

랜덤가공시간과 기계고장이 존재하는 폐쇄형 생산시스템의 성능 분석

Performance Analysis of Closed-Loop Production Systems with Random Processing Times and Machine Failures

백천현, 김호균, 조형수

C.H. Paik, H.G. Kim, H.S. Cho

동의대학교 산업공학과

Abstract

In this paper we propose new approximate method for the performance analysis of closed-loop production system with unreliable machines and random processing times. The approximate method decomposes the production system consisting of K machines into a set of K subsystems, each subsystem consisting of two machines separated by a finite buffer. Then, each subsystem is analyzed by analyzing method in isolation. The population constraint of the closed-loop production system is taken into account by prescribing that the sum of average buffer level in the subsystems is equal to the number of customers in the closed-loop production system. We establish a set of equations that characterizes unknown parameters of the servers in the subsystems. An iterative procedure is then used to determine the unknown parameters. Experimental results show that these methods provide a good estimation of the throughput.

1. 서론

봉쇄 대기행렬망(Queueing network with blocking)은 생산시스템, 컴퓨터시스템 및 통신망 등을 모형화하고 성능을 평가하기 위한 기법으로 널리 사용되고 있다. 봉쇄 대기행렬망은 특수한 경우를 제외하고는 승법형(product form) 해를 갖지 않기 때문에 정확한 해는 수치적 기법에 의해 서만 얻어질 수 있다. 그러나 수치적 기법들은 많은 계산시간을 요하게 되어, 비교적 작은 규모의 대기행렬망만을 처리하는데 국한된다. 따라서, 대부분의 연구에서는 근사적 해를 구하기 위

한 발견적(heuristic) 해법의 개발에 치중되어 왔다 [1,3-11]. 최근에는 봉쇄를 갖는 폐쇄형 대기행렬망(closed queueing network)에 대한 발견적 해법에 관심이 고조되고 있으며, 여러 가지 근사해법들이 제안되었다 [1,4,8,11]. 그러나 폐쇄형 대기행렬망은 시스템 내에 존재하는 고객의 수가 일정해야 한다는 제약이 부과되어 개방형 대기행렬망(open queueing network)에 비해 많은 연구가 이루어지지 못한 실정이다.

문헌에서 소개된 폐쇄형 봉쇄 대기행렬망(CQN-B : closed queueing network with blocking)에 대한 근사해법들을 살펴보면, Dallery [4]와 Kim & Lie [11]는 CQN-B에 대한 성능분석을 하였지만, 첫 번째 버퍼가 무한하고 서버가 완전하다고 가정하였다. 유한한 버퍼를 갖는 CQN-B에 대하여, Bouhchouch [1]는 서버가 일반 서비스 시간 분포를 갖는 CQN-B에 대한 근사해법을 제시하였지만, 역시 서버는 완전하다고 가정하였다.

반면, 불완전한 서버를 갖는 모형에 대한 연구는 아직 미비한 편이며, 게다가 지금까지 이루어진 연구들은 대부분 서비스시간에 대한 제약을 두었다. 먼저, 개방형 봉쇄 대기행렬망에 대한 연구에서 Dallery, David & Xie [3,5]는 서버가 확정적(deterministic)인 서비스시간을 갖는다고 가정하였으며, Gershwin [10]은 서버가 랜덤서비스시간을 갖는 경우에 대해 효율적인 알고리즘을 제시하였다. 폐쇄형 봉쇄 대기행렬망에 대해서 Frein [8]은 매우 효율적인 근사해법을 제시하였지만 역시 서버가 확정적인 서비스시간을 갖는다고 가정하였다. 또한 불완전한 서버를 갖는 모형에 대한 대부분의 연구들은 시스템의 행태를 연속흐름(continuous flow) 모형으로 근사화하여 분석하였다. 따라서 불완전한 서버 및 랜덤서비스시간을 갖는 폐쇄형 봉쇄 대기행렬망(CQN-BF : closed queueing network with blocking and server failure)에 대한 연구는 아직 이루어지지 못하였다.

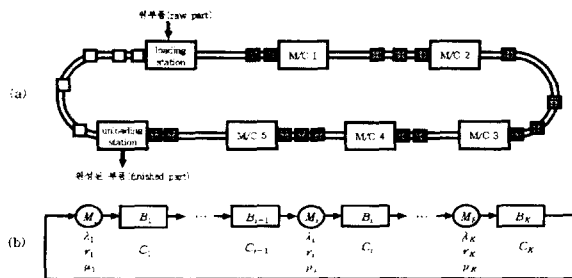
이에 본 연구에서는 기계가 불완전하고 랜덤 가공시간을 갖는 폐쇄형 생산시스템을 CQN-BF로 모형화하여, 폐쇄형 생산시스템의 성능평가를 위한 알고리즘을 제시하고자 한다.

2. 모형 설명

폐쇄형 생산시스템은 [그림 1]의 (a)와 같이 원부품이 로딩 스테이션(loading station)에서 팔레트(pallet)에 올려지고 팔레트와 부품이 정하여진 일련의 기계를 방문하면서 가공된다. 언로딩 스테이션(unloading station)에서는 부품이 팔레트로부터 내려져 완성된 부품은 그 시스템을 떠나고 빈 팔레트는 로딩 스테이션으로 다시 보내져 새로운 원부품이 올려진다. 이때 로딩 스테이션에서 팔레트를 통해 부품이 이동되고 팔레트가 가용될 때만 새로운 부품이 시스템에 유입될 수 있다. 팔레트는 총 N 개가 존재하며, 폐쇄형 생산시스템 내에 항상 N 개의 팔레트만 존재할 수 있다. 따라서 팔레트는 폐쇄형 생산시스템에 동시에 존재할 수 있는 부품의 수를 제한하는 요소가 된다.

