제어기가 설치된 3층 건물의 시스템 식별

System Identification of the Three Story Building Structure with a Controller

주 석 준* 민 경 원** 이 성 경*** 김 성 춘**** 홍 성 목*****

Joo, Soek-Jun Min, Kyung-Won Lee, Sung-Kyung Kim, Sung-Choon Hong, Sung-Mok

ABSTRACT

There are several methods in protecting the building structures from dynamic loads, such as an earthquake and a wind. Among them, applying a control force to the building structure is one of the methods to decrease the vibration. The most important and difficult problem in the active control is to obtain the mathematical model of the building structure with a controller. The effective active controller can be designed from the exact model of the system. In this paper, the three story test building with an active mass driver is identified experimentally. The system matrices corresponding to the experimental building are found and verified with the experimentally-obtained transfer functions and responses efficiently.

1. 서론

현대 구조물은 고층화, 장대화로 인해 동적하중에 의한 진동발생 문제가 야기되어지고 있으며 삶의 질에 대한 추구가 높아짐에 따라 진동에 대한 관심이 고조되고 있는 추세이다. 이러한 상황에서 동적 하중인 지진, 바람을 구조물에서 보호하는 데는 여러 가지의 방법이 있겠지만 능동적인 제어력을 가하여 구조물의 진동을 감소시킬 수가 있다.

이러한 능동 제어기 설계에서 가장 중요하면서도 어려운 것 중의 하나가 구조시스템의 정확한

* 서울대학교 건축학과 박사 수료

** 인천대학교 건축공학과 교수, 정회원

*** 인천대학교 건축공학과, 연구원

**** 인천대학교 건축공학과, 석사 과정

***** 서울대학교 건축공학과 교수

수학적 모델을 구하는 것이다. 특히, 능동 제어기는 공학적인 여러 가지의 시스템의 결합체이므로 이러한 시스템을 식별하는 것은 매우 중요하고 어렵다. 시스템 식별은 제어기의 설계를 위해서 시스템 식별과정을 통하여 시스템의 수학적 모델을 먼저 구성해야 한다. 그 후에 식별하고자 하는 모델의 전달함수를 해석적으로 전달함수를 생성하여 이에 맞는 상태방정식을 구성하는 것이다. 이런 수학적 모델의 정확성은 제어기의 제어 효율과 제어시스템의 안정성과 밀접한 연관이 있다. 만약 이러한 방법으로 상태방정식이 정확하지 않을 경우 제어력은 올바르게 작용하지 않아 제어의 불확실성을 유발한다. 불확실성 모델은 제어에서 구조물의 안정성 확보하기 위해 제어 성능을 감소시키는 역할을 하기 때문에 신뢰성 있는 식별 결과의 확보가 매우 중요하다.

2. 실험 시스템

본 연구에 실험 모델은 그림 1과 2에 나타난 것과 같이 진동대 위에 능동질량추진기(Active Mass Driver, 이하 AMD라 함.)가 설치된 3층 건물 모형이다. 건물은 AC 서보 모터와 볼스크류가 설치된 AMD에 의해 제어되며 AMD의 구동은 건물 모형에 관성제어력을 발휘하며 AC 서보 모터에 의해 구동 된다. 지진력 하에 건물 모형의 구동은 각 층에서 부착된 가속도계에 의해 측정되어지며 A/D 보드로 의해 이산 신호로 변환된다. 가속도 신호는 Kalman filter에 의해 건물의 상대변위, 속도를 추정에 사용된다.

