

파랑하중 및 지진하중을 받는 해양케이블의 동적 비선형해석 Dynamic Nonlinear Analysis of Marine Cables Under Wave Force and Earthquake Force

김 문 영*
Kim, Moon-Young

김 남일**
Kim, Nam-Il

김 종 찬***
Kim, Jong- Chan

Abstract

In order to investigate dynamic behaviors of marine cables under wave and earthquake forces, a geometric nonlinear F.E. formulation of marine cables is presented and tangent stiffness and mass matrices for the isoparametric cable element are derived. The initial equilibrium state of cables subjected to self-weights and current forces is determined, and free vibration and dynamic nonlinear analysis of cable structures under additional environmental loads are performed based on the initial configuration. Challenging examples are presented and discussed in order to demonstrate the feasibility of the present finite element method and investigate dynamic nonlinear behaviors of marine cables.

1. 서론

해양 케이블은 최근 들어 부유식 구조물과 인양 구조물, 계류 시설물 등의 해양구조물에 폭넓게 사용되고 있는 중요한 부재이다. 이러한 케이블은 인장력의 큰 변화없이 대변위에 의한 형상변화를 일으켜 외력에 저항하고 하중-변위관계에서 기하학적 비선형성을 수반하게된다. 또한 조류력에 의하여 케이블에 작용하는 동수항력(hydrodynamic drag force)은 케이블과 유체의 상대속도와 상대가속도에 의하여 결정이 되는 데 일반적으로 유체속에서 작용하는 케이블의 가속도에 의하여 발생하는 관성력은 케이블의 고유진동수를 감소하는 효과를 발생시키며, 케이블과 유체사이의 상대속도에 의하여 발생하는 점성효과는 케이블의 강성을 증가시키며 결과적으로 고유진동수를 증가시키게 된다. 따라서, 해양케이블의 해석에 있어서 케이블에 작용하는 유체속도는 케이블의 정적 및 동적해석에 결정적으로 영향을 미칠 수 있는 중요한 변수이다.

본 연구에서는 파력 및 지진력을 받는 해양케이블의 기하학적 비선형 문제를 풀기 위하여, 다절점 곡선 케이블요소를 이용하여 자유진동해석을 수행한다. 등매개 곡선 케이블요소에 대한 점선강성행렬 및 질량행렬을 유도한다. 처음에 케이블의 자중과 부력을 받고 지점변위를 일으키는 케이블의 초기평형상태를 결정한다. 이 후 조류력이 가해진 해양 케이블의 평형상태를 계산한다.

* 성균관대학교 토목공학과 부교수
** 성균관대학교 토목공학과 박사과정
*** 성균관대학교 토목공학과 석사과정

이 상태를 기준으로 파력과 지진력을 받는 해양 케이블의 자유진동 및 동적 비선형해석을 수행한다. 다양한 매개변수 연구를 통하여 해양케이블의 동적 거동특성을 조사한다.

2. 등매개 케이블요소^(1,2)

본 장에서는 곡선 케이블 요소의 기하학적 비선형 해석법을 제시하기 위하여, 3차원 연속체의 증분운동방정식으로부터 케이블요소의 증분운동방정식을 유도한다. 이때 Lagrangian 보간다항식을 사용하여 케이블요소의 탄성 및 기하적인 강성행렬과 질량행렬을 산정한다. 가상일의 원리와 질량보존조건을 고려할 때, Total Lagrangian formulation에 근거한 3차원 연속체의 증분운동방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\int {}^0\rho {}^{t+\Delta t} \ddot{u}_i \delta u_i d^0v + \int ({}_0C_{ijrs} {}_0e_{rs} \delta {}_0e_{ij} + {}^tS_{ij} \delta {}_0\eta_{ij}) d^0v = {}^{t+\Delta t}R - \int_0^t S_{ij} \delta {}_0e_{ij} d^0v \quad (2.1)$$

