔다. 대기행렬망의 특성은 다음 두 가지로 분류된다. 하나는 버퍼의 유한성으로 인한 봉쇄현상(blocking phenomenon)이며, 다른 하나는 서버의 고장현상(breakdown phenomenon)이다.

봉쇄 대기행렬망은 특수한 경우를 제외하고는 승법형 해(product form solution)를 갖지 않기 때문에 정확한 해(exact solution)는 수치적 기법(numerical method)에 의해서만 얻어질 수 있다. 그러나 수치적 기법들은 많은 계산시간을 요하게 되어, 비교적 작은 규모의 대기행렬망만을 처리하는데 국한된다. 따라서, 대부분의 연구에서는 근사적 해를 구하기 위한 발견적(heuristic) 해법의 개발에 치중되어 왔다. CQN-BF의 분석을 위한 발견적 해법은 여러 가지 제약들로 인해서 많은 연구가 이루어지지 않는 못하였다. 이미 이루어진 연구들마저도 확정적(deterministic)인 가공시간을 갖는 CQN-BF에 국한되었고, 랜덤 가공시간을 갖는 CQN-BF에 대한 연구는 아직 이루어지지 못하였다. 따라서 본 연구에서는 랜덤가공시간을 갖는 CQN-BF의 산출율 분석을 위한 효율적이고 새로운 근사적 방법을 산출율-한계(throughput-bounding) 방법과 함께 제시한다.

본 연구에서 고려된 모델은 다음과 같이 요약될 수 있다. 유한한 용량을 갖는  $K$ 개의 중간버퍼에 의해 구분되는  $K$ 개의 기계(서버)들의 연속으로 구성되어 있는 CQN-BF를 고려하자. 부품(고객)들은 첫 번째 기계  $M_1$ 에서 시작하여 버퍼  $B_1$ , 기계  $M_2$ , 버퍼  $B_2$ 를 거쳐 기계  $M_K$ , 버퍼  $B_K$ 까지 거친 후, 첫 번째 기계  $M_1$ 으로 다시 피드백(feedback)된다. 시스템내에는 순환하는 총  $N$ 개의 부품만

이 존재할 수 있으며, 부품가공시간 및 기계고장시간 그리고 수리시간은 각각 가공율  $\mu_i$ 와 고장율  $\lambda_i$  그리고 수리율  $r_i$ 를 갖는 지수분포를 따른다고 가정한다. 버퍼용량의 유한성으로 인하여 각 기계들은 부품가공을 마쳤을 때, 만약 하위버퍼(downstream buffer)가 가득 차 있다면 봉쇄된다(Blocking-After-Service, BAS).

앞서 정의된 CQN-BF에 대해서, 우리는 먼저 분해(decomposition)와 통합(aggregation) 원리에 기초하여 산출율-근사(throughput-approximation) 방법을 도출한다. 근사적 방법의 원리는  $K$ 개의 기계와 버퍼로 구성된 원 시스템을  $K$ 개의 하부시스템으로 분해하며, 이때 각 하부시스템은 유한한 용량을 갖는 중간버퍼에 의해 구분되는 2개의 기계로 구성된다. 이러한 분해법은 비승법형(non-product form) 해를 갖는 대기행렬망의 성능을 근사화시키기 위해 여러 문헌들에서 폭넓게 사용되어져 왔다.

분해된 하부시스템을 분석하는 방법에 따라, 세 가지의 서로 다른 접근법이 제시된다. 첫 번째 접근법은 각 하부시스템들에 대해서 정확해를 구하는 방법이며, 두 번째 접근법은 기계의 고장과 수리에 의해서 발생하는 가공시간의 지연(delay)을 평균가공시간에 통합하여, 하부시스템의 행태(behavior)를 M/M/1/C 시스템으로 표현하고 분석하는 방법이다. 마지막 세 번째 접근법은 가공시간에 대해서 1차 모멘트뿐만 아니라 2차 모멘트까지도 고려하여, 하부시스템의 행태를 PH/PH/1/C 시스템으로 표현하고, 수리적 방법에 의해서 정확하게 분석하는 방법이다.

성능분석을 위한 전체 알고리즘은 두 개의 반복적 루프 즉 내부루프(inner loop)와 외부루프(outer loop)로 구성된다. 내부루프는 흐름보존 법칙(flow conservation law)을 만족하는 매개변수(도착율, 가공율)들을 구하게 되는데, 이를 위해 전진방향과 후진방향으로 반복적인 절차를 사용하게 된다. 또한 내부루프에서는 각 하부시스템에 대해서 요구되는 성능척도들 즉, 봉쇄 및 결핍(starvation) 확률 그리고 버퍼내 평균 재고량등을 앞서 언급된 세 가지 서로 다른 접근법의 알고리즘에 의해서 구하게 된다. 외부루프는 CQN-BF의 특징인 시스템내 총 고객수 제한 조건을 만족시키기 위해 각 하부시스템내 평균 버퍼수준들에 적합되는 매개변수들을 구하는 루프이다.

근사적 방법이 갖는 단점은 제시된 해의 오차범위를 알 수 없다는 것이다. 따라서 이러한 근사적 방법의 단점을 보완하기 위해서 우리는 더 적은 계산량으로 얻을 수 있는 성능척도의 한계를 제공하기 위해, 표본경로추적법(sample path method)에 의한 단순 산출율-상한법(throughput-upper bounding method)을 제시한다.

본 연구에서 제시된 근사적 방법의 적정성을 검토하고, 그 성능을 평가하기 위해 다양한 수치예제를 제공한다. 근사적 방법에 의한 결과는 시뮬레이션 결과와 비교되어지고, 제시된 산출율 근사 방법과 산출율-상한법이 산출율의 좋은 추정치를 제공한다는 것을 보여준다.