한편, 로딩 스테이션 및 언로딩 스테이션을 포함한 각 기계들은 부품 가공 중에 있을 때에만 고장이 발생되며, 고장이 발생하면 즉시 수리가 시작된다. 기계에 고장이 발생하는 순간, 가공중이던 재공품은 기계가 수리되는 동안 기계에 계속 남아 있으며 수리완료 즉시 가공이 재개된다. 또한, 각 기계의 고장발생시 다른 기계에 대한 영향을 줄이기 위해 기계사이에 재공품의 저장시설, 버퍼를 갖춘다.

이러한 폐쇄형 생산시스템을 CQN-BF로 모형화하면 [그림 1]의 (b)와 같다. K 개의 서버(M_1, M_2, \dots, M_K)와 K 개의 버퍼(B_1, B_2, \dots, B_K)로 구성된 CQN-BF는 첫 번째 서버 M_1 에서 시작하여 B_1, M_2 를 거쳐 M_K, B_K 까지 거친 후, 첫 번째 서버 M_1 으로 다시 피드백된다. 각 서버 M_i 에서의 서비스시간은 서비스율 μ_i 를 갖는 지수분포를 따르며($i=1, 2, \dots, K$), 서비스 제공순서 원칙은 선입선출(FIFO) 원칙을 따른다고 가정한다. 서버 M_i 의 수명시간과 수리시간은 각각 고장을 λ_i 와 수리율 r_i 를 갖는 독립적인 지수분포를 따른다($i=1, 2, \dots, K$).



[그림 1] 폐쇄형 생산시스템 모형

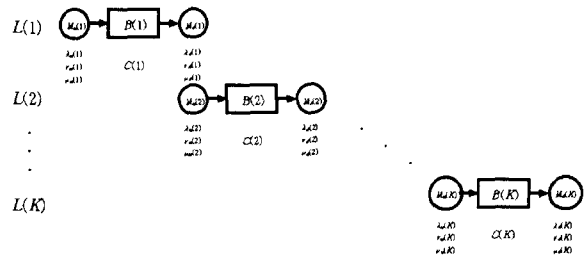
버퍼 B_i 의 저장용량은 하위(downstream)서버 M_{i+1} 의 작업공간을 포함하여 C_i 이다. 서버 M_i 에서 서비스를 마치고 하부버퍼로 고객을 이전하려고 할 때, 버퍼 B_i 가 가득 찬 경우, 서버 M_i 는 봉쇄된다. 이러한 봉쇄현상을 BAS(Blocking-After-Service) 혹은 전달봉쇄 현상이라 한다 [2,4,8].

3. 분해법을 이용한 근사해법

분해법은 원(original) 시스템을 유한한 버퍼용량을 갖는 독립된 대기행렬 시스템으로 분해하고, 각 시스템의 도착과정, 서비스과정 및 버퍼용량을 특성화하여 원 시스템에서의 행태에 가깝게 근사시키는 방법이다.

3.1 분해법

분해법에서는 먼저, 원 시스템 L 을 K 개의 하부시스템 $L(i)$ 로 분해한다($i=1, 2, \dots, K$). 하부시스템 $L(i)$ 는 중간 버퍼 $B(i)$ 를 중심으로 상위(upstream)서버 $M_u(i)$ 와 하위서버 $M_d(i)$ 로 구성되는데, 하부시스템 $L(i)$ 는 버퍼 $B(i)$ 에서의 고객 흐름이 원 시스템 L 의 버퍼 B_i 에서의 고객 흐름과 근사하도록 모형화하게 된다. 이때 중간버퍼 $B(i)$ 는 원 시스템 L 의 버퍼 B_i 에 해당되고, 버퍼 $B(i)$ 의 저장능력은 $C(i)$ 로서 원 시스템 L 에서 버퍼 B_i 의 저장능력 C_i 와 동일한 값을 가진다. 버퍼 $B(i)$ 를 중심으로 원 시스템 L 에서 버퍼 B_i 의 상위부분의 행태를 나타내는 상위서버 $M_u(i)$ 와 원 시스템 L 에서 버퍼 B_i 의 하위부분의 행태를 나타내는 하위서버 $M_d(i)$ 는 각각 원 시스템 L 의 M_i 와 M_{i+1} 에 해당된다. 이때, 만일 $i=K$ 이면 $i+1=1$ 이 된다. 하부시스템 $L(i)$ 에서 상위서버 $M_u(i)$ 는 결코 결핍(starvation)되지 않으며, 하위서버 $M_d(i)$ 는 결코 봉쇄되지 않는다. [그림 2]는 분해된 K 개의 하부시스템 $L(i)$ 를 보여주고 있다.