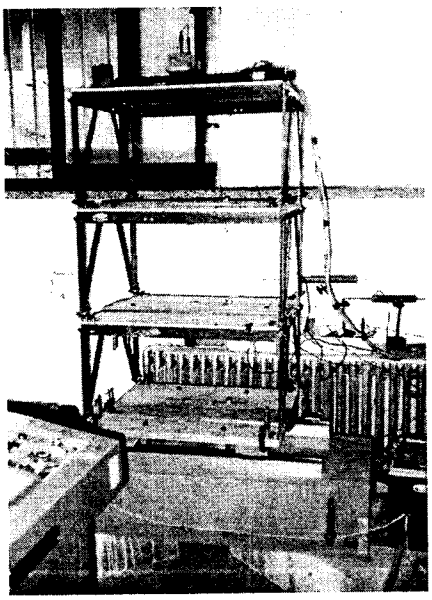

그림 1. 실험 모델

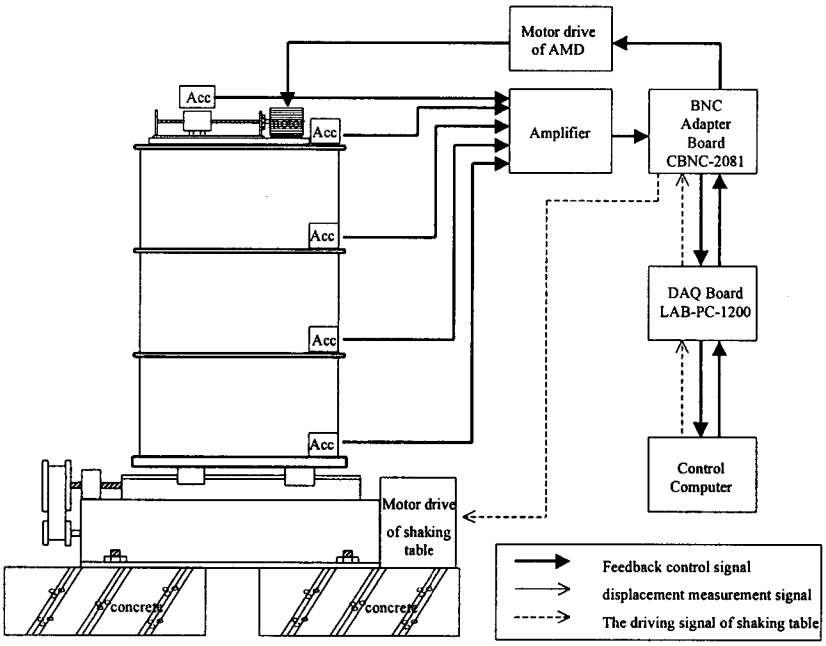

그림 2. 실험 모델의 구성도

제어를 하기 위해서는 실험 모델 시스템 식별에 의한 상태방정식을 알아야 한다. 그림 2 에서 보여준 AMD 가 설치된 3 층 건물의 실험 모델을 수학적으로 모델링함으로써 시스템의 입/출력 관계를 유도하는 것이다. 이 방법은 구조 설계를 위한 해석 모델로 사용될 수 있지만 동적 실험을 통한 모델 개선이 요구되며 시스템으로부터 관측된 응답과의 상관관계가 약한 복잡한 모델을 얻기가 쉽다. 그림 3 과 같이 지반 입력 $\ddot{x}_g$ 과 AMD 제어력 u 에 해당되는 AMD 와 3 층 건물의 상대 가속도인 2 개의 입력 값이 있고, 각각의 층의 절대 가속도 $\ddot{x}_{a1}, \ddot{x}_{a2}, \ddot{x}_{a3}$ 와 3 층에 설치된 AMD 의 가속도 $\ddot{x}_a$ 인 4 개의 출력 값이 있다.

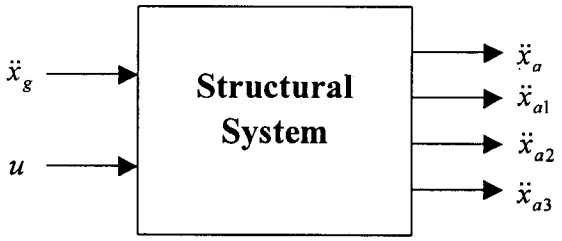

그림 3. 시스템 식별 블록 다이그램

3. 시스템 식별 방법

위에 설명한 것과 같이 제어 시스템 설계시 가장 중요한 요소중의 하나가 구조물의 수학적인 모델을 정확히 구하는 것이다.

먼저 입력과 출력으로부터 구조물의 전달함수를 측정하고, 측정한 전달함수를 라플라스 변수 s로 표현된 전달함수를 상태방정식으로 구성한다. 전달함수는 식(1)과 같이 두개의 신호인 입력 $u(t)$와 출력 $y(t)$을 측정해서, 입력신호의 자기스펙트럼 밀도(auto spectral density), S_{uu}을 입력과 출력 두 신호의 교차스펙트럼 밀도(cross-spectral density), S_{uy}로 나눈 것이다.[1]

$$H_{yu}(jw)=\frac{S_{uy}(\omega)}{S_{uu}(\omega)} \tag{1}$$

일반적으로 실험에서 구한 전달함수는 불연속 시간 데이터로부터 결정된다. 즉, 규정한 시스템의 입력과 출력에 대한 연속시간 이력은 일정 시간동안 T초 시간간격으로 A/D 변환기를 통해서 N개씩 측정함으로써, $u(nT)$, $y(nT)$로 표현되며(n=,1,2,$\cdots$,N) 식 (1)의 전달함수는 다음 식 (2)과 같이 표현된다.

