

콘크리트 보에서의 혼합모드 균열전파에 관한 연구

Mixed Mode Crack Propagation Models of the Concrete Beams

이상석*
Lee, Sang-Seok

진치섭**
Jin, Chi-Sub

전규식***
Jeon, Gyoo-Shick

ABSTRACT

The angled crack which is the simplest and representative case in the mixed mode crack analysis has stimulated the interests of many investigators during past 20 years.

In this study, the conventional quadratic isoparametric elements were used in all regions except the crack tip zone where triangular singularity elements with 6 nodes were used. The stress intensity factor of K_I and K_{II} were determined respectively by the displacement correlation method. The finite element analysis program in this paper based on maximum energy release rate criteria and the results obtained by this program were compared with those calculated from the maximum circumferential tensile stress criteria and those by Jenq and Shah's experiments of the same geometry and material properties.

1. 서 론

최근 산업사회의 발달과 더불어 구조물들이 점차로 대형화되고, 용접구조의 발달로 용접이음이 많이 사용되며, 고장력재료의 개발로 인하여 부재의 파괴인성이 낮아지고, 또한 가혹한 사용환경 등으로 인하여 구조물이 균열로 인한 손상을 받기 쉽게 되었다. 특히 콘크리트의 경우에서와 같은 취성파괴는 대부분의 경우 예고없이 발생되어, 인명이나 물질 재산에 많은 피해를 유발한다. 콘크리트는 제조과정 중에 부재내에 존재하거나 사용 중에 어떠한 원인에 의하여 발생한 미세 균열이 외력 또는 환경에 의하여 점차로 또는 급속하게 성장하며 이러한 파괴과정은 균열의 발생, 균열의 전파 또는 성장의 두단계로 이루어진다. 콘크리트에서의 혼합모드 균열문제에 적용되는 파괴기준에는 Erdogan과 Sih[1]에 의해 제안된 최대 원주방향 인장응력이론과 최대 에너지해방률 이론, 그리고 Sih[2]에 의하여 제안된 최소 변형에너지밀도이론 등 다양한 파괴기준이 있다. 그러나 이러한 기준들은 대부분 급속과 같은 연성재료에 적합하며 이론적 수정없이 콘크리트에 모두 적용하기에는 많은 문제점들을 내포하고 있다. 본 연구에서는 유한요소법을 이용하여 최대 에너지해방률이론을 콘크리트에 적용, 그 효용성을 검토 하였다. 이를 위하여 균열선단에서의 균열전파각과 균열의 안정성 여부를 최대 에너지해방률이론으로 구하여 그 결과를 비교하였고 이론의 타당성을 검증하기 위하여 Jenq와 Shah의 실험논문의 결과[3]와 비교 검토하였다.

2. 혼합모드에서의 균열진전

일반적인 구조물은 단순모드상태의 하중을 받기보다는 혼합모드상태의 하중을 받고 있는 것이

* 유니슨 산업(주) 주임

** 부산대학교 토목공학과 교수

*** 정희원, 유니슨 산업(주) 기술이사, 공학박사

실제하중상태에 더 가깝다고 할 수 있다. 평면문제의 혼합모드는 균열주위에 면내수직인 전단력을 받으므로 균열선단에서의 변형은 모드 I (opening mode)과 모드 II (sliding mode)의 성분으로 나타낼 수 있다. 따라서, 혼합모드 균열은 초기균열선상으로 진전하지 않고 곡선이나 꺾여서 진전하기 때문에, 진전하는 방향을 예측하는 것도 중요한 문제중의 하나이다. 이와 같은 혼합모드 균열에서 주요관심사는 균열전파 방향과 균열 진전개시 하중을 결정하는 것, 즉 부재의 파괴특성을 나타낼 수 있는 파괴기준이 중요한 문제라 하겠다. 혼합모드상태의 균열전파를 시뮬레이션할 수 있는 모델로는 최대 에너지해방률이론, 최대 원주방향 인장응력이론, 최소 변형률 에너지밀도이론, 최대 원주방향 변형률이론, 전단마찰기준 등 다양한 기준이 있다. 선형모델에서는 응력확대계수가 균열의 안정성과 전파경로를 지배하게 된다. 본 연구에서 사용한 응력확대계수는 절점 변위로 균열선단 주위의 극부적인 값을 고려하는 변위상관법으로 구하였다.