[그림 2] 분해된 K 개의 하부시스템

이후 표현법으로 정수점자(예 : M_i, B_i 등)는 원 시스템 L 에서의 서버 및 버퍼 그리고 매개변수를 지칭하며 괄호내 정수(예 : $M_u(i), B(i)$ 등)는 하부시스템 $L(i)$ 에서의 서버 및 버퍼 그리고 매개변수를 지칭하기로 한다.

각 하부시스템 행태들이 원 시스템의 행태를 표현하기 위해서는, 각 하부시스템에서의 산출을 $X(i)$ 는 다음과 같은 흐름보존원칙을 만족하여야 한다.

$$X(1) = \dots = X(i) = X(i+1) = \dots = X(K) \quad (1)$$

CQN-BF의 가장 큰 특징으로는 시스템내에 존재할 수 있는 고객의 수가 제한되어 있다는 것이다. 이는 곧 어떤 한 시점에서 서버 M_i 와 버퍼 B_i 로 구성되는 각 스테이션에 존재하는 고객들의 합은 총 고객의 수 N 이 되어야 한다는 것이다. 이를 하부시스템 모형에 반영하기 위해서, 각 하부시스템 $L(i)$ 에 존재하는 평균 고객 수의 합은 원 시스템 L 에 존재하는 총 고객 수 N 과 같아야 한다는 다음과 같은 조건이 추가된다 [1,8].

$$\sum_{i=1}^K Q(i) = N \quad (2)$$

3.2 알고리즘

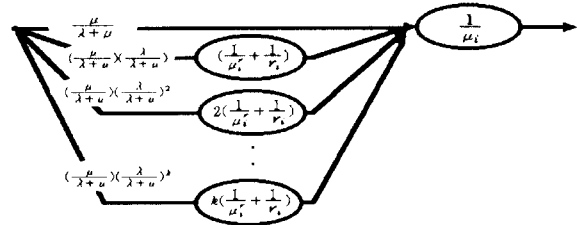
대기행렬망의 특성은 다음 두 가지로 분류된다. 하나는 버퍼의 유한성으로 인한 봉쇄현상(blocking phenomenon)이며, 다른 하나는 서버의 고장현상(breakdown phenomenon)이다. 서비스시간을 고객에게 서비스를 시작해서 고객이 시스템을 완전히 빠져나갈 때까지라고 정의한다면, 봉쇄현상과 고장현상은 모두 서비스시간을 지연시키는 요인이 된다. 따라서 본 알고리즘의 기본적 개념은 평균 서비스시간에 봉쇄와 고장으로 인한 지연시간들을 포함시키는 것이다.

먼저, 서버의 고장으로 인한 서비스 지연시간에는 고장발생시의 평균 수리시간($1/r_i$)과 고장나기까지의 평균 서비스시간($1/\mu_i^r$)이 포함된다. 이러한 서비스 지연시간의 발생형태를 살펴보면, 서버 M_i 가 한 고객에 대한 서비스를 실시하는 도중, 서버는 각각의 발생 확률에 따라 k 번의 고장이 일어날 수 있다($k=0, 1, \dots$). 따라서, [그림 3]에서와 같이 서비스 중 발생하는 고장횟수(k)에 따라 상응하는 서비스 지연시간들이 추가되는 형태를 갖는다.

이러한 지연시간이 포함되어 있는 서비스시간을 실질(effective)서비스시간이라 하고, 그 평균을 $1/\nu(i)$ 라고 정의한다. 그러면 서버 M_i 의

실질 서비스시간은 다음과 같이 서비스시간에 평균 지연시간이 추가되는 형태로 구성된다. 이때, 평균 지연시간은 평균 고장 발생횟수와 서버스 지연시간의 곱으로 이루어진다.

$$\frac{1}{\nu(i)} = \frac{1}{\mu_i} + \frac{\lambda_i}{\mu_i} \left(\frac{1}{\mu_i^r} + \frac{1}{r_i} \right), \quad i=1, 2, \dots, K \quad (3)$$



[그림 3] 고장발생시의 서비스시간의 지연 현상

한편, 고장나기까지의 평균 서비스시간, $1/\mu_i^r$ 는 다음과 같은 조건부 기대값으로 계산되어 질 수 있다. 여기에서, F 는 고장나기까지의 시간을 나타내는 확률변수이며, S 는 서비스시간을 나타내는 확률변수이다.

$$\frac{1}{\mu_i^r} = E[F | F < S] = \frac{1}{\lambda_i} \int_0^\infty \frac{\mu_i e^{-\mu_i t}}{1 - e^{-\lambda_i t}} dt - \int_0^\infty \frac{(1 + \lambda_i t) / (\lambda_i e^{-\lambda_i t})}{1 - e^{-\lambda_i t}} \mu_i e^{-\mu_i t} dt$$

봉쇄현상으로 인한 지연시간은 하부시스템에서 서버 $M_u(i)$ 와 $M_d(i)$ 의 서비스과정 중 봉쇄 혹은 결핍시 발생하게 된다. 먼저, 서버 $M_u(i)$ 는 시스템 L 에서 버퍼 B_i 의 상위부분의 행태를 나타내므로, 서버 $M_u(i)$ 의 평균 서비스시간 $1/\mu_u(i)$ 은 서버 M_i 의 실질서비스시간과 결핍되는 시간으로 구성된다. 이때 결핍되는 시간은 서버 $M_u(i)$ 의 서비스 종료시점에서 서버 $M_u(i-1)$ 의 잔여서비스시간이 된다. 따라서 $M_u(i)$ 의 평균서비스시간 $1/\mu_u(i)$ 는 다음과 같이 계산되어 질 수 있다.