$$H_{yu}(jw\Omega)=\frac{S_{uy}(k\Omega)}{S_{uu}(k\Omega)} \tag{2}$$

위 (2)식에서, $k=0,1,\cdots,N-1$, $\Omega=\omega_s/N$, ω_s=샘플링 주파수이다.

본 실험에서는 (2)식과 같은 2048개의 샘플을 1회 측정한 결과는 (1)식의 전달함수를 정확히 묘사하지 못하기 때문에, 더 좋은 전달함수를 얻기 위해서는 동일한 2048개의 샘플을 여러 번 측정한 스펙트럼 밀도를 평균화하면 된다. 입력과 출력을 각각 30회 측정했을 때의 스펙트럼 밀도와 평균화된 전달함수는 다음 식 (3), (4)과 같다.

$$\bar{S}_{uu}(k\Omega)=\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}S_{uu}^{i}(k\Omega),\quad \bar{S}_{uy}(k\Omega)=\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}S_{uy}^{i}(k\Omega) \tag{3}$$

$$\bar{H}_{yu}(jk\Omega)=\frac{\bar{S}_{uy}(k\Omega)}{\bar{S}_{uu}(k\Omega)} \tag{4}$$

위 (4)식에서 S^i는 i번째 샘플 집합의 스펙트럼 밀도를 나타낸다.

이러한 과정을 통해 올바른 시스템 식별을 하기 위해서는 전제 조건으로 정확한 시스템 입력/출력 신호를 받아야 한다. 시스템 식별로 얻는 전달함수 결과는 데이터가 얻는데 수반되는 진행의

명확한 방법에 달려 있다. 데이터 획득과 이산 신호 과정에서 주요 오류 현상은 다음 3 가지로 나눌 수가 있다.[2]

첫 번째는 Quantization 오류이다. 실험에서 40 초 단위로 이산 방식으로 측정되는 신호일 때, 발생하는 문제점으로서 A/D 변환기가 샘플링과 Quantization 할 때 나타난다. 연속적인 신호 샘플링에서 Quantization 에서의 계산은 버림하거나 반올림해야 하며, 이러한 샘플링의 단위 수에 의해 연속적인 신호가 이산화 신호로 표현된다. 실제 신호의 값과 Quantization 된 값의 차이점은 전달함수의 결과에서 불규칙적으로 증가된 잡음에서 볼 수 있다.

두 번째로는 aliasing 현상이다. 연속적인 신호의 주파수 영역의 표현을 결정하는 한 방법으로 결과되는 샘플에서의 FFT 분석과 이산 시간 간격에서 신호를 샘플하는 것이다. 본 실험에선 A division of Global Associates, Ltd.의 SPS 195-4 모델을 사용하였다. Nyquist 샘플링 이론에 의하면, 샘플 비율은 정확한 이산 신호 표현을 위해 신호에서 나타나는 최대 주파수 성분보다 두 배여야 한다. 만약 이러한 조건이 만족하지 않으면, Nyquist 주파수에서 주파수 성분은 저주파에서 aliasing 현상이 생긴다. 이런 현상을 감소하기 위해서는, 아날로그 lowpass 필터는 저주파수에서 aliasing 된 신호의 고주파 성분을 적게 한다. 또한 동등한 위상과 크기를 가진 antialiasing 필터를 사용하여 위상/크기 조화된 필터는 전달함수에서 표현으로부터 필터링하는 동안에 부정확한 신호를 예방한다.

끝으로 주의 사항으로는 Spectral Leakage 이다. 유한 수의 샘플을 얻어 FFT 분석을 하여 주파수 영역의 특성을 구할 수가 있다. 이러한 과정에서 Spectral Leakage 라는 Fourier 분석에 관련된 현상이 생긴다. FFT 분석 방법에서 유한 수의 신호를 주기적인 신호로 표현할 때 스펙트럼이 정확하지 않는 주파수를 포함한다면, 신호는 불연속적이며 주파수 영역에서 왜곡이 생긴다. 이런 현상의 방지책으로는 Windowing 라는 주파수 분석 기술이 있다. 특정한 주파수 영역의 특징을 가진 함수를 샘플된 유한의 신호와 곱하여 FFT 분석을 실행하면 된다. 그러면, 신호는 불연속적인 성분이 제거되고 왜곡이 생기지 않는다. 본 실험에선 일반적으로 사용되는 Hanning 이라는 함수를 사용하여 이러한 현상을 제거하였다.