$$\text{여기서, } 2 {}_0e_{ij} = {}_0u_{i,j} + {}_0u_{j,i} \quad (2.2a)$$

$$2 {}_0\eta_{ij} = {}_0u_{k,i} \cdot {}_0u_{k,j} \quad (2.2b)$$

윗 식에서 뿔첨자 ‘ t ’ 와 ‘ $t+\Delta t$ ’ 는 각각 시간 t 와 $t+\Delta t$ 상태에서의 크기를 나타내며, 식 2.2와 이후의 식들에서 뿔첨자가 표시되지 않는 물리량은 증분량을 의미한다. ${}^tS_{ij}$ 는 2nd Piola-Kirchhoff stress, ${}_0e_{ij}$ 와 ${}_0\eta_{ij}$ 는 각각 증분 Green-Lagrange strain의 선형 및 비선형 항을 의미하며, ${}^{t+\Delta t}R$ 는 외적 가상일을 나타낸다. 그림2.1은 케이블요소의 초기상태(initial state)와 현재상태(current state)를 나타낸 것이다. 케이블요소의 임의점에서 발생하는 변위, 변형도, 그리고 응력은 케이블 길이를 나타내는 0s 의 함수이다. 길이방향으로 비선형 변형도는 다음과 같이 얻을 수 있다.

$${}^t\epsilon = \frac{d^0x_i}{d^0s} \frac{d^t u_i}{d^0s} + \frac{1}{2} \frac{d^t u_i}{d^0s} \frac{d^t u_i}{d^0s} \quad (2.3)$$

식(2.3)을 이용하여 증분변형도는 다음과 같이 얻는다.

$${}_0\epsilon = {}^{t+\Delta t}{}_0\epsilon - {}^t{}_0\epsilon = {}_0e + {}_0\eta \quad (2.4)$$

$$\text{여기서 } {}_0e = \frac{d^0x_i}{d^0s} \frac{du_i}{d^0s} + \frac{d^t u_i}{d^0s} \frac{du_i}{d^0s} \quad (2.5a)$$

$${}_0\eta = \frac{1}{2} \frac{du_i}{d^0s} \frac{du_i}{d^0s} \quad (2.5b)$$

그림2.2는 2, 3, 4절점 등매개 케이블요소를 나타낸다. 요소내의 임의점의 위치좌표는 등매개

보간함수를 이용하여 식 2.6과 같이 절점좌표로 표현할 수 있다.

$${}^t x_i(r) = \sum_{k=1}^N h_k {}^t x_i^k, \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.6)$$

여기서 ${}^t x_i^k$ 는 시간 t 에서의 요소절점좌표이며, $h_k(r)$ 는 등매개 보간함수 (isoparametric interpolation function), r 과 N 은 각각 natural coordinate와 케이블요소의 절점수를 나타낸다. 그리고 임의점의 증분변위에 대해서도 위치좌표와 마찬가지로 등매개 보간함수를 이용하여 식 2.7과 같이 표현할 수 있다.

$$u_i(r) = {}^{t+\Delta t} u_i - {}^t u_i = \sum_{k=1}^N h_k u_i^k \quad (2.7)$$

증분변위와 총변위성분을 보간함수행렬 H 와 절점변위벡터 U_e , ${}^t U_e$ 의 행렬관계식으로 표현하면 다음과 같다.

$$U(r) = H \cdot U_e \quad (2.8)$$

$${}^t U(r) = H \cdot {}^t U_e$$

$$\text{여기서 } U^T(r) = \{ u_1(r), u_2(r), u_3(r) \} \quad (2.9a)$$

$$U_e^T = \{ u_1^1 u_2^1 u_3^1; u_1^2 u_2^2 u_3^2; \dots; u_1^N u_2^N u_3^N \} \quad (2.9b)$$

$$H = [h_1 I_3 : h_2 I_3 : \dots : h_N I_3] \quad (2.9c)$$

식(2.8)과 식(2.9)를 사용하여 변형도의 선형성분과 비선형성분을 절점변위벡터로 나타내면 다음과 같다.

$${}^o e = {}^t B_L \cdot U_e \quad (2.10)$$

$$\frac{du_i}{d^o s} = {}^t B_{NL} \cdot U_e \quad (2.11)$$

여기서 선형 변위-변형을 변환행렬 ${}^t B_L$ 와 비선형 변위-변형을 변환행렬 ${}^t B_{NL}$ 의 구체적인 결과식은 식(2.12), (2.13)과 같다.

$${}^t B_L = ({}^o J^{-1})^2 \cdot ({}^o X^T H^T {}_r H {}_r + {}^t U_e^T H^T {}_r H {}_r) \quad (2.12)$$

$${}^t B_{NL} = {}^o J^{-1} \cdot H {}_r \quad (2.13)$$

$$\text{여기서 } {}^o X^T = [{}^o x_1^1 \ {}^o x_2^1 \ {}^o x_3^1 \ \dots \ {}^o x_1^N \ {}^o x_2^N \ {}^o x_3^N],$$

$${}^o J^{-1} = \frac{dr}{d^o s}$$

결과적으로 증분운동방정식 (2.1)은 다음과 같이 케이블요소의 행렬운동방정식으로 나타낼 수

있다.

