

초전도 벌크내의 전자장 해석 프로그램 개발

한승용·한송엽
서울대학교 전기공학부

Development of Program for Electro-Magnetic Analysis in Superconducting Bulk

Seung-Yong Hahn · Song-Yop Hahn
Department of Electrical Engineering, Seoul National University.

updragon@eesri-10.snu.ac.kr

Abstract - The study of HTS bulk in permanent magnet applications requires the calculation of forces acting on the bulk. Currents distribution in HTS Superconducting bulk is very important to determine this forces. We have made computer program to find this current distribution and this program is applied to some simple disc-shape HTS bulk being magnetised in a uniform field. The techniques for determination of currents are FEM analysis and iteration method.

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

초전도 벌크 내부에 흐르는 전류밀도는 아래 식 (2)와 같이 표현한다.

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_o + \mathbf{J}_{sc} \quad (2)$$

식 (2)에서, \mathbf{J}_{sc} 는 초전도 벌크 내부에 흐르는 차폐 전류밀도를, \mathbf{J}_o 는 외부 전류원에 의해 공급되는 전류밀도를 의미한다. 본 논문에서 외부 전류원에 의해 벌크에 공급되는 전류가 없으므로 \mathbf{J}_o 값은 0이 된다.

축대칭 모델에서 자기 벡터 포텐셜을 이용하면 자속밀도를 아래의 식(3)과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$$

$$\mathbf{A} = (0, A_\theta, 0) \quad (3)$$

식 (3)에 있는 자기 벡터 포텐셜은 아래의 식 (4)와 같이 표현할 수 있다.

$$A_\theta = A_{sc} + A_o \quad (4)$$

식 (4)에서 A_{sc} 는 차폐전류에 의해 발생하는 자기 벡터 포텐셜 값이며, A_o 는 외부에서 가해지는 자장에 의해 발생하는 자기 벡터 포텐셜 값이다.

이상의 식들을 종합하여 정자장 유한요소법 해석을 위한 지배 방정식을 구하면 아래의 식 (5)와 같다.

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2}\right)A_{sc} = -\mu_0 J_{sc} \quad (5)$$

1. 서론

최근 고온 초전도체를 이용한 다양한 응용분야에 대하여 활발한 연구가 진행되고 있다. 그 중, 고온 초전도 벌크를 이용한 Flywheel과 관련된 연구에서 자장내의 벌크가 받는 힘을 구하는 것이 매우 중요하다. 이러한 힘을 구하기 위한 다양한 해석 방법들이 제시되고 있다.[1-2] 이러한 해석 방법에서 가장 기본이 되는 것이 벌크 내부의 전류 분포를 구하는 것이다.[3] 본 논문은 고온 초전도 벌크에 균일한 외부 자장이 가해질 경우 발생하는 차폐전류 분포를 구하기 위한 해석 프로그램 개발을 목적으로 한다.

2. 해석이론

2.1 지배방정식

전자장 해석을 위한 Maxwell 방정식이 초전도 벌크를 해석하는 경우에도 마찬가지로 적용될 수 있으며, 필요한 Maxwell 방정식들을 식 (1)에 나타내었다.

벌크에 발생하는 차폐전류 값을 결정하는데 필요한 전기장의 세기는 아래의 식 (6)에 의해서 결정된다.

$$E = - \left(\frac{\partial A_{sc}}{\partial t} + \frac{\partial A_o}{\partial t} \right) \quad (6)$$

2.2 J-E 관계식

초전도체 내부에 전류가 흐르는 경우 일반 도체에서와는 달리 J-E 관계가 매우 비선형적이다. 이와 같은 비선형 관계를 표현하기 위해 임계상태 모델을 사용하였고, 본 논문에서는 임계상태 모델에 의하여 J-E 관계를 아래의 식 (7)과 같이 모델링한다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial t} &= 0 & \text{if } |E| &= 0 \\ J &= J_c(|B|) \frac{E}{|E|} & \text{if } |E| &\neq 0 \end{aligned} \quad (7)$$

위 식에서 $J_c(|B|)$ 를 결정하기 위해 일반적으로 Bean 모델과 Kim 모델이 많이 쓰인다.