4. 시스템 모델

입력 신호는 설치된 진동대 바닥 판의 절대 가속도와 AMD 의 제어력에 해당되는 상대 가속도, 출력 신호는 각 층에 설치된 가속도계의 출력 값으로 하였다. 이러한 각각의 전달함수에 대한 시스템을 구성한 후에 모델 응축을 통하여 최종 시스템 모델을 구하는 방법을 사용하였다.
먼저, 진동대 가진 입력과 측정된 출력 사이의 관계는 다음식과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= A_1 x_1 + B_1 \ddot{x}_g \\ y &= C_1 x_1 + D_1 \ddot{x}_g \end{aligned} \tag{5}$$

여기서, A_1, B_1, C_1, D_1은 시스템 행렬, x_1은 시스템의 상태벡터이고, 측정된 구조물의 측정 벡터는 $y=[\ddot{x}_a\ \ddot{x}_{a1}\ \ddot{x}_{a2}\ \ddot{x}_{a3}]$이다. 실험에서 사용된 모델은 3층 전단건물 모델로 3개의 모드가 지배적이며 식 (5)의 상태는 6개가 된다. 이것은 특이값 중에서 6개의 특이값이 다른 값에 비해 상대적으로 크게 나옴으로써 결정되었다. AMD 가진 입력에 대한 출력의 관계식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\dot{x}_2 &= A_2 x_2 + B_2 u \\ y &= C_2 x_2 + D_2 u\end{aligned} \tag{6}$$

여기서, A_2, B_2, C_2, D_2은 시스템 행렬, x_2은 시스템의 상태벡터이다. 진동대 가진 입력의 경우와 같이 식 (6)는 6개의 상태를 가진다. 식 (5), (6)을 결합하여 다입력 다출력(multi-input multi-output, MIMO) 시스템을 구성할 수 있으며 새로운 상태변수 $x=[x_1, x_2]^T$을 정의되어지고, 두개의 입력과 4개의 출력 상태방정식으로 나타낼 수 있다.

$$x=\begin{bmatrix}A_1 & 0\\ 0 & A_2\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}B_1\\ 0\end{bmatrix}\ddot{x}_g+\begin{bmatrix}0\\ B_2\end{bmatrix}u \tag{7}$$

$$y=[C_1 \quad C_2]x+D_1\ddot{x}_g+D_2u \tag{8}$$

그러나, 이것은 모델의 모드가 각각 중복되어 나타나므로 최소구현이 되지 못한다. 이를 MATLAB 함수(balreal, modred)를 이용하여 모델응축을 하면 다음과 같은 최종적인 상태공간 방정식을 구할 수 있다.[3]

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + B_1\ddot{x}_g + B_2 u \\ y &= Cx + D_1 x_g + D_2 u + v\end{aligned} \tag{9}$$

여기서, v는 측정 잡음이고, A, C은 모델 응축된 시스템 행렬이다. 식 (9)에 상태 행렬 A, B_1, B_2, C, D_1, D_2는 논문 끝부분에 참고 자료로 첨부했다.

5. 시스템 모델의 검증

시스템 식별 결과를 검증하기 위해서는 실험 결과를 FFT 분석기로 받는 데이터로 구현한 전달함수와 시스템 식별 결과로 통한 전달함수를 비교하였다. 그림 4~6은 진동대 가진하여 얻는 데이터로 구현한 전달함수이고, 그림 7~9은 AMD 가진하여 얻는 전달함수를 각각 표현했다.

