분할 경계 패치들을 이용한 자유형태 곡면의 구간변형방법

*박철호 °, 심재홍
*두원공과대학 컴퓨터 그래픽스과
광운대학교 컴퓨터 과학과

An Local Deformation Method of Free-Form Surface using Subdivision Boundary Patches

*Park Chul Ho, Sim Jae Hong
* Depts of Computer Graphics, Doowoon Technical College
Depts of Computer Science, Kwnagwoon University

요 약

변형방법은 물체의 일부분 혹은 전체를 사용자가 원하는 결과의 형태로 변형하는 것으로서, 복잡하고 다양한 자유 형태 곡면들을 모델링하는데 필수적인 방법이다. 이러한 객체들을 제어하기 위한 기존의 방법은 접선벡터와 경계 교차 곡선들로 구성되는 패치들을 정의하고, 물체상의 이동된 점들에 대한 변화량을 계산하기 위하여 많은 계산량이 필요한 문제점이 있었다. 본 논문에서는 분할 경계 패치들을 이용하여 이러한 문제점들을 해결한 새로운 구간 변형 방법을 제시한다. 이 방법은 물체상의 변화량을 분할 경계 곡선에 필요한 형태 제어점으로 간주하여 형태 제어점을 이용하여 불규칙한 패치들을 계산하고 이를 이용하여 접속과 제어 및 국부수정의 변형 제어 방법을 제안한다. 또한, NURBs 보간을 사용하여 변형범위를 효과적으로 제어할 수 있는 방법을 제시한다.

1. 서 론

자유 형태곡면 모델링은 직관적으로 복잡한 자유형태 곡선을 쉽게 설계하기 위한 방법을 필요로 한다. 이와같은 곡면들을 모델링하기 위하여 설계자들은 메쉬가 자유형태 곡면들에 의해 보간된 후, 경계곡선과 접선 벡터와 같은 특징적인 요소들로 구성된 곡선 메쉬를 첫 번째로 정의해야 한다. 곡선 메쉬가 설계자가 원하는 자유 곡면 형태를 근사적으로 나타낼 경우, 보간된 자유형태 곡면들은 설계자가 원하는 결과인 형태이어야 한다. NURBS 곡선[CTKH95]은 곡선 메쉬를 모델링을 하기 위한 막강한 도구이다. NURBS가 합성 곡선들을 나타낼 수 있을 경우, 복잡한 Bezier 곡선 메쉬의 생성은 더 간단하게 fillet 혹은 부울 연산에 의하여 생성된다. 이러한 특징의 장점으로서, 곡면 메쉬는 위상적으로 축소될 수 있으므로 곡선 메쉬는 쉽게 변경되어질 수 있다[Far93]. 기존의 많은 연구가 NURBS 곡면을 사용한 NURBS 곡선들로서 제한된 영역을 보간하는 방법이였다.[CTKH95]. NURBS 곡면은 IGES (Initial Graphics Excahnge Specification)과 같은방법으로 자료 교환을 하는데 폭넓게 사용된다[Far93]. 그러나 불규칙한 곡선 메쉬를 부드럽게 보간하여 변형하는 것은 매우 어렵다. 일반적인 경계 교차곡선 패치를 사용하므로서 NURBS 곡선들을 이용하여 한정된 불규칙한 곡선 메쉬를 부드럽게 보간될 수 있다[Til90]. 그러나 일반적인 경계 교차 곡선 패치는 곡면들의 교차 경계 미분을 Bezier형태로 나타내야 하기 때문에 G^1 연속성을 가지고 인접하여 결합한 NURBS 곡면들을 사용하기 어렵다. 본 논문에서는 이와 같은 문제들을 해결하기 위하여 일반적인 경계 교차곡선 패치로부터 확장된 새로운 자유 형태 곡면 생성방법을 제안한다. 본 논문에서는 이러한 곡면을 NURBS 분할 경계 교차곡선 패치라고 한다. 그러므로NURBS 곡선들에 의하여 한정된 불규칙한 메쉬는 G^1 연속성으로 결합된 인접 NURBS 곡면들로서 부드럽게 보간 되어질 수 있다. 또한, 본 논문에서는 NBIC패치의 사용 예로서 구간 자유 형태 곡면 변형 생성을 위한 응용분야를 제시한다.