$$M_e {}^{t+\Delta t} \dot{U}_e + ({}^t K_L + {}^t K_{NL}) U_e = {}^{t+\Delta t} R_e - {}^t F_e \quad (2.14)$$

여기서 M_e , ${}^t K_L$, ${}^t K_{NL}$ 그리고 ${}^t F_e$ 는 각각 질량행렬, 선형 및 비선형강성행렬, 그리고 절점력벡터를 나타내며, 구체적인 계산식은 아래와 같다.

$$M_e = \int_{-1}^{+1} {}^o \rho {}^o A H^T H {}^o J dr \quad (2.15a)$$

$${}^t K_L = \int_{-1}^{+1} {}^t B_L^T (E {}^o A) {}^t B_L {}^o J dr \quad (2.15b)$$

$${}^t K_{NL} = \int_{-1}^{+1} {}^t B_{NL}^T ({}^t S {}^o A) {}^t B_{NL} {}^o J dr \quad (2.15c)$$

$${}^t F_e = \int_{-1}^{+1} {}^t B_L^T ({}^t S {}^o A) {}^o J dr \quad (2.15d)$$

식(2.15d)에서 ${}^t S$ 는 아래와 같이 ${}^t \epsilon$ 을 산정하고 후크의 법칙을 적용하면 얻을 수 있다.

$${}^t \epsilon = ({}^o J^{-1})^2 ({}^o X^T H_{,r}^T H_{,r} + 0.5 {}^t U_e^T H_{,r}^T H_{,r}) {}^t U_e \quad (2.16)$$

이때 케이블 길이에 대한 적분은 가우스적분법을 사용한다. 또한 각 요소별 적분 차수는 2절점 등대개요소에서는 2차, 3절점 등대개요소에서는 3차, 그리고 4절점 등대개요소에서는 4차 가우스적분을 사용한다.

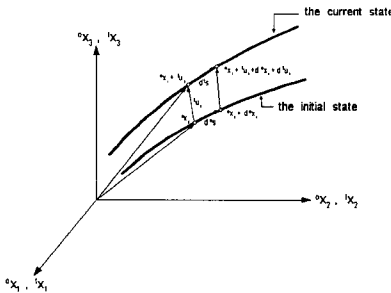


그림 2.1 케이블요소의 증분관계

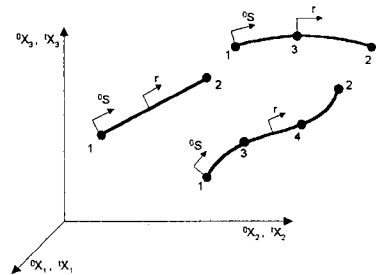


그림 2.2 2, 3, 4 절점을 갖는 등대개 곡선 케이블요소

3. 하중의 모형화

선형파이론(linear Ariy wave theory)에 의하여 구해진 규칙파 및 JONSWAP 파 스펙트럼을 이용

한 불규칙파를 발생시켜 물 입자의 속도와 가속도를 계산하고, 구조물과 유체의 상대운동에 근거한 속도와 가속도를 이용하여 Morison 방정식으로부터 조류력 및 파랑하중^(3,4)을 산정하였다. 지진하중은 실제 지진가속도 또는 인공지진 가속도 프로그램(SIMQKE)를 이용하여 목표 응답 스펙트럼에 맞는 다양한 형태의 인공지진 가속도를 이용하여 동적해석을 수행하였다.

