

## 지진파에 의한 매설관로의 좌굴 Buckling of Buried Pipelines due to Seismic Waves

이종세\* · 노화성\*\*

Lee, Jong Seh · Roh, Hwa Sung

### ABSTRACT

Lifeline systems such as oil or gas pipelines and water supply facilities are vulnerable to seismic damages because they are widely exposed to ground failures. Most seismic design criteria of buried pipelines are based on the notion that the longitudinal compressive strain and therefore buckling controls the design. Buckling analysis of buried pipelines subjected to seismic loading is performed by considering the seismic load as the sinusoidally distributed compressive load on the beam on elastic foundation in contrast to existing studies where the buckling load is treated as an end load on the beam column. An approximated analytical solution is obtained by the energy method and its validity is confirmed by the linearized finite element buckling analysis. The results show that buried pipelines of relatively large thickness/diameter ratio larger than 1% are governed by the beam mode buckling because longitudinal strains at the buckling loads are substantially lower than the strain at the onset of local buckling.

### 1. 서론

송유 및 가스관, 상하수도관등과 같은 Lifeline system은 광범위한 지역에 분포되어 있으므로 지진으로 인한 지반운동에 매우 취약한 구조물이다. 이는 미국의 Loma Prieta 지진(1989)과 Northridge 지진(1994), 그리고 일본의 Hyogo-Ken Nanbu 지진(1995)등을 통해 잘 알려져 있으며, 특히 가스관이나 상하수도관등을 비롯한 지중매설관로가 큰 피해를 입었다(O'Rourke, 1996). 국내에서도 매설관로의 내진설계 기준마련의 필요성에 따라 이 분야에 대한 관심이 증대되고 있는 실정이다. 지진에 의한 매설관로의 파괴형태는 압축력에 의한 좌굴, 인장력에 의한 접합부분의 분리, 전단력에 의한 연결부의 균열, 휨에 의한 관로의 파괴등 여러 가지가 있으나 이 중 압축력에 의한 축방향 변형과 좌굴이 지배한다(O'Rourke, 1996). 이 때문에 미 토목학회에서 제시한 배관 내진설계 지침을 위시한 대부분의 설계기준에서는 축방향의 허용변형률을 산정하여 내진성을 평가하도록 되어있다(ASCE, 1984 ; JGA, 1982). 그러나 이러한 내진설계기준등이 너무 보수적이라고 알려져 있으므로 보다 합리적인 내진설계기준의 개발을 위해서는 지진-지반운동에 의한 축방향 변형과 좌굴거동에 대한 명확한 이해가 선행되어야 한다.

매설배관의 좌굴해석에 관한 연구로는 Yun and Kyriakides(1985,1986)와 Meyersohn and O'Rourke (1991)등이 있고 매설관로에 대해 직접적인 언급은 없으나 탄성지반을 고려한 beam-column의 좌굴해석에 대한 연구는 West and Mafi(1984), Karamanlidis and Prakash (1988)등에 의해 오랜 세월동안 수행되어 왔다. 그러나 위에서 언급한 모든 연구에서는 좌굴유발하중을 모두 단부집중하중으로 고려하고 있다. 본 연구에서는 매설관로의 좌굴거동을 보다 정확히 이해하기 위해 지진-지반운동에 의한 관축방향의 압축력을 단부집중하중이 아

\* 정회원 · 한양대학교 토목환경공학과 부교수

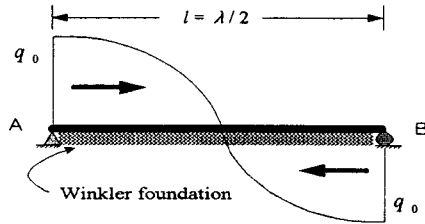
\*\* 현대건설

닌 관로의 축방향에 수평방향으로 작용하는 정현파 형태의 분포하중으로 나타내었다. 배관은 연속적으로 무한히 길고, 균질한 탄성지반에 매설되어 있다고 가정하였다. 이에 대해 에너지법을 이용하여 해석적인 근사해를 구하였으며 유한요소법을 이용한 검증을 수행하였다. 이 근사해를 이용하여 지진파에 의한 하중을 단부 집중하중으로 처리한 경우와 비교하였으며, 배관의 두께/직경비와 지반구속효과 및 지진파의 파장에 의한 좌굴 거동을 분석하였다.