본 논문에서는 Bean 모델에 기초하여 프로그램을 구성하였다. 따라서 자속밀도 값에 관계없이 임계전류 값은 일정하다.

2.3 반복계산

앞서 제시한 지배방정식과 J-E 관계식을 기본으로 반복계산 과정을 거쳐 전류 분포를 구하게 된다.

반복계산 순서는 우선, 주어진 전류 분포로부터 지배방정식을 이용하여 자기 벡터 포텐셜(A)을 구하고, 이로부터 전기장의 세기(E)를 구한다. 전기장의 세기가 구해지면 다음단계의 전류분포를 구할 수 있으며 이후 같은 과정이 반복된다.

각 단계의 반복계산에서 다음 단계의 전류 분포를 결정하는 과정은 아래 식 (8)과 같다.

$$\begin{aligned} J_n &= J_{n-1} + \delta J \cdot \text{sign}(E_n) \quad \text{단, } J_n \leq J_c, |E_n| > \epsilon \\ J_n &= J_{n-1} \quad \quad \quad \quad \quad \text{단, } |E_n| < \epsilon \end{aligned} \quad (8)$$

다음 단계로 진행하면서 해석영역 전체에서 전류 분포의 변화가 없다면 반복계산을 중단하고 이때의 전류 분포가 구하고자 하는 해가 된다.

위 반복계산 과정의 순서도를 그림 1에 나타내었다.

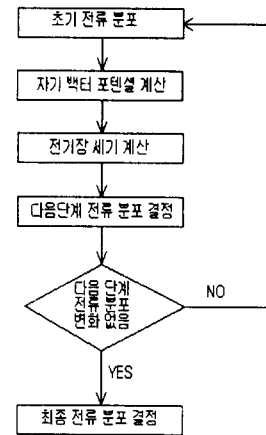


Fig.1. Iteration Flow Chart

3 해석 사례

3.1 해석모델

해석 사례로서, 지름 20mm, 두께 10mm, $J_c = 2.4272 \times 10^8 (A/m^2)$ 인 고온 초전도 벌크에 균일한 외부 자장이 가해지는 경우를 채택하였다.

해석 모델이 축대칭인 동시에 위, 아래로도 대칭형상을 가지므로, 벌크 단면의 1/4 부분-1사분면-만을 선택하였다. 해석 방법으로 유한요소법(FEM)을 사용하였다.

3.2 외부자장 인가

외부 자장이 가해지지 않은 초전도 상태의 벌크에 1.5T의 균일 자장이 가해지는 경우 전류 분포와 자력선을 그림 2와 그림 3에 각각 나타내었다. 그림 4에서는 자속밀도의 분포를 나타내었다.

그림 2에서 전류밀도 분포값을 백분율(%)로 나타내었다. 100%로 표시된 영역의 경우 전류밀도가 임계전류밀도 $2.4272 \times 10^8 (A/m^2)$ 가 되어 전류가 흐르는 영역임을 나타내며, 0%로 표시된 영역의 경우 전류밀도는 $0 (A/m^2)$ 이 되어 전류가 흐르지 않는 영역임을 나타낸다.

그림 3과 그림 4를 보면 벌크의 중심부에서 자장이 차폐되는 모습을 확인할 수 있다. 차폐전류가 흐르는 상황에서 중심부 자속밀도 값은 0.02T 미만이다.