혼합모드에서의 균열의 전파는 다음과 같은 순서에 따라 예측이 가능하다.

- ① 현 단계의 하중과 현 위치의 균열선단에서 응력확대계수 K_I , K_{II} 를 계산한다.
- ② 균열전파식에 K_I , K_{II} 를 대입하여 새로운 균열방향과 균열의 안정상태를 확인한다. 이 때 균열이 불안정하면 단계 ③을 계속하고 안정되면 단계 ④를 수행한다.
- ③ 선택한 균열중분만큼 전파방향에 맞춰 균열선단을 이동시키고 유한요소망을 재구성한다. 단계 ①에서 단계 ③까지 반복한다.
- ④ 균열이 안정되면, 균열전파식에서 불안정이 예측되는 하중을 가하여 다시 단계 ①을 수행한다.

2.1 최대 에너지해방률($G_{\theta_{max}}$) 이론

본 연구에서는 균열의 안정성과 초기전파각을 구하기 위해 최대 에너지해방률이론을 사용하였다. 이 이론은 Griffith-Irwin의 해방률기준을 기초로 한 것으로, 균열은 단위균열진전에 대한 탄성에너지 해방이 최대가 되는 방향으로 발생되고 에너지해방률이 극한값에 도달할 때 성장하기 시작한다는 이론이다. 이 복잡한 수학문제의 해는 Hussain 등[5]에 의해 제안되었다. 일반적으로 에너지해방률(G)의 개념과 응력확대계수(K_I , K_{II})는 파괴역학의 이론으로 폭넓게 사용되어지는 데, 에너지해방률(G)을 응력확대계수항(K_I , K_{II})으로 표현하면 식 (1)과 같다.

$$G = \frac{K_I^2}{E'} + \frac{K_{II}^2}{E'} \quad (1)$$

여기서, $E' = E$: 평면응력 문제

$$E' = \frac{E}{(1 - \nu^2)} \quad : \text{평면변형률 문제}$$

ν = 프아송비

Hussain 등[5]은 균열선단에서 임의의 각 θ 로 균열이 진전할 때의 에너지해방률을 얻기 위하여, 균열선단에서 각 θ 로의 미소균열전파에 대해 식(2)와 같은 응력확대계수를 구하였다.

$$K_I(\theta) = \left(\frac{4}{3 + \cos^2 \theta} \right) \left(\frac{1 - \theta/\pi}{1 + \theta/\pi} \right)^{0.2\pi} \left[K_I \cos \theta - \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta \right] \quad (2)$$

$$K_{II}(\theta) = \left(\frac{4}{3 + \cos^2 \theta} \right) \left(\frac{1 - \theta/\pi}{1 + \theta/\pi} \right)^{0.2\pi} \left[\frac{1}{2} K_I \sin \theta + K_{II} \cos \theta \right]$$

$K_I(\theta)$ 와 $K_{II}(\theta)$ 를 식(1)에 대입하면 균열선단에서 극소균열증분에 대한 탄성에너지해방률의 일반식을 식 (3)과 같이 얻을 수 있다.

$$G(\theta) = \frac{4}{E'} \left(\frac{1}{3 + \cos^2 \theta} \right)^2 \left(\frac{1 - \frac{\theta}{\pi}}{1 + \frac{\theta}{\pi}} \right)^{\frac{2}{\pi}} \left[(1 + 3 \cos^2 \theta) K_I^2 + 8 \sin \theta \cos \theta K_I K_{II} + (9 - 5 \cos^2 \theta) K_{II}^2 \right] \quad (3)$$

$G_{\theta_{max}}$ 이론에 의해 예상되는 파괴궤적식은 식(3)를 재료의 한계치 (G_{cr})와 등치시켜 식(4)을 얻을 수 있다.

$$G(\theta) = G_{cr} = \frac{K_{Ic}^2}{E'} \quad (4)$$

식(4)을 정리하여 표준화 하면 다음과 같다

$$4 \left(\frac{1}{3 + \cos^2 \theta_0} \right)^2 \left(\frac{1 - \frac{\theta_0}{\pi}}{1 + \frac{\theta_0}{\pi}} \right)^{\frac{2}{\pi}} \left[(1 + 3 \cos^2 \theta_0) \left(\frac{K_I}{K_{Ic}} \right)^2 + 8 \sin \theta_0 \cos \theta_0 \frac{K_I K_{II}}{K_{Ic}^2} + (9 - 5 \cos^2 \theta_0) \left(\frac{K_{II}}{K_{Ic}} \right)^2 \right] = 1$$