## 2. 좌굴 해석

### 2.1 해석 모델

지진파가 매설관로에 입사될 때 지진파의 관측방향성분에 의해 매설관로에는 관측방향으로 정현파형태의 지반변위  $U_g(x)$  와 지반변형률  $\epsilon_g(x)$  이 발생하게 된다. 따라서 매설관로의 관측방향으로 정현파 형태의 분포압축력이 작용하게 되므로 지반과 매설관로사이에 미끄러짐(slipping)이 발생하지 않는다는 가정하에 <그림1>와 같이 배관을 탄성지반위에 놓인 단순지지보로 나타낼 수 있다.



<그림1> 이상화된 좌굴 해석 모델

압축 분포 마찰력  $q$  는 아래의 식(1)와 같이 나타낼 수 있다.

$$q = q_0 \sin \pi \left( \frac{1}{2} - \frac{x}{l} \right) \quad (1)$$

여기서  $q_0$  는 매설깊이, 흙의 단위중량, 토압계수등의 함수인 단위 길이당 최대 마찰력이며,  $l$  은 압축변형률이 발생하는 분리길이(separation distance)를 의미한다. 이때 탄성지반상의 단순보의 처짐곡선 ( $y$ )은 fourier sine series를 사용하여 식(2)와 같이 표현할 수 있다

$$y = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (2)$$

### 2.2 내적 변형률 에너지

탄성지반상에 놓인 보의 내적 변형률 에너지는 관로의 휨에 의한 변형률 에너지  $u_b$  와 탄성지반에서의 변형률 에너지  $u_f$  의 합으로 나타낼 수 있다. 즉,

$$U = \frac{EI}{2} \int_0^l \left( -\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^2 dx + \frac{\beta}{2} \int_0^l y^2 dx \quad (3)$$

식(2)를 식(3)에 대입한 후 Fourier sine항의 직교성을 이용하여 적분하면 내적변형률 에너지는 다음 식(4)와 같게 된다.

$$U = \frac{\pi^4 EI}{4l^3} \sum_{n=1}^{\infty} n^4 a_n^2 + \frac{\beta l}{4} \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 \quad (4)$$

위 식에서  $\beta$ 는 단위 면적당 지반반력계수로서  $\beta = (b/a)k$ 이며, 여기서  $a$ 는 종방향 스프링 간격을,  $b$ 는 횡방향 스프링 지지폭을,  $k$ 는 지반스프링 계수( $N/m^2$ )를 나타낸다.

### 2.3 외적 일

보에 작용하는 총 외적 일  $T$ 는 다음과 같게 된다.

$$T = \frac{q_0 l}{2\pi} \int_0^l \cos \pi \left( \frac{1}{2} - \frac{x}{l} \right) \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 dx \quad (5)$$

식(2)를 식(5)에 대입하여 적분을 수행하고 정리하면 총 외적 일을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$T = \frac{q_0 l}{2\pi} \left[ \sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n \frac{n\pi}{l} \right)^2 \frac{l}{\pi} \left( 1 + \frac{1}{1-4n^2} \right) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} a_n a_m \frac{nm\pi}{l} \left( \frac{1}{1-(n+m)^2} + \frac{1}{1-(n-m)^2} \right) \right] \quad (6)$$

$(n+m = \text{even}, n \neq m)$

### 2.4 근사 해석

좌굴에 대한 임계 압축력은 아래의 식으로부터 구할 수 있다.