4. 수치해석 예제

4.1 단일 규칙파를 받는 경사진 케이블의 동적 해석

본 예제에서는 단일 규칙파가 작용할 경우 경사진 케이블에 대하여 Morison 방정식의 비선형 항력의 효과가 케이블의 동적 거동에 어떠한 영향을 미치는가를 파악하고자 한다. 그림4.1은 규칙파를 받는 경사진 케이블의 형상을 보여주고 있다. 단일 규칙파는 파고 $H = 10\text{ m}$ 이며, 파의 진동수 $f_1 = 0.1\text{ Hz}$ 이고 사용된 계원은 Triantafyllou⁽⁵⁾가 사용한 것으로 표4.1에 표시하였다. 이때 케이블의 경사각의 변화($30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$)와 경사각 30° 의 경우에 대한 입사각의 변화(45°)에 대하여 케이블의 중앙점의 X 방향 변위 및 Z 방향 변위 그리고 수면부근의 케이블 단부에서의 장력변화를 계산한다. 또한 각 경우에 대한 응답 성분을 파악하기 위하여 FFT의 결과를 도출하였다. 사용한 경사 케이블은 10개의 4절점 등매개 요소로 모델링 하였다. 그림4.2은 단일 규칙파의 형상(a)과 시간 300초 동안 바다면과의 경사각 30° (b), 경사각 30° 에 대하여 입사각 45° (c), 그리고 경사각 45° (d), 60° (e)에 대하여 케이블의 중앙점의 X 방향의 동적 변위 및 응답변위에 대한 FFT 결과를 보여주고 있다. 그림4.2에서 볼 수 있듯이 파의 진동수 $f_1 = 0.1\text{ Hz}$ 인 단일 규칙파를 받는 경우 케이블 중앙점의 수평성분은 작용한 파의 진동수 f_1 과 $3f_1$ 크기의 진동수를 갖으며 진동하는 것을 볼 수 있다. 이러한 미소의 $3f_1$ 의 진동수는 Morison 방정식의 비선형 항력의 효과에 의하여 발생한 것으로 케이블 경사각의 변화에도 $3f_1$ 의 진동수를 갖는 케이블의 진폭은 일정하다. 또한 케이블의 경사각이 60° 인 경우의 응답 진동수에서 파의 진동수 f_1 의 진동수를 갖는 케이블의 수평방향 진폭이 팽팽한 케이블에서의 f_1 진동수의 케이블의 진폭보다 지배적인 것을 알 수 있다. 그림4.4은 케이블의 경사 변화에 따른 수면 부근 케이블 단부의 장력변화를 보여주고 있다. 그림에서도 볼 수 있듯이 케이블의 경사가 작을수록 장력 값이 보다 커짐을 알 수 있다

표 4.1

케이블의 초기길이	$L = 1,700\text{ m}$
면적(A)	$A = 6.176\text{ m}^3 \times 10^{-3}\text{ m}$
탄성계수(E)	$E = 6.875 \times 10^{10}\text{ N/m}^2$
단위질량(m)	$m = 33.51\text{ kg/m}$
단위길이당무게(W)	$W = 290\text{ N/m}$
수심	700 m
물의 밀도	$1,020\text{ kg/m}^3$
C_N	1.2
C_T	0.05
C_I	2.0

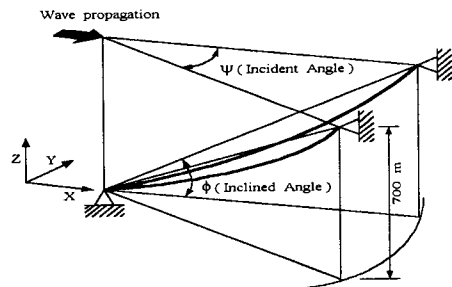
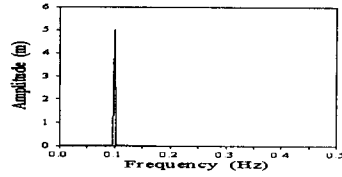
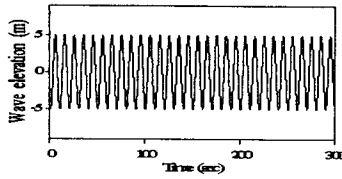
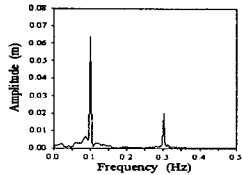
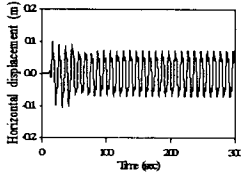


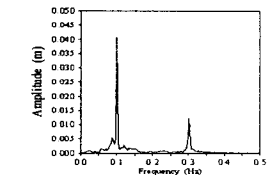
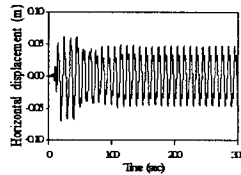
그림 4.1 단일규칙파를 받는 경사진 케이블