$$\frac{1}{\mu_u(i)} = \frac{1}{\nu(i)} + P_s(i-1) \frac{1}{\mu_u(i-1)} \quad (4)$$

유사하게, 서버 $M_d(i)$ 는 원 시스템 L 에서 버퍼 B_i 의 하위부분의 행태를 나타내므로, $M_d(i)$ 의 평균 서비스시간 $1/\mu_d(i)$ 는 서버 M_{i+1} 의 실질서비스시간과 봉쇄되는 시간으로 구성된다. 이때 봉쇄되는 시간은 서버 $M_d(i)$ 의 서비스 종료시점에서 서버 $M_d(i+1)$ 의 잔여서비스

스시간이 된다. 따라서 $M_d(i)$ 의 평균 서비스 시간 $1/\mu_d(i)$ 는 다음과 같이 계산되어 질 수 있다.

$$\frac{1}{\mu_d(i)} = \frac{1}{\nu(i+1)} + P_b(i+1) \frac{1}{\mu_d(i+1)} \quad (5)$$

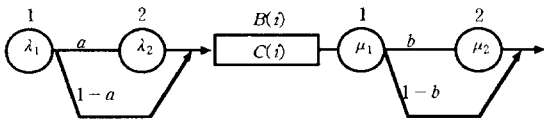
이어서, 각 서버의 실질 서비스시간과 상위 및 하위서버의 평균 서비스시간에 대한 분산을 각각 $\sigma_v^2(i)$, $\sigma_u^2(i)$, 그리고 $\sigma_d^2(i)$ 라 하면, 서비스시간에 대한 확률밀도함수의 1차 및 2차 모멘트에 의해 각각 다음과 같이 된다.

$$\sigma_v^2(i) = \frac{1}{\mu_i^2} + \frac{\lambda_i}{\mu_i} \left(\frac{1}{(\mu_i^r)^2} + \frac{1}{r_i^2} \right) + \frac{2\lambda_i(\mu_i + \lambda_i) + \lambda_i\mu_i^2(\mu_i + \lambda_i)}{\mu_i^2} \times \left(\frac{1}{\mu_i^r} + \frac{1}{r_i} \right)^2 \quad (6)$$

$$\sigma_u^2(i) = \sigma_{v,u}^2(i) + P_s(i-1) (\sigma_u^2(i-1) + (1 - P_s(i-1)) \frac{1}{\mu_d(i-1)}) \quad (7)$$

$$\sigma_d^2(i) = \sigma_{v,d}^2(i) + P_b(i+1) (\sigma_d^2(i+1) + (1 - P_b(i+1)) \frac{1}{\mu_d(i+1)}) \quad (8)$$

각 서비스시간에 대한 평균 및 분산이 구하여 지면, 2단계(2-phase)를 갖는 PH형태로 변환하여 $PH/PH/1/C(i)+1$ 로써 하부시스템 $L(i)$ 에 대한 분석을 하게 된다. PH형태로의 변환 방법은 Sauer & Chandy [13]와 Marie [12]에 의해 사용되었던 방법과 동일한 방법을 사용하였다.



[그림 4] 2단계 PH형태로 변환된 하부시스템

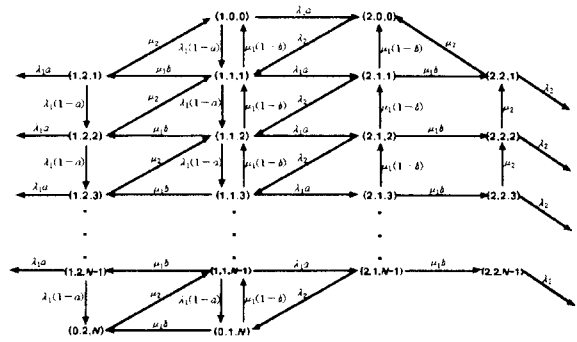
[그림 4]와 같이 2단계를 갖는 PH형태로 변환되어지면, 하부시스템 $L(i)$ 의 상태를 (α_1, α_2, n) 로 정의할 수 있다. 그러면, $n=0, 1, \dots, C(i)+1$ 로써, $n \leq C(i)$ 인 상태에서 n 은 버퍼내의 고객의 수가 되고, $n = C(i)+1$ 인 상태는 버퍼 $B(i)$ 가 가득 차서 서버 $M_u(i)$ 가 봉쇄된 것을 뜻한다. α_1 과 α_2 는 각각의 단계에서 서비스 받고 있는 상태를 나타내며, 버퍼 $B(i)$ 가 가득 차 있거나 혹은 비어있어서 각 서버가 대기하고 있는 상태를 0이라 한다. 따라서 $\alpha_1 = \alpha_2 = 0, 1, 2$ 이다. 이때 총 발생 가능한 상

태의 수는 $4*(C(i)+1)$ 개 이다. 정의된 상태 변수를 가지고 시스템 상태간의 전이를 나타내는 상태전이도를 그려보면 [그림 5]와 같다. 이를 이용하여 시스템의 각 상태에 대한 안정상태 확률 $p_i(\alpha_1, \alpha_2, n)$ 을 구할 수 있게 된다. 그러면 봉쇄확률($P_b(i)$)과 결핍확률($P_s(i)$) 그리고 평균 고객수준($Q(i)$)은 다음과 같이 구해진다.