$$\frac{\partial(U-T)}{\partial a_n} = 0 \quad (7)$$

식(7)에 식(4)와 (6)을 대입하여 정리하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\left[ \pi n^4 + \pi \gamma - 2\alpha n^2 \left( 1 + \frac{1}{1-4n^2} \right) \right] a_n - 2\alpha \sum_{m=1}^{\infty} a_m nm \left( \frac{1}{1-(n+m)^2} + \frac{1}{1-(n-m)^2} \right) = 0 \quad (8)$$

$(n+m = \text{even}, n \neq m)$

식(8)을 쓸 때 아래와 같이 정의된 두개의 무차원 변수  $\alpha$ 와  $\gamma$ 를 도입하였다.

$$\alpha = \frac{q_0 l}{\pi} \div \frac{\pi^2 EI}{l^2}, \quad \gamma = \frac{\beta l^4}{\pi^4 EI} \quad (9)$$

위의 식에서  $q_0 l / \pi$ 는 보중앙에서의 압축력, 즉 분포하중의 합력이 되고,  $\pi^2 EI / l^2$ 는 Euler 좌굴하중임을 알 수 있다. 따라서  $\alpha$ 는 정현과 형태의 분포하중에 의한 좌굴하중과 Euler 좌굴하중(단부집중하중에 의한)과의 비를 나타내는 무차원값이 된다. 이 값을 본 연구에서는 “좌굴하중비”라고 정의한다. 한편  $\gamma$ 는 보의 휨강성에 대한 지반의 상대강성을 나타내는 무차원 변수가 되므로 이 값을 본 연구에서는 “지반강성비”라고 정의하기로 한다.

식(8)의 해를 구하기 위하여  $n$ 이 홀수인 경우와 짝수인 경우로 나누어 고려하기로 하자.

#### $n$ 이 홀수인 경우

i)  $n=1, m=3, 5, 7, \dots$

$$\left[ (1+\gamma)\pi - 2\alpha \left( 1 + \frac{1}{1-4} \right) \right] a_1 - 2\alpha \left[ 3 \left( \frac{1}{1-4^2} + \frac{1}{1-(-2)^2} \right) a_3 + 5 \left( \frac{1}{1-6^2} + \frac{1}{1-(-4)^2} \right) a_5 + 7 \left( \frac{1}{1-8^2} + \frac{1}{1-(-6)^2} \right) a_7 + \dots \right] = 0$$

ii)  $n=3, m=1, 5, 7, \dots$

$$\left[ (3^4 + \gamma)\pi - 2a \cdot 3^2 \left(1 + \frac{1}{1-4 \cdot 3^2}\right) \right] a_3 - 2a \left[ 3 \left( \frac{1}{1-4^2} + \frac{1}{1-2^2} \right) a_1 \right. \\ \left. + 15 \left( \frac{1}{1-8^2} + \frac{1}{1-(-2)^2} \right) a_5 + 21 \left( \frac{1}{1-10^2} + \frac{1}{1-(-4)^2} \right) a_7 + \Lambda \right] = 0$$

.....

$n$  이 짝수인 경우

i)  $n=2, m=4, 6, 8, \dots$

$$\left[ (2^4 + \gamma)\pi - 2a \cdot 2^2 \left(1 + \frac{1}{1-4 \cdot 2^2}\right) \right] a_3 - 2a \left[ 8 \left( \frac{1}{1-6^2} + \frac{1}{1-(-2)^2} \right) a_4 \right. \\ \left. + 12 \left( \frac{1}{1-8^2} + \frac{1}{1-(-4)^2} \right) a_6 + 16 \left( \frac{1}{1-10^2} + \frac{1}{1-(-6)^2} \right) a_8 + \Lambda \right] = 0$$

ii)  $n=4, m=2, 6, 8, \dots$

$$\left[ (4^4 + \gamma)\pi - 2a \cdot 4^2 \left(1 + \frac{1}{1-4 \cdot 4^2}\right) \right] a_4 - 2a \left[ 8 \left( \frac{1}{1-6^2} + \frac{1}{1-2^2} \right) a_2 \right. \\ \left. + 24 \left( \frac{1}{1-10^2} + \frac{1}{1-(-2)^2} \right) a_6 + 32 \left( \frac{1}{1-12^2} + \frac{1}{1-(-4)^2} \right) a_8 + \Lambda \right] = 0$$

.....