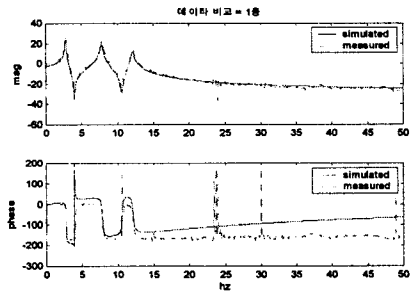

그림 4. 진동대 가진 입력으로부터 1 층의 절대 가속도에 대한 전달함수

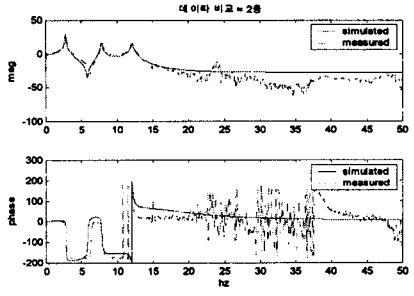

그림 5. 진동대 가진 입력으로부터 2 층의 절대 가속도에 대한 전달함수

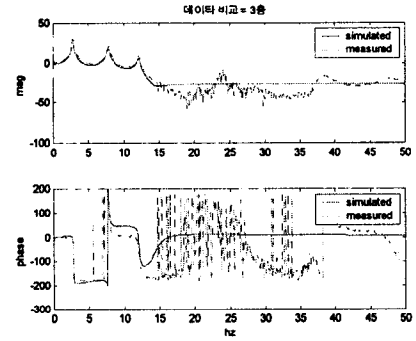

그림 6. 진동대 가진 입력으로부터 3 층의 절대 가속도에 대한 전달함수

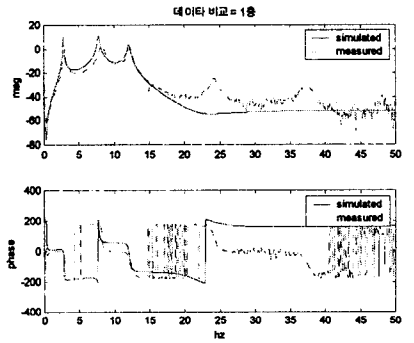

그림 7. AMD 가진 입력으로부터 1 층의 절대 가속도에 대한 전달함수

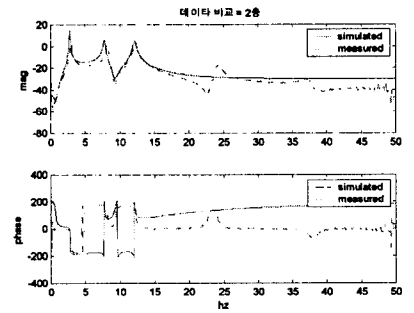

그림 8. AMD 가진 입력으로부터 2 층의 절대 가속도에 대한 전달함수

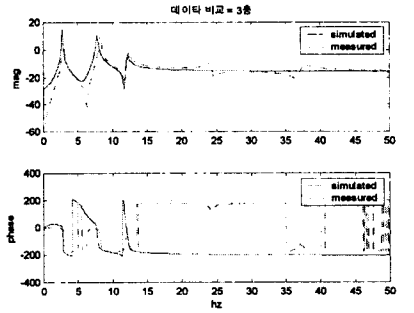

그림 9. AMD 가진 입력으로부터 3 층의 절대 가속도에 대한 전달함수

위에 있는 그림에서 진동대 가진하는 경우에서 극점과 영점이 식별 결과와 구현한 전달함수가 잘 일치하는 것을 볼 수 있다. 그렇지만, AMD 의 질량체가 이동으로 나타나는 제어기-구조물의 상호작용으로 인해 극점과 영점이 약간의 이동을 볼 수이다. 하지만, 이러한 현상은 AMD 시스템의 질량이 건물의 총 질량의 5%에 해당하여 나타나는 제어기와 건물의 상호작용이라고 볼 수 있으나, 실제 건물의 경우에는 질량비가 1%이내이므로 이러한 현상이 나타나지 않는다.