$$P_b(i) = p_i(0, 2, C(i)+1) + p_i(0, 1, C(i)+1) \quad (9)$$

$$P_s(i) = p_i(1, 0, 0) + p_i(2, 0, 0) \quad (10)$$

$$Q(i) = \begin{cases} \sum_{n=0}^N \sum_{\alpha_1=0}^2 \sum_{\alpha_2=0}^2 n \cdot p_i(\alpha_1, \alpha_2, n), & C(i) \geq N \\ \sum_{n=0}^{C(i)} \sum_{\alpha_1=0}^2 \sum_{\alpha_2=0}^2 n \cdot p_i(\alpha_1, \alpha_2, n) + \sum_{\alpha_1=0}^2 \sum_{\alpha_2=0}^2 C(i) \cdot p_i(\alpha_1, \alpha_2, C(i)+1), & C(i) < N \end{cases} \quad (11)$$



[그림 5] $PH/PH/1/C(i)+1$ 에 대한 상태 전이도

이제, CQN-BF의 성능분석을 위한 알고리즘을 소개하고자 한다. 알고리즘 I은 두 개의 반복적 루프(loop), 내부 루프와 외부 루프로 구성되어 있다. 내부 루프에서는 각각의 매개변수들의 값을 결정하는 루프이고, 외부 루프는 (2)식의 조건을 만족하는 $\mu_u(1)$ 값을 결정하는 루프이다.

내부 루프는 다시 두 개의 단계로 구성되는데, 첫 번째 단계에서는 전진방향으로 각 시스템들을 분석하여 상위서버 $M_u(i)$ 의 평균 서비스시간 $1/\mu_u(i)$ 을 구하는 단계이다. 두 번째 단계에서는 후진방향으로 각 시스템들을 분석하여 하위서버 $M_d(i)$ 의 평균 서비스시간 $1/\mu_d(i)$ 를 구하는 단계이다. 이러한 단계들을 각 매개변수들이 수렴될 때까지 반복하게 되며, 내부 루프가 끝나면 외부 루프에서 Q 의 값을 구하여 N 과 비교하게 된다. 이때 만일 $Q > N$ 이면 $\mu_u(1)$ 의 값을 적절히 줄여주고 $Q < N$ 이면

$\mu_u(1)$ 의 값을 적절히 높여주게 된다. 이러한 과정을 Q의 값이 N에 만족할 만큼 근접할 때까지 반복 수행하게 된다. 이상의 과정들을 정리한 알고리즘은 다음과 같다.

초기화

1. $i=1, 2, \dots, K$ 에 대해서 식 (3)과 (6)를 이용하여 $\nu(i)$ 와 $\sigma_u^2(i)$ 를 계산한다.
2. 매개변수의 초기값을 다음과 같이 설정한다.
 $\mu_u(1)_{\min} = 0, \mu_u(1)_{\max} = \nu_u(1)$
 $\sigma_u(1) = \sigma_u^2(1)$
 $\mu_d(i) = \nu_d(i), i=1, 2, \dots, K$
 $\sigma_d(i) = \sigma_u^2(i+1), i=1, 2, \dots, K$
 $\mu_u(1)$ 과 $\sigma_u^2(1)$ 을 이용하여 PH형태로 변환한다.

외부 루프

1. 다음을 이용하여 새로운 $\mu_u(1)$ 을 결정한다.

$$\mu_u(1) = \frac{\mu_u(1)_{\min} + \mu_u(1)_{\max}}{2}$$

2. 내부 루프 : 주어진 $\mu_u(1)$ 에 대해서 각 매개변수의 값을 결정한다.

· 단계 1 : $i=1, 2, \dots, K$ 에 대해서

- 1.1 : 시스템 $L(i)$ 를 분석하여 안정상태확률 $p_i(a_1, a_2, n)$ 을 계산한다. 이때, $n=0, 1, \dots, C(i)+1$,
 $a_1=0, 1, 2, a_2=0, 1, 2$
- 1.2 : 식 (10)를 이용하여 결핍확률 $P_s(i)$ 를 계산한다.
- 1.3 : 식 (4)와 (7)을 이용하여 $\mu_u(i+1)$ 와 $\sigma_u^2(i+1)$ 을 계산한다. 이때, 만약 $i+1$ 이 1이라면 $\sigma_u^2(1)$ 만 구한다.
- 1.4 : $\mu_u(i+1)$ 과 $\sigma_u^2(i+1)$ 을 이용하여 PH형태로 변환한다.

· 단계 2 : $i=K, K-1, \dots, 1$ 에 대해서

- 2.1 : 시스템 $L(i)$ 를 분석하여 안정상태확률 $p_i(a_1, a_2, n)$ 을 계산한다. 이때, $n=0, 1, \dots, C(i)+1$,
 $a_1=0, 1, 2, a_2=0, 1, 2$
- 2.2 : 식 (9)를 이용하여 분배확률 $P_b(i)$ 를 계산한다.
- 2.3 : 식 (5)과 (8)를 이용하여 $\mu_d(i-1)$ 과 $\sigma_d^2(i-1)$ 을 계산한다.
- 2.4 : $\mu_d(i-1)$ 과 $\sigma_d^2(i-1)$ 을 이용하여 PH형태로 변환한다.