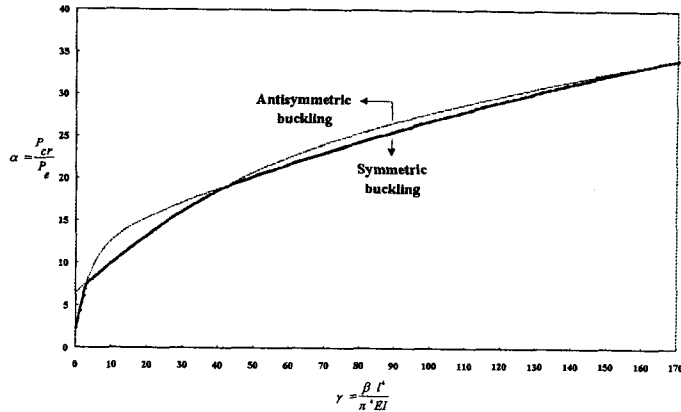
(10)

위의 식으로부터 좌굴하중을 구하기 위해서는 계수  $a_n$  이 0 이 아닌 해를 가져야 한다. 즉  $a_n$  이 nontrivial-solution이 되기 위해서는 다음과 같은 조건을 만족해야 된다.

$$\begin{vmatrix} (1+\gamma)\pi - \frac{4}{3}a & \frac{12}{5}a & \frac{20}{21}a & \frac{28}{45}a & \dots & \dots & \dots \\ & (3^4 + \gamma)\pi - \frac{612}{35}a & \frac{220}{21}a & \frac{532}{165}a & \dots & \dots & \dots \\ & & (5^4 + \gamma)\pi - \frac{4900}{99}a & \frac{10220}{429}a & \dots & \dots & \dots \\ & & & & (7^4 + \gamma)\pi - \frac{19110}{196}a & \dots & \dots \\ & & & & & & & \dots \\ & & & & & & & & \dots \\ & & & & & & & & & & \dots \end{vmatrix} = 0$$

(11)

$n$ 이 짝수일 경우에도 식(10)·(11)과 유사한 형태의 식을 각각 구할 수 있다.  $1 \times 1$ 행렬에서  $4 \times 4$ 행렬까지 행렬의 항수를 점차 늘리면서 식(11)로부터  $a$  값을 구해  $\gamma$ 의 함수로 나타낸 결과, 행렬의 항수가 많을수록 정확해에 가까워짐을 알 수 있었다. 또한  $3 \times 3$ 행렬과  $4 \times 4$ 행렬을 고려한 경우에 큰 차이가 없음을 알 수 있었다. 따라서 본 연구에서는 네 번째 항까지만 고려한  $4 \times 4$ 행렬을 사용하였다. 여기에서 사용한 수치기법은 secant method이며 수렴조건은 오차가  $1 \times 10^{-5}$  이하인 경우로 하였다. 이에 대한 결과를 <그림2>에 나타내었다. <그림2>에서 보는 바와 같이 진하게 표시한 선이 실제 좌굴하중비를 나타내며 지반강성비가 커짐에 따라 대칭좌굴과 반대칭좌굴이 교대로 발생함을 알 수 있다.



<그림2> 4×4행렬에서  $\gamma$  값에 따른 좌굴하중비  $\alpha$

### 3. 수치적(FEM) 검증

선좌굴(prebuckling)이 거동을 지배하고, 최저차 좌굴하중(lowest buckling load)만이 의미가 있는 경우에는 비선형성을 고려하여 해석하는 하중증분법(점증법)은 많은 시간과 노력이 소요되므로 비경제적인 해석방법이 된다. 이 경우 선형화 좌굴해석만으로 충분히 좌굴하중을 예측할 수 있기 때문에 비선형 증분법에 비해 경제적인 해석이 될 수 있다. 따라서 본 연구에서는 선형과 좌굴 해석을 사용하여 수치 검증을 수행하였다.