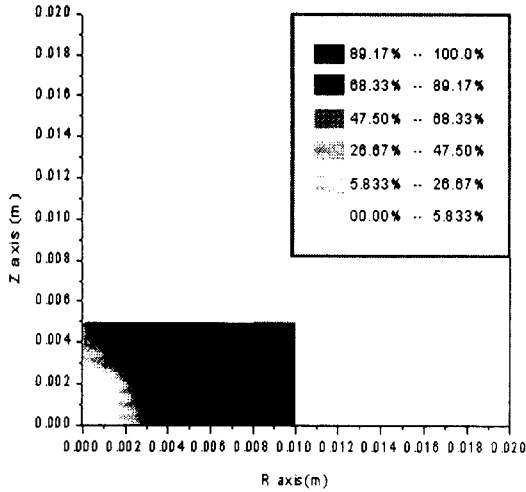


Fig.2. Current distribution when uniform field (1.5T) is applied

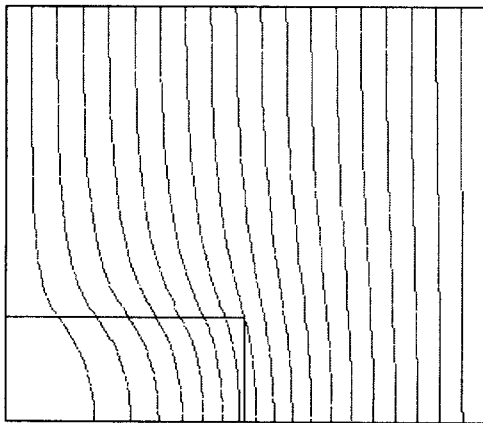


Fig.3. Equipotential Line when uniform field (1.5T) is applied

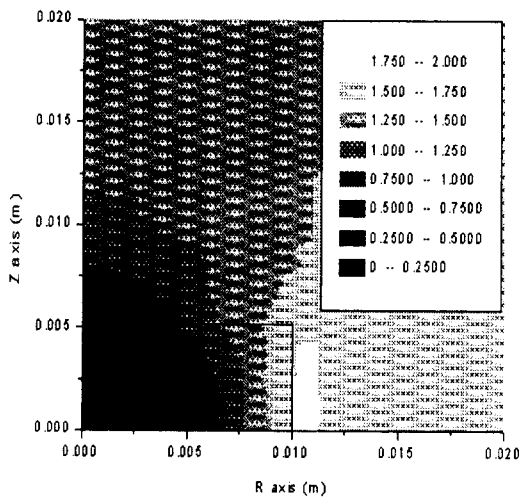


Fig.4. Flux Distribution when uniform field (1.5T) is applied

3.3 외부자장 감소

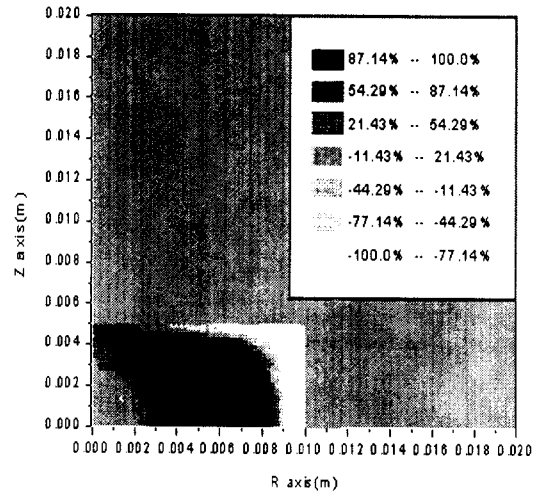


Fig.5. Current distribution when uniform field (1.5T) is reduced to 1.0T

그림 5는 외부자장이 1.5T로 가해진 상황에서 1.0T로 감소한 경우의 전류 분포를 나타낸다. critical state 모델에 따르면, 외부 자장의 세기가 감소할 때 벌크의 외각 모서리 부분에서부터 전류의 방향이 역전된다. 그림 5를 보면 벌크의 외각 모서리 부분부터 차폐전류의 방향이 역전되는 것을 확인할 수 있다.

벌크의 중심부에 전류가 흐르지 않는 영역은 그림 2와 비교하여 볼 때 거의 변하지 않았다.