각 매개변수들이 수렴할 때까지 단계 1과 단계 2를 반복 수행한다. 각 매개변수들을 참조할 때에는 가장 최근에 생성된 값을 사용한다.

4. 실험 결과

본 연구에서 제시한 알고리즘의 적정성을 검토하고, 그 성능을 평가하기 위하여 다음과 같은 실험을 수행하였다. 실험은 모두 4가지의 그룹(A, B, C, D)으로 나누어 수행되었으며, D 그룹은 다시 3가지의 하위그룹으로 나누어 수행되었다.

A그룹은 [표 1]에 나타나 있는 바와 같이 버퍼용량 및 서비스율, 수리율이 같으면서 고장율을 각각 0.01, 0.1, 0.5로 증가시킨 경우이다. [표 2]는 버퍼용량, 고장율 그리고 수리율이 같으면서

[표 1] 그룹 A : 서비스율 및 수리율이 같으면서 고장율이 증가하는 경우

	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7	N	알고리즘		
									오차	시뮬레이션	시간
A1	ρ	7	7	7	7	7	7	10	0.3509	0.68	0.3533
	λ_i	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	15	0.4114	2.23	0.4208
	ν_i	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	20	0.4446	2.84	0.4337
	μ_i	1.0	0.7	0.67	1.0	0.8	0.7	25	0.4640	0.67	0.4609
								30	0.4634	0.89	0.4593
A2	ρ	7	7	7	7	7	7	10	0.0574	0.35	0.0572
	λ_i	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	15	0.0679	5.17	0.0716
	ν_i	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	20	0.0749	2.74	0.0729
	μ_i	1.0	0.7	0.67	1.0	0.8	0.7	25	0.0780	0.13	0.0779
								30	0.0775	3.75	0.0747
A3	ρ	7	7	7	7	7	7	10	0.1697	0.64	0.1708
	λ_i	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	15	0.1969	4.14	0.2054
	ν_i	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	20	0.2175	3.2	0.2247
	μ_i	1.0	0.7	0.67	1.0	0.8	0.7	25	0.2273	2.78	0.2338
								30	0.2255	7.92	0.2449

[표 2] 그룹 B : 고장율 및 수리율이 같으면서 서비스율이 다른 경우

	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7	N	알고리즘		
									오차	시뮬레이션	시간
B1	ρ	7	7	7	7	7	7	10	0.2023	1.36	0.2051
	λ_i	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	15	0.2400	2.39	0.2344
	ν_i	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	20	0.2629	7.97	0.2435
	μ_i	1.0	0.5	0.56	1.0	0.8	0.5	25	0.2725	7.92	0.2525
								30	0.2704	8.68	0.2488
B2	ρ	7	7	7	7	7	7	10	0.3736	1.57	0.3827
	λ_i	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	15	0.4430	1.64	0.4504
	ν_i	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	20	0.5042	3.0	0.5198
	μ_i	1.0	2.0	1.5	1.25	2.0	1.0	25	0.5429	0.13	0.5436
								30	0.5404	1.18	0.5342
B3	ρ	7	7	7	7	7	7	10	0.3017	3.0	0.2929
	λ_i	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	15	0.3569	0.76	0.3542
	ν_i	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	20	0.4042	3.92	0.4207
	μ_i	1.0	0.9	1.5	1.7	0.8	1.3	25	0.4194	4.51	0.4392
								30	0.4140	3.99	0.4312

[표 3] 그룹 C : 각 매개변수들이 같으면서 버퍼크기의 변화폭이 다른 경우

	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7	N	알고리즘		
									오차	시뮬레이션	시간
C1	ρ	4	5	4	4	5	4	10	0.6480	0.20	0.6493
	λ_i	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	15	0.7050	1.74	0.7175
	ν_i	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	20	0.7268	0.16	0.7256
	μ_i	1.0	2.0	1.5	1.25	2.0	1.0	25	0.6516	1.04	0.6548
								30	0.4428	0.32	0.4414
C2	ρ	7	7	7	7	7	7	10	0.6195	1.27	0.6117
	λ_i	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	15	0.7036	0.27	0.7017
	ν_i	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	20	0.7323	2.26	0.7492
	μ_i	1.0	2.0	1.5	1.25	2.0	1.0	25	0.7667	0.21	0.7651
								30	0.7576	1.34	0.7476
C3	ρ	8	3	5	9	4	7	10	0.6321	0.6	0.6359
	λ_i	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	15	0.7115	0.03	0.7113
	ν_i	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	20	0.7245	0.19	0.7355
	μ_i	1.0	2.0	1.5	1.25	2.0	1.0	25	0.7036	0.90	0.7100
								30	0.6566	0.06	0.6652

서비스율만을 변화시킨 경우로서 이를 B 그룹이라 한다. [표 3]은 고장율 및 수리율, 서비스율이 같으면서 각 스테이션간 버퍼용량의 변화폭이 다른 경우로서 이를 C 그룹이라 하며, 이때 버퍼용

량의 변화폭은 모두 같은 경우, 1씩 차이가 나는 경우, 최대 5까지 차이가 나는 경우로 구분되었다. [표 4]는 모든 매개변수들의 값이 서로 다른 경우로서 이를 D그룹이라 한다. D그룹은 다시 3가지의 하위그룹들로 나누어 지는데 각 하위그룹들은 서버의 수가 4개, 7개 그리고 10개인 경우로 구성되며, 각각 2가지의 서로 다른 데이터 군을 갖도록 하였다.