수치해석에 사용된 배관의 모델은 <그림3>와 같으며, 축방향 분포하중은 보간법을 이용하여 정현파 형태로 나타내었다. 배관은 기하학적 비선형을 표현할 수 있는 3절점 Kirchhoff thin beam 요소를 사용하였으며, 지반은 용수철 지점을 사용하여 표현하였다.

기준이 되는 모델로는 단면적  $A = 0.12566m^2$ , 탄성계수  $E = 200 \times 10^9 N/m^2$ , 관성모멘트  $I = 0.0019632m^4$ , 프아송비  $\nu = 0.3$  인 강관을 선택하였으며, 배관의 분리길이, 즉 입사파의 반파장은  $20m$ 로 하였다. 요소간격은 배관길이를 100등분한  $0.2m$ 이며, 이에 따라 지반스프링도  $0.2m$ 간격으로 배치되게 하였다.

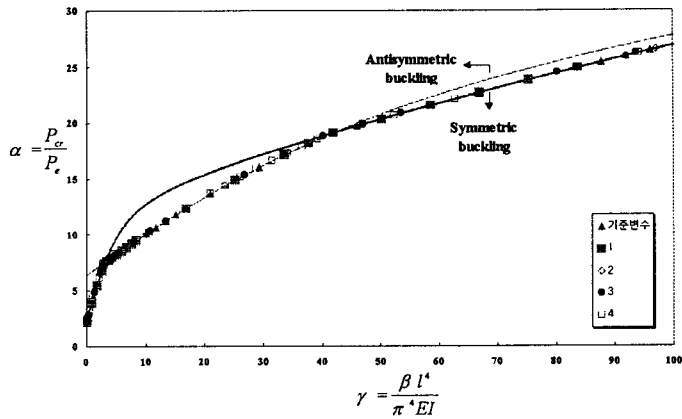


<그림3> 유한요소 모델링

본 연구에서는 Subspace iteration(Rayleigh-Ritz) 기법을 적용하였으며, 최대 반복회수를 50회로 하였다. 또한 본 연구에서의 고유치가 대부분  $10^5 \sim 10^7$ 차리수를 가지므로, 고유치에 대한 오차가  $10^{-7}\%$  보다 작을 경우에 수렴하는 것으로 하였다. 초기 하중  $q_0$ 는  $100N$ 으로 하였다. 수치해석을 수행한 결과를 <그림4>에 이론해와 함께 나타내었다.

<그림4>에서 보는 바와 같이 지반스프링 간격 및 강성, 배관 길이의 변화와 관계없이 지반

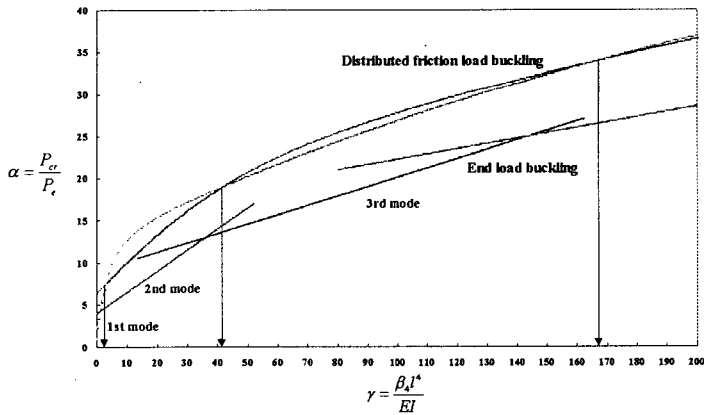
강성비  $\gamma$ 에 따른 좌굴하중비  $\alpha$ 는 최대  $10^{-5}\%$ 오차이내에서 이론해와 일치함을 알 수 있다.