2. NURBS 곡면을 위한 보간방법의 문제

곡선 메쉬를 보간하는 일반적인 처리과정은 다음의 세 가지 작업으로 구성된다.

(1) 경계의 끝에서 접선 평면의 결합을 검사한다.

(2) 결합 조건 식으로부터 CBDs(Cross Boundary Derivative)를 계산한다.

(3) 각 패치들의 경계면상에 CBDs와 제어점들로부터 패치들을 구성한다.

본 장에서는 NURBs 곡면들을 사용하여 위에 작업들을 어떻게 적용하는가를 설명한다.

2.1 NURBS 곡면

다음 식은 두 3차 NURBS 곡면을 나타낸다.

$$S(u,v)=\frac{\sum_{i=0}^{m}\sum_{j=0}^{n}M_{i,3}(u)N_{j,3}(v)W_{ij}P_{ij}}{\sum_{i=0}^{m}\sum_{j=0}^{n}M_{i,3}(u)N_{j,3}(v)w_{ij}} \qquad (1)$$

단, P_{ij}는 곡면의 제어점이고, w_{ij}는 그들의 가중치들이다. 또한, $N_{i,3}(u)$와 $M_{j,3}(v)$는 다음 아래에 기저함수들로 나타낸다.

$$M_{i,0}(u)=\begin{cases}1 & \text{if } u_i \le u < u_{i+1}\\ 0 & otherwise\end{cases}$$

$$M_{i,k}(u)=\frac{(u-u_i)M_{i,k-1}(u)}{u_{i+k-1}-u_i}+\frac{(u_{i+k}-u)M_{i+1,k-1}(u)}{u_{i+k}-u_{i+1}} \quad (2)$$

$$N_{j,0}(v)=\begin{cases}1 & \text{if } v_j \le v < v_{j+1}\\ 0 & otherwise\end{cases}$$

$$N_{j,l}(v)=\frac{(v-v_j)N_{j,l-1}(v)}{v_{j+l-1}-v_j}+\frac{(v_{j+l}-v)N_{j+1,l-1}(v)}{v_{j+l}-v_{j+1}} \quad (3)$$

u, v에 대한 절점 벡터(knot vector)들은 $[u_0, u_1, \cdots, u_p]$와 $[v_0, v_1, \cdots, v_q]$에 의하여 표현된다. 반면 p는 $n+k+1$이고, q는 $m+l+1$이다. 또한, 매개변수 u 방향에서 제어점들의 수는 $(n+1)$이고, 매개변수 v 방향에서의 제어점들의 수는 $(m+1)$이다.

2.2 물체 변형과 NURBS 곡면에 의한 보간방법

먼저, NURBS 곡면의 제어점들이 4개의 곡선들에 의해 한정된 영역을 보간함을 나타낸다. 각각 경계곡선들은 세 개의 세그먼트들로 구성된 NURBs 곡선들을 나타낸다. 본 제안은 이러한 영역의 보간을 고려한다. 첫 번째로, 절점 벡터들과 각각 서로 다르게 고정된 두 개의 곡선들 순서를 제어하고 난 후, NURBs 곡면의 경계면상에 제어점들이 결정된다. 다음으로 4각형으로 둘러 싸여 있는 제어점들을 결정하기 위하여, 경계면과 인접한 곡면에서 미분계수로부터 정의된 식을 결합하여 CBDs를 유도한다. 따라서, 두 개의 NURBS 곡면들 S^1과 S^2를 나타내는 공통의 경계면을 따라 결합한다.

$P^1_{ij}(i=2,3;\ j=0,\cdots,9)$와 $P^2_{i,j}(i=0,1:\ j=0,\cdots,9)$는 곡면들 S^1과 S^2의 제어점들이고, 반면에 w^1_{ij}과 w^2_{ij}는 각각 곡면 S^1과 S^2의 가중치이다. 만약, 두 개의 곡면들이 G^1연속성을 가지고 결합한다면, 다음 조건은 만족해야 한다.

$$\frac{\partial S^2(0,v)}{\partial u}=k(v)\frac{\partial S^1(1,v)}{\partial u}+h\frac{\partial S^1(1,v)}{\partial v} \quad (4)$$

단, $k(v)$와 $h(v)$는 임의의 스칼라 함수들이다. 따라서 문제는 주어진 자료를 이용하여 분할 경계 교차곡선 패치를 나타내는 문제이다. 다음 절에서 물체 변형을 위한 분할 경계 교차 곡선 패치를 설명한다.