[표 4] 그룹 D : 모든 매개변수들의 값이 다른 경우

	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7	M_8	M_9	M_{10}	N	알고리즘	오차	시뮬레이션	
D1	C	8	6	6	6						10	0.3831	2.46	0.3935	
	λ_i	0.01	0.01	0.01	0.01						15	0.4113	0.29	0.4101	
	μ_i	0.1	0.1	0.1	0.1						20	0.3654	0.14	0.3649	
	μ_i	0.5	1.0	0.57	0.8										
D2	C	8	7	7	7						10	0.6795	2.44	0.6633	
	λ_i	0.05	0.04	0.03	0.02						15	0.7095	0.08	0.7089	
	μ_i	1.1	1.2	0.9	1.3						20	0.6920	0.26	0.6938	
	μ_i	1.0	0.8	1.1	0.9						25	0.5837	1.5	0.5762	
D3	C	8	7	7	7						10	0.4263	1.72	0.4191	
	λ_i	0.05	0.04	0.03	0.02						15	0.4406	0.94	0.4448	
	μ_i	1.1	1.2	0.9	1.3						20	0.4601	0.09	0.4605	
	μ_i	0.9	0.85	0.7	1.2	0.9	0.7	1.0			25	0.4735	2.18	0.4634	
	μ_i	0.8	0.9	0.5	0.8	1.67	1.2	1.0			30	0.4614	0.9	0.4656	
	μ_i	0.9	0.85	0.7	1.2	0.9	0.7	1.0			35	0.4742	0.94	0.4698	
	μ_i	0.8	0.9	0.5	0.8	1.67	1.2	1.0			40	0.4689	1.65	0.4613	
	μ_i	0.9	0.85	0.7	1.2	0.9	0.7	1.0			45	0.4577	0.63	0.4606	
	μ_i	0.8	0.9	0.5	0.8	1.67	1.2	1.0			50	0.4065	3.54	0.3926	
	μ_i	0.9	0.85	0.7	1.2	0.9	0.7	1.0							
D4	C	8	7	8	7	8	7	8			10	0.5884	1.82	0.5779	
	λ_i	0.05	0.04	0.01	0.03	0.05	0.02	0.05			15	0.6822	3.21	0.6610	
	μ_i	1.0	1.2	1.1	0.9	0.8	1.3	1.1			20	0.7276	4.59	0.6957	
	μ_i	1.0	1.2	1.1	0.9	0.8	1.3	1.1			25	0.7329	0.77	0.7273	
	μ_i	1.0	0.8	1.2	1.1	1.2	0.9	1.0			30	0.7313	0.71	0.7365	
	μ_i	1.0	0.8	1.2	1.1	1.2	0.9	1.0			35	0.7311	0.34	0.7286	
D5	C	7	7	7	7	7	7	7	7	7	10	0.5459	0.24	0.5472	
	λ_i	0.01	0.02	0.01	0.05	0.04	0.01	0.01	0.02	0.01	0.04	20	0.7118	0.42	0.7148
	μ_i	0.1	1.1	0.9	0.6	0.8	0.7	1.0	1.1	0.8	0.9	30	0.7604	0.42	0.7636
	μ_i	1.0	1.2	1.0	0.9	1.6	1.5	1.7	0.9	1.6	1.2	40	0.7618	0.04	0.7621
	μ_i	1.0	1.2	1.0	0.9	1.6	1.5	1.7	0.9	1.6	1.2	50	0.7555	0.26	0.7575
	μ_i	1.0	1.2	1.0	0.9	1.6	1.5	1.7	0.9	1.6	1.2	60	0.6498	0.02	0.6497
D6	C	8	7	8	7	8	7	8	7	8	7	10	0.5135	3.57	0.4958
	λ_i	0.05	0.04	0.01	0.03	0.05	0.02	0.05	0.01	0.02	0.05	20	0.6779	1.94	0.6650
	μ_i	1.0	1.2	1.1	0.9	0.8	1.3	1.1	1.1	1.3	0.8	30	0.7364	2.61	0.7177
	μ_i	1.0	1.2	1.1	0.9	0.8	1.3	1.1	1.1	1.3	0.8	40	0.7418	1.71	0.7293
	μ_i	1.0	0.8	1.2	1.1	1.2	0.9	1.0	1.2	0.9	1.2	50	0.6911	0.37	0.6937
	μ_i	1.0	0.8	1.2	1.1	1.2	0.9	1.0	1.2	0.9	1.2	60	0.6709	2.46	0.6878
μ_i	1.0	0.8	1.2	1.1	1.2	0.9	1.0	1.2	0.9	1.2	70	0.5083	1.56	0.5118	

각각의 데이터 군에 대한 실험은 총 고객 수 N 을 변화시켜가며 수행되었으며, 봉쇄가 발생할 수 있는 N 의 최저개수 ($N \geq C_{min}$)로부터 버퍼 저장용량의 함인 C 까지 5 혹은 10씩 증가시키면서 수행되었다. 시뮬레이션은 주어진 매개변수에 따라 각각 10회씩을 수행하였다. 결과는 알고리즘에 대한 결과와 각각의 상대오차 그리고 시뮬레이션 결과를 상호비교 할 수 있도록 배열하였다.