<그림4> 이론해석과 유한요소해석결과 비교

#### 4. 결과 및 분석

분포하중효과를 분석하기 위해 단부 집중하중으로 처리할 경우의 좌굴하중비  $\alpha$ 를 계산하여 정현파 형태의 분포하중으로 처리할 경우와 함께 <그림5>에 표시하였다. 분포하중의 경우, 단부집중하중의 경우와는 달리 각각의 mode가 직선으로 분리되지 않고 비선형 연속 함수로 나타난다는 것을 알 수 있다.



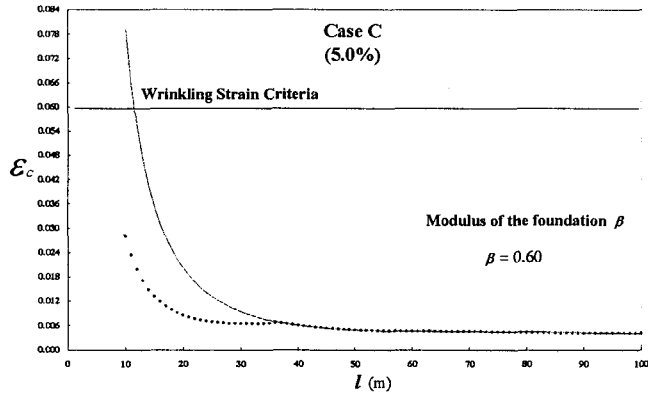
<그림5> 분포하중과 집중하중에 따른 좌굴하중비  $\alpha$

관로의 좌굴거동을 분석하기 위해 분포하중에 의한 매설관로의 beam mode 좌굴이 발생할 때의 배관의 축방향 변형률  $\epsilon_c$ 와 매설되지 않은 관로의 단부집중하중에 의한 국지좌굴, 즉 shell mode 좌굴이 발생할때의 축방향변형률  $\epsilon_w$ 를 비교하였다. 본 논문에서는 국지좌굴개시 변형률을 Southwell(1914)이 제안한 식을 사용하였다.

한편 관의 직경/두께비의 영향을 조사하기 위하여 직경D는 1m로 고정하고 두께t는 0.01D, 0.025D, 0.05D인 세가지의 경우로 고려하였고 각각 Case A, B, C로 하였다. 계산에 사용된

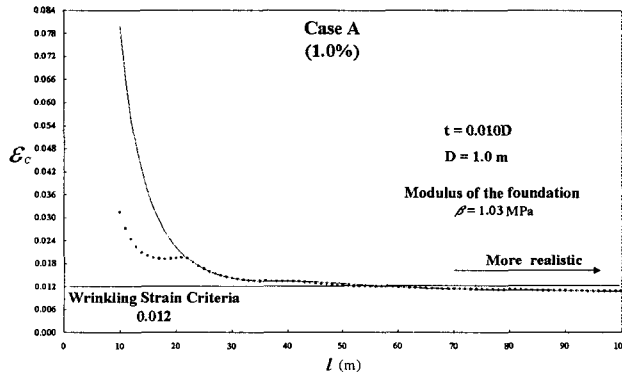
배관은  $E=200GPa$ ,  $\nu=0.3$  인 강관이며 지반은 사질토( $E=10MPa$ ,  $\nu=0.2$ )로 하였다.

<그림6>은 Case C에 대해 배관의 축방향 변형률  $\epsilon_c$ 를 배관의 분리길이 즉 파장의 함수로 나타낸 것이며 비교를 위해 국지좌굴개시변형률  $\epsilon_w$ 를 아울러 표시하였다. 그림에서 보는 바와 같이, 이 경우 즉 배관두께가 직경에 비해 상대적으로 큰 경우는 파장의 길이와 상관없이 beam mode 좌굴변형률이 국지좌굴개시변형률보다 현저히 작음을 볼 수 있다. 즉 이 경우는 wrinkling에 의한 국지좌굴이 지배하지 않고, beam mode 좌굴로 관로가 파괴됨을 알 수 있다.