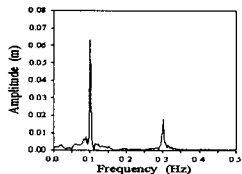
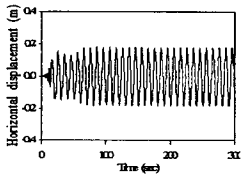
(a)



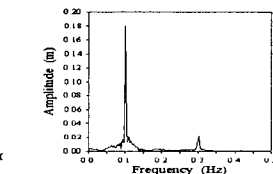
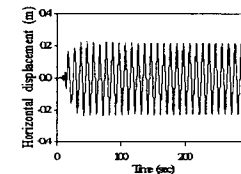
(b)



(c)

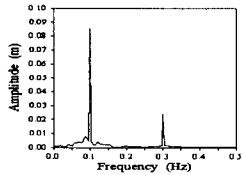
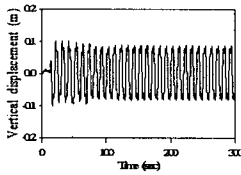


(d)

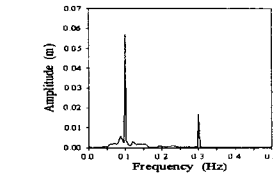
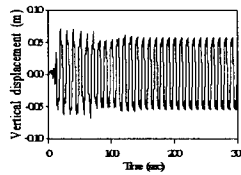


(e)

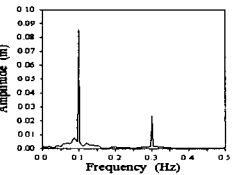
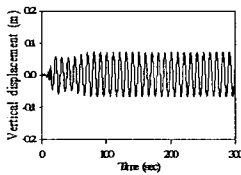
그림 4.2 단일 규칙파를 받는 경사진 케이블의 X 방향 동적 변위 (a) 규칙파의 형상, (b) 경사각 30°, (c) 경사각 30°에 대한 입사각 45°, (d) 경사각 45°, (e) 경사각 60°



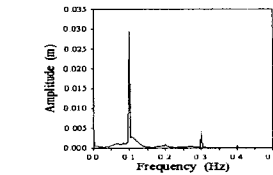
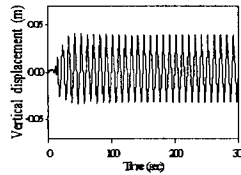
(a)



(b)



(c)



(d)

그림 4.3 단일 규칙파를 받는 경사진 케이블의 Z 방향 동적 변위 (a) 경사각 30°, (b) 경사각 30°에 대한 입사각 45°, (c) 경사각 45°, (d) 경사각 60°

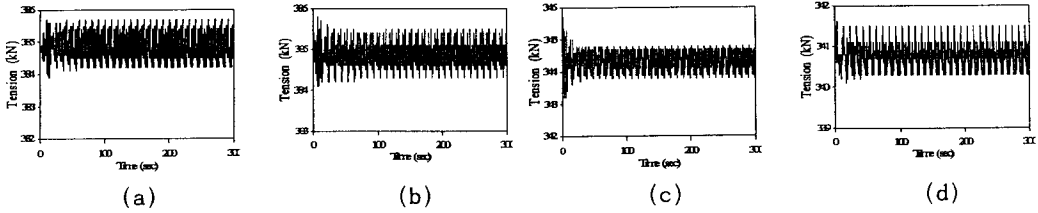


그림 4.4 단일 규칙파를 받는 경사진 케이블의 장력 변화 (a) 경사각 30° , (b) 경사각 30° 에 대한 입사각 45° , (c) 경사각 45° , (d) 경사각 60°

4.2 지진 하중을 받는 경사진 케이블의 동적 해석

본 예제에서는 실제 지진하중을 받는 경사진 해양 케이블에 대하여 지진하중이 케이블의 거동에 어떠한 영향을 미치는지를 파악한다. 그 예로서 지진하중 발생시 케이블의 거동에 대하여 공기 중에서 선형 해석과 비선형 해석을 수행하여 케이블의 비선형성의 정도를 파악하고 수중에서의 거동을 조사하므로써 케이블에 작용하는 유체의 영향을 알아보도록 한다. 사용된 지진하중은 1940년 미국 California 에서 발생한 El Centro 지진으로 그림 4.5 에서는 시간에 따른 지반가속도를 나타내고 있다. 케이블의 제원은 상기 예제와 동일하며 경사각은 45° 이고 해양 케이블은 10개의 4절점 등매개 요소로 모델링 하였다. 그림 4.6은 선형 해석과 비선형 해석시 시간 50초 동안 케이블 중앙점의 X 방향(a) 및 Z 방향(b) 변위를 나타낸다. 지진하중 발생시 케이블은 -X 방향과 +Z 방향으로 강성이 감소하고 결과적으로 변위가 증가하는 것을 알 수 있다. 또한 그림 4.7은 수중에서와 공기중에서의 케이블 중앙점의 변위를 나타낸다. 수중에서의 케이블의 거동은 케이블에 작용하는 유체의 추가질량효과와 케이블의 속도에 의하여 발생하는 항력효과에 의하여 변위의 진폭이 감소하는 것을 볼 수 있다.