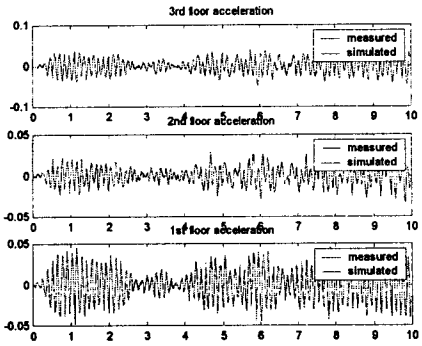

그림 10. 진동대 가진시 시스템 식별한 가속도와 측정된 가속도 비교

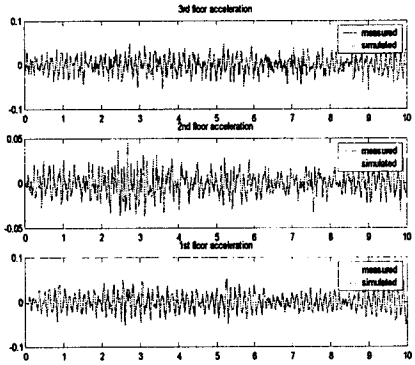

그림 11. AMD 가진시 시스템 식별한 가속도와 측정된 가속도 비교

그림 10~11 은 시간영역에서 구조물의 응답 해석으로서 가진 입력과 거의 일치하는 것을 볼 수 있으며, AMD 가진하는 경우에서는 약간의 오차가 발생하지만 제어의 목적이 응답이 큰 부분에서 제어하는 것이므로 여기서 잘 일치하므로 구조물의 식별이 무리가 없다는 것을 알 수가 있다.

6. 결론

건물의 진동을 제어하는 방법 중에서 능동 제어 방식은 지금도 발전하고 있는 중이다. 이 능동 제어에서도 가장 중요한 부문은 시스템 식별 분야로서 구조물의 정확한 수학적 모델을 구성하여 올바른 제어력을 구현하여 제어력의 신뢰성을 확립하는데 있다.

이번 실험으로 통해 알 수 있는 결과는 다음과 같다. 우선 제어기가 설치된 3 층 모형 건물의 시스템 식별을 위한 실험을 통하여 시스템의 상태방정식을 구성하는 행렬을 구하였다. 이것의 정확성을 검증하기 위하여 시스템의 전달함수와 응답을 실험 결과와 비교하였다. 비교 결과는 매우 정확하여 시스템 식별이 잘된 것임을 알 수 있었으며 효과적인 제어력의 구현이 예상된다.

감사의 글

이 연구는 과학기술부에서 시행하는 중점국가연구개발사업의 하나인 자연재해방재기술개발사업으로 수행된 것이며, 유니슨 산업㈜의 연구비 지원에 감사의 뜻을 전합니다.

7. 참고 문헌

(1) 민경원, 이성경, 김성춘(1999), "LQG 보상기를 이용한 건물의 진동제어 실험", 한국지진공학회 춘계학술대회 논문집, 202-214

(2) S.J. Dyke, B.F. Spencer, Jr.., P. Quast, M.K. Sain and D.C. Kaspari, Jr., and T.T. Soong(1994), "Experimental Verification of Acceleration Feedback Control Strategies for an Active Tendon System", Nat. Center for Earthquake Engrg. Res., Tech. Report NCEER-94-0024

(3) MathWorks Inc.(1992), "MATLAB for Windows User's Guide", MathWorks

참고 자료

실험에서 사용한 상태 행렬은 다음과 같다.

$$A=\begin{bmatrix} -0.2844 & 16.9190 & 0.5952 & -0.1601 & -0.1528 & -0.0046 \\ -16.9190 & -0.0700 & 0.3619 & -0.0887 & 0.0537 & 0.0060 \\ -1.0105 & -0.5530 & -0.7163 & -47.2380 & -0.3276 & -0.0586 \\ 0.2482 & 0.1318 & 47.2300 & -0.0606 & 0.0849 & -0.0033 \\ 0.7266 & 0.3590 & 1.2836 & -0.2984 & -2.2953 & -77.0320 \\ -0.0179 & -0.0097 & 0.0790 & -0.0320 & 76.7850 & -0.0479 \end{bmatrix}$$

$$B_1=\begin{bmatrix} 2.2522 \\ 1.1115 \\ 2.7832 \\ -0.7034 \\ -2.7382 \\ -0.0064 \end{bmatrix} \qquad B_2=\begin{bmatrix} 0.4638 \\ 0.2094 \\ -0.8561 \\ 0.4651 \\ -0.6931 \\ 0.4069 \end{bmatrix}$$

$$C=\begin{bmatrix} 0.7849 & -0.3308 & 2.0567 & 0.5569 & -1.8647 & -0.1982 \\ 1.2664 & -0.6083 & 1.2960 & 0.3800 & 2.0478 & 0.3370 \\ 1.7514 & -0.8943 & -1.6030 & -0.5065 & -0.5549 & -0.1129 \end{bmatrix}$$

$$D_1=\begin{bmatrix} -1.0021 \\ -1.0183 \\ -1.0164 \end{bmatrix} \qquad D_2=\begin{bmatrix} -0.0016 \\ -0.0022 \\ -0.0978 \end{bmatrix}$$