<그림6> 파장에 따른  $\epsilon_c$ 와  $\epsilon_w$  비교 (Case C)

<그림7>은 Case A 경우 즉 배관의 두께/직경비가 가장 작은 경우를 나타낼 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 입사 지진파의 파장이 짧을 때는 제안된 좌굴모델에 의한 좌굴변형률이 국지좌굴개시변형률  $\epsilon_w$  보다 큰 것을 볼 수 있다. 즉 파장이 짧은 경우는 국지좌굴이 배관의 파괴를 지배함을 알 수 있다. 그러나 파장이 점점 길어지면서 좌굴변형률은 점차 감소하게 되고 배관의 분리길이  $l$ 이 약 50m가 될 때 국지좌굴변형률보다 작아짐을 알 수 있다. 하지만 실제 사용되는 배관의 두께/직경비가 0.01보다 클 뿐만 아니라 실제 입사 지진파의 파장이 계산에서 고려한 파장보다 훨씬 길기 때문에 매설관로의 파괴는 결국 beam mode좌굴이 지배함을 알 수 있다.



<그림7> 파장에 따른  $\epsilon_c$ 와  $\epsilon_w$  비교 (Case A)

## 5. 결론

지진파에 의한 매설관로의 합리적인 내진설계기준 개발의 기초자료로 사용하기 위하여 지진파에 의한 매설관로의 좌굴거동을 분석한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

첫째, 지진파에 의한 단부집중하중으로 고려하는 경우는 각각의 mode가 직선방정식으로 분리되나, 하중을 정현파 형태의 분포하중으로 고려하는 경우에는 각각의 mode가 직선으로 분리되지 않고 비선형 연속함수 형태로 나타난다.

둘째, 극히 얇은 관, 즉 두께/직경비가 극히 작은 경우의 좌굴변형률은 국부좌굴개시 변형률과 비슷한 수준이나, 두께가 상대적으로 두꺼운 관로의 경우 좌굴변형률은 국부좌굴개시 변형률보다 현저히 작음을 알 수 있다. 또한 실제 지진파의 경우 파장이 길고 실제 사용되는 배관의 두께/직경비가 일반적으로 1%보다 크기 때문에 매설관로의 파괴는 beam mode좌굴이 지배함을 알 수 있다.

## 참고문헌

1. ASCE (1984). *Guidelines for the Seismic Design of Oil and Gas Pipeline Systems*, Committee on Gas and Liquid Fuel Lifelines.
2. JGA (1982). *Recommended practice for earthquake resistant design of high pressure gas pipelines*.
3. Karamanlidis, D., and Prakash, V. (1988). "Buckling and vibration analysis of flexible beams resting on an elastic half-space." *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 16, pp. 1103-1114.
4. Meyersohn, W. D., and O'Rourke, T. D. (1991). "Pipeline buckling caused by compressive ground failure during earthquakes." *Third Japan-U.S. Workshop on soil Liquefaction, Large Ground Deformation, and Their Effects on Lifeline Facilities*, San Francisco, C. A., pp. 471-487.
5. O'Rourke, T. D.(1996). "Lessons learned for lifeline engineering from major urban earthquakes." *11th World Conference on Earthquake Engineering*,
6. Southwell, R. V.(1914). *Philosophical Transactions*, Royal Society of London, Series A, pp. 187-213.
7. West, H. H., and Mafi, M. (1984). "Eigenvalues for beam-columns on elastic supports." *J. of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 110. No. 6, pp. 1305-1320.
8. Yun, H. D., and Kyriakides. S. (1985). "Model for beam-mode buckling of buried pipelines." *J. of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 111, No. 2, pp. 235-253.