3.4 외부자장 증가

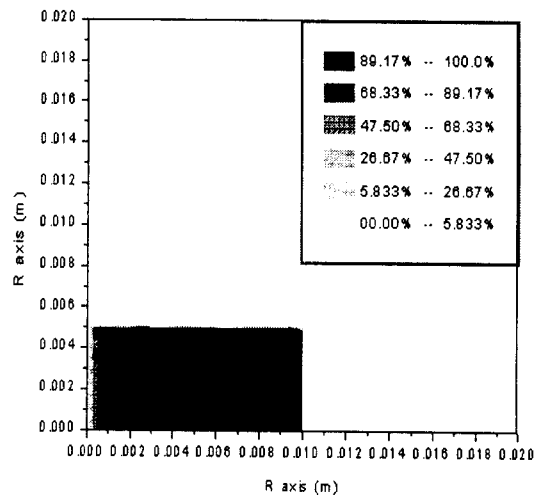


Fig.6. Current distribution when uniform field (1.5T) is increased to 2.0T

그림 6은 외부 자장이 1.5T에서 2.0T로 증가한 상황에서 전류 분포를 나타낸다.차폐 전류가 전 영역에 걸쳐 흐르는 것을 알 수 있다. 이 경우 중심부 자속밀도 값은 0.01T에서-0.03T 사이이다.

2.2.5 자장 변화에 따른 전류

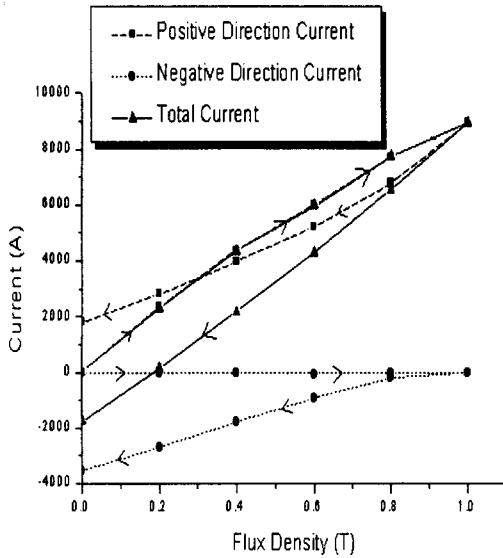


Fig. 7. Screening Currents during field increased from 0T to 1T then decreased from 1T to 0T

그림 7은 자장을 0에서 1T 까지 0.2T 간격으로 증가시켜가면서 발생하는 차폐전류의 총량을 계산한 결과이다. 양방향(Positive Direction)은 증가하는 자속을 차폐하기 위해 흐르는 전류방향을 의미하며, 자장의 세기가 감소하여 전류가 역전되는 경우 전류의 방향이 음방향(Negative Direction)이다. 전체전류(Total Current)는 두 전류의 합이다.

3. 결 론

본 연구에서는 수치해석방법을 이용해서 고온 초전도 벌크에 흐르는 차폐전류 분포를 계산했다. 계산결과에 의하면 자장이 증가함에 따라 벌크의 외곽 부분에서부터 차폐전류가 흐르기 시작하여 벌크 내부로 전류가 흐르는 영역이 넓어진다. 외부자장이 감소하는 경우 차폐전류가 벌크의 모서리 부분부터 역전되는 것을 알 수 있었다.

임계상태모델에 기초하여 반복계산을 통해 벌크 내부에 흐르는 전류를 계산하는 방식은 형태의 모델에도 적용할 수 있으며, 외부 자장이 변화하는 경우에도 적용될 수 있다.

[참 고 문 헌]

- [1] Masanori Tsuchimoto and Toshihisa Honma, "Numerical Evaluation of Levitation Force of HTSC Flywheel", IEEE Trans. On Applied Sup., vol 4, No 4, p211-p215,1994
- [2] Larry R. Turner and Matthew W. Foster, "Modeling Forces in High-Temperature Superconductors", IEEE Trans. On Applied Sup., vol 34, No 5, p3024-3027, 1998
- [3] X.H.Jiang and A.M. Campbell, "Numerical Calculation of Magnetic Fields in Melt Processed YBCO Magnets", IEEE Trans. On Applied Sup., vol 7, No. 2, 1997