2.2 균열전진의 판단

균열선단에서 균열의 진전여부 판단에 대한 수치적 알고리즘은, 먼저 주어진 균열선단 위치와 하중에서의 응력확대계수를 이용하여 새로운 전파각 θ_0 를 얻은 다음, 균열선단에서의 국부적인 안정성을 판단하는 순서를 따른다. 만약 각 이론으로 구해진 응력확대계수쌍이 그림1에 보여지는 파괴궤적선 내부에 있으면, 그 균열은 응력확대계수가 충분히 커지지 않는 한 성장할 수 없고, 외부에 있으면 균열은 불안정하게 되어, 균열이 자유면에 도달할 때까지나 또는 응력확대계수쌍이 궤적선 내부로 돌아올 때까지 계속하여 전파하게 된다. 즉, 응력확대계수와 에너지해방률(G)가 증가하면, 전체적으로 불안정하여 구조물의 파괴를 유발하고, 응력확대계수와 에너지해방률(G)가 감소하면, 응력이 재분배되고 응력확대계수쌍이 궤적선 내부로 돌아온다.

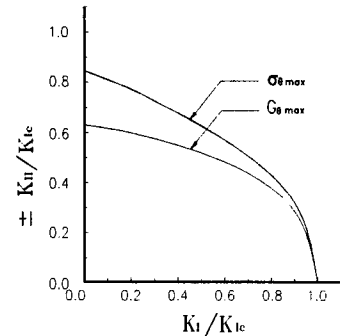


그림. 1 혼합모드에서의 파괴궤적선

3 계산 예

3.1 SENB(Single Edge Notched Bend Specimen)의 균열전파경로

본 연구에서 개발한 프로그램의 검증을 위해 최근 Cornell 대학에서 개발한 파괴해석 프로그램인 FRANC 2D/L의 결과와 본 연구에서 작성한 프로그램의 결과를 비교하였다. 본 논문 프로그램에서는 균열선단은 1/4점 삼각형 특이요소를 사용하였고 그 외의 부분은 8절점 등매개 변수요소를 사용하였다. 초기균열 전파각과 균열의 안정성은 최대 에너지 해방률이론을 사용하여 계산하였다. FRANC 2D/L에서의 초기균열 전파각과 균열의 안정성은 Erdogan과 Sih의 최대 원주방향 인장응력이론을 사용하고 있다. 검증예로 그림2에 나타나 있는 길이 91.44 cm이고 높이 30.48 cm, 노치의 길이 8.05 cm, 두께 5.08 cm인 시편을 사용하였다. 계산에 사용된 재료특성치는 표1와 같다. 각 단계별 요소수와 절점수는 표2과 표3에 나타나 있고, 균열전파에 따르는 요소망의 구성은 그림3 및 그림4에 나타나 있다.

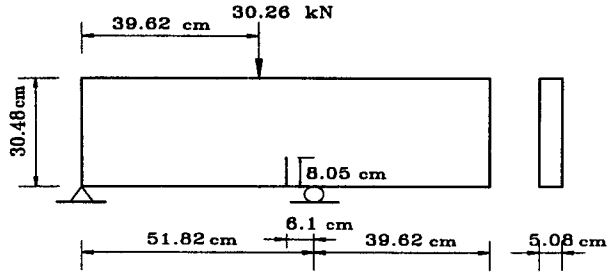


그림. 2 노치가 있는 콘크리트보

표 1. 재료 특성치

압축강도 (MPa)	탄성계수 (10^4 MPa)	K_{Ic} ($kN \cdot cm^{-3/2}$)	프와송비
21.4	1.726	1.098	0.2

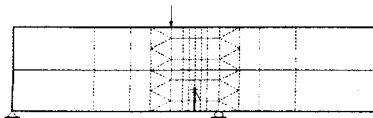
결과는 표2 및 표3에서 보는 바와 같이 균열진전각과 K_I , K_{II} 에서 조금의 차이는 보이지만, 균열진전에 따른 요소망형성의 차이 등을 고려한다면 만족할만한 결과로서 본 프로그램의 타당성을 검증할 수 있었다.