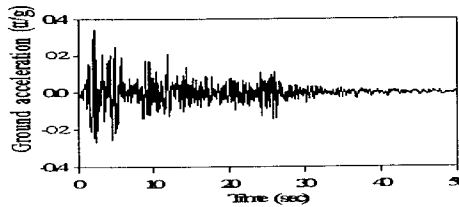


그림 4.5 El Centro 지반가속도



그림 4.6 공기중에서의 지진 하중을 받는 경사진 케이블의 동적 변위 (a) X 방향, (b) Z 방향

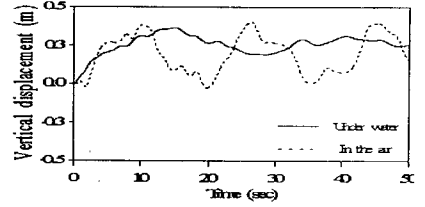
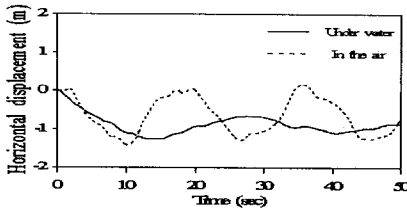


그림4.7 지진 하중을 받는 경사진 케이블의 동적 변위 (a) X 방향, (b) Z 방향

5. 결론

- 1) 케이블의 경사각이 60° 인 경우의 응답 진동수에서 파의 진동수 f_1 의 진동수를 갖는 케이블의 수평방향 진폭이 팽팽한 케이블에서의 f_1 진동수의 케이블의 진폭보다 지배적인 것을 알 수 있었다.
- 2) 케이블의 경사가 작을수록 장력 값이 보다 커짐을 알 수 있었다.
- 3) 지진하중 발생시 케이블은 $-X$ 방향과 $+Z$ 방향으로 강성이 감소하고 결과적으로 변위가 증가하는 것을 알 수 있었으며 수중에서의 케이블의 거동은 케이블에 작용하는 유체의 부가질량효과와 케이블의 속도에 의하여 발생하는 항력효과에 의하여 변위의 진폭이 감소하는 것을 볼 수 있었다.

감사의 글 : 본 연구는 과학기술처의 특정연구기술개발사업의 지원을 받아 수행되었으며, 연구비를 지원해준 과학기술처에 감사드립니다

6. 참고문헌

1. 김문영, 김남일, 안상섭, "3차원 케이블망의 초기평형상태 결정 및 정적 비선형 유한요소해석", 1998, 한국전산구조공학회 논문집, 제 11권 제 1호, pp.179-190.
2. 김문영, 김남일, "등매개 케이블요소를 이용한 케이블망의 정적 및 동적 비선형해석", 1998, 한국전산구조공학회 논문집, 제 11권 제 2호, pp.305-316.
3. Inyeol paik, "Nonlinear dynamic behavior of offshore structures", 1994, *A National Science foundation Engineering Research Center*.
4. 윤종윤, "동수력을 고려한 탄성현수선 케이블요소", 1998, 서울대학교 박사학위 논문.
5. Triantafyllou, M.S., "The linear dynamics of taut inclined cables", *Quarterly Jr. of Mech. and Applied Mathematics*, 1984, Vol. 37, pp.421-440.
5. Yoon, T. Y., Leonard, J. W., "Natural Vibration of cables in a flowing fluid", 1987, *University Research Initiative Report No. OE-87-52 Office of Naval Research*.
6. Berteaux, H. O., *Buoy Engineering*, 1976, John Willey and sons, New York, N. Y.
7. West, H. H. and Geschwindner, L. F. and Suhoski, J. E., "Natural vibrations of suspension cables", 1975, *Journal of the Structural Division*, Vol. 101. pp.2266-2291.