

WDM Ring에서의 파장할당 방법에 대한 연구

Optimization of Wavelength Assignment in All Optical WDM Ring

정지복* · 이희상** · 정성진*

* 서울대학교 산업공학과

** 한국외국어대학교 산업공학과

Abstract

WDM(Wavelength Division Multiplexing) Ring에서 경로가 고정된 파장할당문제는 Circular Arc Graph(CAG)에서의 vertex coloring문제와 동일하다. 본 연구에서는 극대독립집합(Maximal Independent Set)으로 vertex를 cover하는 정수계획법 모형을 제시하고 이를 효율적으로 풀 수 있는 column generation approach와 실험결과를 제시하겠다.

1. Introduction

WDM 방식의 전송기술은 차세대의 통신수요를 경제적으로 만족시켜줄 것으로 예상되면서 최근의 많은 연구가 이루어지고 있다.[8] WDM은 광경로(lightpath)로 불리는 광-전변환이 필요 없는 광채널(optical channel)을 통하여 전송이 이루어진다. 이 때, 같은 물리적 링크를 사용하는 광경로는 각기 다른 파장이 할당되어야 하는데 이를 파장-연속제약식(wavelength-continuity constraint)이라 한다. 주어진 광수요를 최소한의 파장을 사용하여 파장-연속제약식을 만족시키는 방법에 대한 문제가 대두되었다. 특히, Ring은 가장 간단히 2-connectivity를 보장할 뿐만 아니라, 기존의 광통신기술(FDDI, SONET)이 ring의 형태로 이루어져 있다는 점에서 볼 때, 가장 먼저 상용화될 topology 형태로 주목 받아 오고 있다.[4,8] 조합 최적화론적 입장에서 보면 ring에서의 파장할당 문제는 NP-complete에 속하는 CAG에서의 vertex coloring 문제와 동일함을 알 수 있다.[5]

2. Mathematical model

본 연구에서는 파장할당문제를 CAG에서의 vertex coloring문제로 변환한 후 극대독립집합으로

vertex를 cover하는 정수계획법 모형을 제시하겠다. CAG를 구성하는 방법은 주어진 광경로에 해당하는 vertex를 고려하고, 두 광경로가 서로 겹치는 경우에는 이에 해당하는 vertex사이에 edge를 연결해 나간다.[1] 구체적인 수리모형을 위해 다음의 기호와 용어들을 정의하겠다. $G = (V, E)$ 는 파장할당문제로 만들어진 CAG로 V 는 vertex set, E 는 edge set이다. S 를 G 에 속하는 모든 Maximal independent set(MIS)들의 집합이라 하고 만약 하나의 MIS s 를 선택하면 1, 그렇지 않으면 0의 값을 갖는 결정 변수 x_s 을 정의하고, 모든 vertex가 선택한 MIS들에 의해 적어도 한번은 선택되도록 하는 가장 적은 수의 MIS를 선택하는 문제를 고려하자. 이때 선택된 MIS에 속하는 모든 vertex는 같은 색깔을 사용하여 coloring한다고 하면 WDM ring에서의 파장할당 문제는 CAG 상의 vertex coloring 문제로 아래와 같이 MIS Cover 문제로 수리모형화 될 수 있다.

(MIS Cover) Minimize $\sum_s x_s$,

Subject to $\sum_{\{s \in S\}} x_s \geq 1, \forall i \in V, x_s \in \{0, 1\}, \forall s \in S$

3. Solution Approach

위 수리모형은 vertex(광경로수)만큼의 제약식을 가지고 있고 대칭성(symmetry)이 없다는 장점이 있으나 변수의 수가 모든 가능한 MIS 수이므로 그래프의 크기에 대해 지수 적으로 많은 변수를 가지므로 column generation approach가 효율적일 것으로 생각된다.[7]

MIS IP 문제에 대한 column generation은 *Maximum Weighted Independent Set(MWIS)* problem을 가지고 판단할 수 있으며 일반적인 그래프에서의 MWIS 문제는 NP-Hard에 속하지만 특수하게 CAG 그래프에서는 $O(n^2 \log n)$ 만에 풀릴 수 있다[3]. 따라서 MIS Cover의 LP relaxation은 polynomial time 만에 풀릴 수 있다. 만약 LP 최적해가 정수가 아닌 경우에는 [2]와 같은 branching rule을 사용할 경우 부문제인 column generation 문제의 구조에 맞는 효율적인 branching이 가능해진다.

4. 실험결과 및 추후연구과제

제안하는 최적화 알고리즘은 C 언어를 사용하여 SUN Sparc Ultra (167Mhz)에서 상용패키지인 CPLEX 4.0을 사용하여 전산실험 하였다. 전산실험을 통하여 제안하는 최적화 알고리즘이 현실적인 크기의 ring에서는 효율적으로 풀릴 수 있다는 사실을 보이고 기존의 graph coloring 알고리즘인 DSATUR보다 효율적임을 보이고자 한다.

먼저 ring의 크기는 현재의 SONET ring크기를 고려하여 5 - 25로 제한하였다. 모든 node pair에 대하여 광 수요가 존재할 확률을 0.3 - 0.9로 변화를 주어서 traffic load에 따른 알고리즘의 성능을 알아보고자 하였다.

실험결과를 요약하면, MIS IP모형은 상당히 strong하여서 LP해와 IP해와의 차이가 가장 많이 날 때 도 1% 이내였으며, subprblem수도 50이내이었다. sequential coloring heuristic과 비교에서도 약 5-15%의 성능차이를 보이며, 일반적인 graph coloring 알고리즘인 DSATUR보다 빠른 시간안에 풀 수가 있었다.

또한 전산실험 결과 필요로 하는 최소wavelength수는 특정링크를 지나는 경로의 최대값(congestion) 근처라는 것을 알 수 있었다. 따라서 만일 경로설정과 파장할당을 동시에 다루면서 경로설정과 파장할당을 독립적으로 분할하여 경우, 경로설정단계에서는 congestion을 최소화하도록 하는 것이 바람직한 접근 방법이라고 생각된다.

트래픽 형태의 변화에 따른 성능을 살펴보고 위의 approach를 경로설정과 파장할당을 동시에 고려 하는 경우에 대하여 추가적으로 연구할 필요가 있다.

Reference

- [1] M. C. Golumbic, Algorithmic Graph Theory and Perfect Graphs, Academic Press, 1980.
- [2] A. Mehrotra and M. A. Trick, A Column Generation Approach for Graph Coloring, INFORMS Journal on Computing, 8, 1996, pp.344-354
- [3] J. Y. Hsiao et al, An Efficient Algorithms for Finding a Maximum Weighted 2-independent Set on Interval Graph, Information Processing Letters, n43, pp.229-235, 1992.
- [4] T. Erlebach and K. Jansen, The Complexity of Call-Scheduling, Preprint to Elsevier, 1997.
- [5] M. Garey and D. S. Johnson, The Complexity of Coloring Circular Arcs and Chord, SIAM J. Algebraic Discrete Methods, 1(2), pp.216-227, 1980.
- [6] Tucker, Coloring a Family of Circular Arcs, SIAM J. Applied Math, 29(3), pp.493-502, 1975.
- [7] J. Birge and K. Murty eds. Mathematical Programming : State of the Art 1994, University of Michigan, 1994.
- [8] R. Ramaswami and K. N. Sivarajan, Optical Networks : A Practical Perspective, Morgan Kaufmann, 1998.