표 2. 프로그램 결과치 (본 연구)

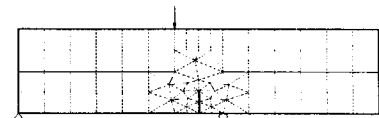
	요소수	절점수	균열진전각	K_I ($kN \cdot cm^{-3/2}$)	K_{II} ($kN \cdot cm^{-3/2}$)
초기균열	100	309	59°	0.725	-0.797
1단계 진전	109	332	16°	1.201	0.599
2단계 진전	117	352	21°	3.286	-0.123
3단계 진전	125	372	-10°	8.867	2.630

표 3. 프로그램 결과치 (FRANC 2D/L)

	요소수	절점수	균열진전각	K_I ($kN \cdot cm^{-3/2}$)	K_{II} ($kN \cdot cm^{-3/2}$)
초기균열	96	285	55°	0.784	-0.776
1단계 진전	115	336	19°	1.694	0.631
2단계 진전	203	504	12°	3.633	-0.247
3단계 진전	217	538	3°	9.948	0.889



① 초기요소망



① 초기요소망

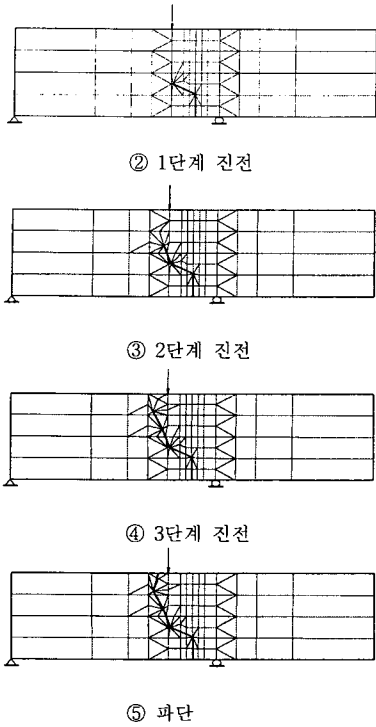


그림. 3 균열전파경로 (본 프로그램)

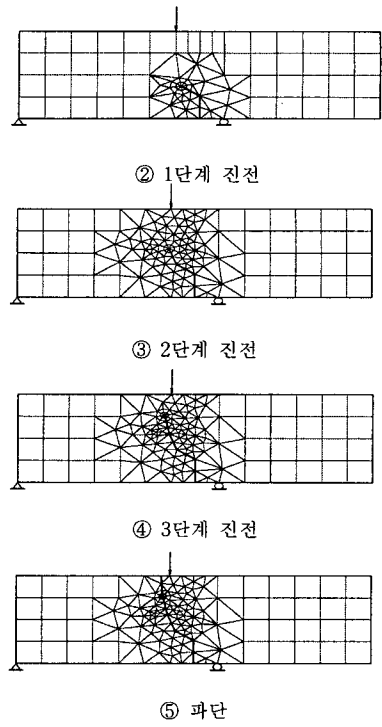


그림. 4 균열전파경로 (FRANC 2D/L)

3.2 Offset ratio에 따른 콘크리트보의 혼합모드 균열전파

프로그램의 결과치와 실험치를 비교하기 위해 Jenq와 Shah[3]의 실험논문과 같은 재료특성치를 사용하여 실험치와 해석치를 비교하였다.

그림. 5에서 offset ratio $\frac{2x}{S}$ 가 각각 $0, \frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}$ 일 경우의 최종파단각(그림. 6)을 조사하였다. 해석에 사용된 시편은 길이(S) 30.48 cm, 높이(b) 7.62 cm, 두께 2.86 cm, 그리고 노치의 깊이(a_0) 2.24 cm이고, 재료특성치는 표 4. 와 같다.

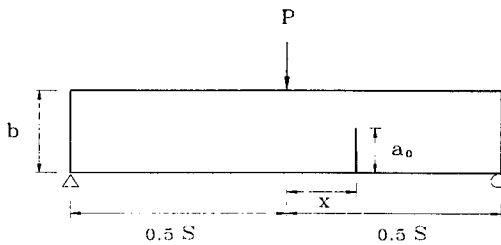


그림. 5 혼합모드 콘크리트 시편

표 4. 재료 특성치

압축강도 (MPa)	탄성계수 ($10^4 MPa$)	K_{Ic} ($kN \cdot cm^{-3/2}$)	프외송비
34.3	3.28	0.830	0.2