실험결과를 살펴보면, 알고리즘은 시뮬레이션 결과와 비교하여 평균 상대오차가 2.07%로 관측되었다. 이러한 결과를 볼 때 알고리즘은 N 에 관계없이 비교적 정확한 결과를 산출해 주고 있다.

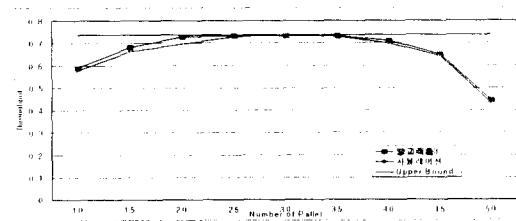
5. 결론

생산시스템의 성능평가를 위한 도구로서 CQN-BF 모형의 중요성이 증가되고 있다. 그러나 분석상의 난점들로 인하여 많은 연구가 이루어지지 못한 실정이다. 더욱이 많은 가정 및 제약들을 두어서 실제 생산시스템과는 차이가 있었다. 이에 본 연구에서는 신뢰할 수 없는 서버

가 랜덤서비스시간을 갖는 CQN-BF의 성능평가를 위한 근사 알고리즘을 제시하였다.

제시된 알고리즘에 대한 적정성 및 정확도 검증에 위해 많은 실험이 수행되었으며, 시뮬레이션 결과와 비교하여 정확도에 있어서 비교적 우수하다고 판단되었다. 본 연구는 CQN-BF의 성능척도들(총 팔렛의 수, 버퍼의 저장능력, 각 서버의 신뢰성 및 서비스율등)의 최적화 및 작업통제를 위한 설계문제를 처리하기 위한 기반을 제공하였으며, 보다 더 현실적인 CQN-BF의 근사해법 개발을 위한 단서를 제공하였다고 생각되어진다.

끝으로 본 연구에서는 CQN-BF에서 각 서버들의 서비스시간이 지수분포를 따른다고 가정하였다. 앞으로 각 서버들의 서비스시간이 일반 분포를 따르며, 고장 및 수리 또한 좀더 일반적인 경우로 확장되어져야 할 것 같다. 이는 추후 연구할 수 있는 과제로 남겨두기로 한다.



[그림 6] N 의 증가에 따른 산출율의 변화(D_4)

6. 참고 문헌

- [1] Bouhchouch A., Frein Y. and Dallery Y. "Performance Evaluation of Closed Tandem Queueing Networks with Finite Buffers". Technical Report.
- [2] Choong, Y.F. and Gershwin, S.B. (1987). "A Decomposition Method for the Approximate Evaluation of Capacitated Transfer Lines with Unreliable Machines and Random Processing Times". *IIE Transactions*, 19(2), 150-159.
- [3] Dallery, Y., David, R. and Xie X.L. (1988). "An Efficient Algorithm for Analysis of Transfer Lines with Unreliable Machines and Finite Buffers". *IIE Transactions*, 20, 280-283.
- [4] Dallery, Y. and Frein, Y. (1989). "A Decomposition Method for Approximate Analysis of Closed Queueing Networks with Blocking". in *Queueing Networks with Blocking*, Perros, H.G. and Altioik, T.(eds), North-Holland, Amsterdam, 193-215.
- [5] Dallery, Y., David, R. and Xie X.L. (1989). "Approximate Analysis of Transfer Lines with Unreliable Machines and Finite Buffers". *IEEE Transactions on Automatic Control*, 34(9), 943-953.
- [6] Dallery, Y. and Frein, Y. (1993). "On Decomposition Methods for Tandem Queueing Networks with Blocking". *Operations Research* 41, 2, 386-399.
- [7] Dallery, Y. and Gershwin, S.B. (1992). "Manufacturing Flow Line Systems : a Review of Models and Analytical Results". *Queueing Systems Theory and Applications*, 12, 3-94.
- [8] Frein, Y., Comnault, C. and Dallery, Y. (1996). "Modeling and Analysis of Closed-loop Production Lines with Unreliable Machines and Finite Buffers". *IIE Transactions*, 28, 545-554.
- [9] Gershwin, S.B. (1987). "An Efficient Decomposition Method for the Approximate Evaluation of Tandem Queues with Finite Storage Space and Blocking". *Operations Research*, 35(2), 291-305.
- [10] Gershwin, S.B. (1989). "An Efficient Decomposition Algorithm for Unreliable Tandem Queueing Systems with Finite Buffers". in *Queueing Networks with Blocking*, Perros, H.G. and Altioik, T. (eds), North-Holland, Amsterdam, 127-146.
- [11] Kim, H.G. and Lie, C.H. (1996). "Throughput Analysis for Cyclic Queueing Networks with Production Blocking". *Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers*, 22(1), 3-15.
- [12] Marie, R. (1980). "Calculating Equilibrium Probabilities for $\lambda(n) Ck(1, N)$ Queues". *Proceedings of Performance 80 International Symposium on Computer Performance Modeling*, May, 28-30.
- [13] Sauer, C.H. and Reddy, A.R. (1975). "Approximate Analysis of Central Server Modes". IBM T.J. Watson Research Center, Yorktown Heights, New York.