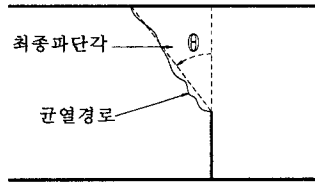
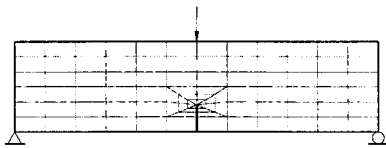


그림. 6 최종파단각

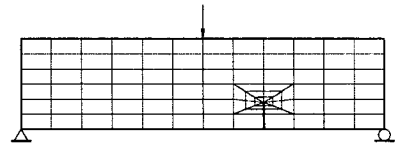
최대 에너지해방률이론을 사용한 프로그램의 해석 결과를 표5.에 나타내었다. 그림. 7은 해석에 사용된 요소망이다.

표 5. 프로그램 결과치

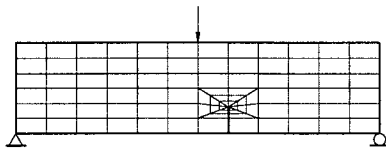
노치 깊이비	offset ratio	K_I ($kN \cdot cm^{-3/2}$)	K_{II} ($kN \cdot cm^{-3/2}$)	P_{max} (kN)	최종 파단각
1/3	0	1.055	0.0	1.546	0°
1/3	1/6	1.045	-0.080	1.683	10°
1/3	2/6	1.033	-0.120	2.074	14°
1/3	3/6	1.023	-0.144	2.739	17°



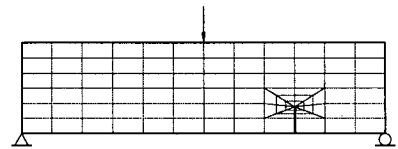
① offset ratio 0



③ offset ratio 2/6



② offset ratio 1/6



④ offset ratio 3/6

그림. 7 Offset ratio에 따른 유한요소망

3.3 고찰

① 그림.8에 나타난 offset ratio에 따른 균열의 진행경로는 균열선단에서 초기균열각도를 따라 거의 직선으로 진전하였다. 계산에 의해 구해진 균열증분만큼을 한번에 진전시키지 않고 여러 번의 하중증분으로 나누어 진전하게 하고, 골재의 서로 다른 상태와 배열을 고려한다면 실제 균열경로와 거의 비슷한 균열경로를 얻을 것으로 예상된다.

- ② 그림. 8과 그림. 9에서 K_{II}/K_I 가 증가할수록 최종파단각이 커짐을 알 수 있다.
- ③ 그림. 10에서 offset ratio가 각각 $0, \frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}$ 일 때의 최대하중은 최대 에너지 해방률이론에 의한 파괴기준으로 해석했을 경우 $1.546 \text{ kN}, 1.683 \text{ kN}, 2.074 \text{ kN}, 2.739 \text{ kN}$ 이고 실험치가 $0.841 \text{ kN}, 1.050 \text{ kN}, 1.477 \text{ kN}, 1.851 \text{ kN}$ 으로 해석치는 실험치에 비해 조금 큰 값을 나타내고 있다.
- ④ 그림. 8과 그림. 9에서 균열의 최종파단각은 offset ratio가 $0, \frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}$ 일 때 최대 에너지 해방률이론에 의한 파괴기준으로 해석했을 경우에는 $0^\circ, 10^\circ, 14^\circ, 17^\circ$ 이다. 이 값은 Jenq와 Shah의 실험치 $1^\circ, 16^\circ, 15^\circ, 20^\circ$ 와 약간의 차이를 보이고 있다.

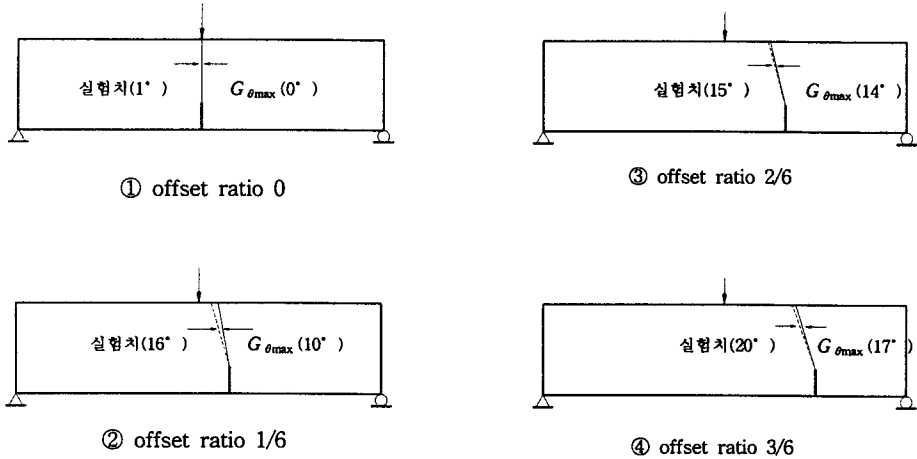


그림 8. 프로그램 해석치와 실험치의 최종 파단각 비교

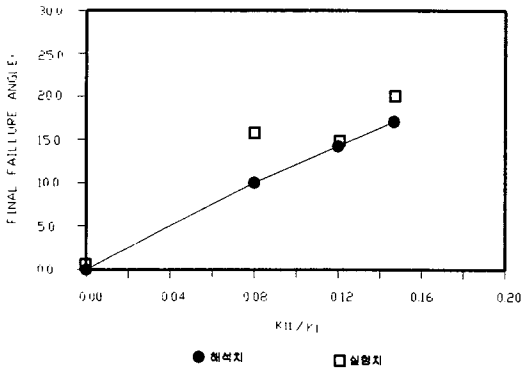


그림. 9 최종파단각 비교

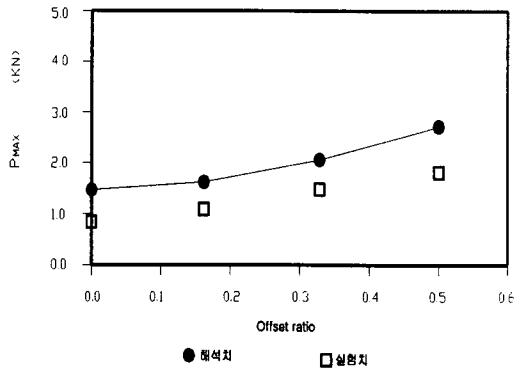


그림. 10 최대하중 비교

4. 결론

본 연구에서는 노치가 있는 콘크리트보의 혼합모드 균열전파경로를 추적하는 유한요소법을 이용한 프로그램을 작성하여 콘크리트보의 혼합모드 균열전파에 관하여 연구하였다.

본 연구의 프로그램에서는 균열선단부근에 $\frac{1}{4}$ 점 삼각형 특이요소를 이용하여 응력확대계수를 결

정하였고, 구해진 응력확대계수를 최대 에너지 해방률이론에 의한 파괴기준에 대입하여 균열선단에서 균열의 전파각을 구하였다. 그 결과치를 Jenq와 Shah의 실험결과와 비교·검토함으로써 다음과 같은 결과를 얻을 수 있었다.

- 1) offset ratio에 따른 균열의 진행경로는 균열선단에서 초기균열각도를 따라 거의 직선으로 진전하였다.
- 2) K_{II}/K_I 가 커질수록 균열의 최종파단각은 증가하는 것으로 나타났다.
- 3) offset ratio에 따른 최대하중은 Jenq와 Shah의 실험치에 비해 조금 큰 값을 나타내었다. 이상의 결과로써 최대 에너지해방률이론에 의한 파괴기준을 사용했을 때, 콘크리트의 혼합모드 균열전파는 균열전파각에서 실험치와 비슷한 결과를 얻을수 있었고 최대하중에서 실험치보다 조금 큰 값을 나타내었다.

참고문헌

- [1] Erdogan, F. and Sih, G. C., "On the Crack Extension in Plates Under Plane Loading and Transverse Shear", ASME, Journal of Basic Engineering, Vol. 85, pp.519-527, 1963
- [2] Sih, G. C., "Strain energy factors applied to mixed mode crack problems", Int. J. Fracture, Vol. 10, pp. 305, 1974.
- [3] Jenq, Y. S. and Shah, S. P. "Mixed-mode Fracture of Concrete", International Journal of Fracture Vol. 38, pp.123-142, 1988.
- [4] Hussain, M. A., Pu, S. L., and Underwood, J. H., "Strain energy release rate for a crack under combined mode I and II", ASTM, STP 560, pp.2-28, 1974.
- [5] Ingraffea. A. R. and Heuze. F. E., "Finite element Models for Rock Fracture Mechanics", International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 4, pp. 25-43, 1980.