3. NURBs 분할 경계 교차곡선 패치

본장은 NSBIC(*NURBs Subdivison Boundary Intersection Curve*) 패치의 개념과 공식을 설명하고, 특징을 나타낸다.

3.1 NSBIC 패치의 개념

NSBIC 패치는 일반적으로 경계 교차곡선 패치의 확장이다. NSBIC 패치는 경계 곡선들과 CBDs로서 NURBs 표현을 나타낸다. 다음 식에 의하여 NSBIC 패치 $S(u,v)$는 3개 곡선들의 결합으로서 나타낸다.

$$S(u,v)=S^u(u,v)+S^v(u,v)-S^c(u,v) \quad (5)$$

U 곡면이라 불리는 $s(u,v)$는 두 NURBs 곡선들 C_3와 C_1 그리고 NURBs 곡선들의 CBDs $S^v_u(0,v)$와 $S^u_u(1,v)$을 사용하여 구성된다. 유사하게, V 곡면이라 불리는 $S^v(u,v)$는 두 NURBS 곡선들 C_0와 C_2 그리고 CBDs $S^v_v(u,0)$와 $S^v_v(u,1)$를 사용하여 구성한다.

3.2 NSBIC 패치의 공식 및 특징

NSBIC의 개념을 기반으로, NSBIC 패치의 공식을 나타낸다. 첫 번째로, 식(5)의 각 항을 설명한다. S^u와 S^v이 식 (5)과 표현이 유사할 경우, 곡면들 S^u와 S^c의 표현만을 설명한다. U 곡면들을 구성하는 경계곡선들 C_3와 C_1은 다음 식과 같이 나타난 NURBs로 표현된다.

$$C_3(v)=\frac{\sum_{j=0}^{m}N_{j,k}(v)\,w_{0j}P_{ij}}{\sum_{j=0}^{m}N_{j,k}(v)\,w_{0j}},\quad C_1(v)=\frac{\sum_{j=0}^{m}N_{j,k}(v)\,w_{3j}P_{3j}}{\sum_{j=0}^{m}N_{j,k}(v)\,w_{3j}} \quad (6)$$

4. NSBIC 패치들에 결합

본 장에서는 NSBIC 패치와 NURBs 곡면을 어떻게 결합하는지를 나타낸다.

4.1 기저 패치 방법을 이용한 결합

일반 구간 경계 곡선에 영향을 주는 식(4)에 제어점 P^1_{ij} $(i=2,3;j=0,1,\cdots,3)$과 P^2_{ij} $(i=0,1;j=0,\cdots,3)$, 그리고 가중치 W^1_{ij}, $(i=2,3;j=0,\cdots,3)$을 적용시킴으로서 미분방정식을 간단히 하기 위하여, 경계 제어점들에 가중치들은 다음과 같은 내부의 제어점들에 가중치들로 나타낸다

$$w^{1u}_{2j}=w^{1u}_{3j}=w^{2u}_{0j}=w^{2u}_{1j} \quad (7)$$

일반 경계의 끝에서 벡터 a_0와 b_0는 동일 선상에 있게되고, 다음 식(8)으로부터 이들 벡터들을 계산한다.

$$a_0=|a_0'|\frac{a_0'+b_0'}{|a_0'+b_0'|},\quad b_0=|b_0'|\frac{a_0'+b_0'}{|a_0'+b_0'|} \quad (8)$$

단, a_0'와 b_0'는 V_0에서 일반 경계와 결합하는 경계 곡선들 c_3와 c_1의 접선벡터들이다. 그러므로, 반대쪽에 있는 벡터 a_3와 b_3는 동일 선상에 놓이게 된다.

4.2 인접한 NURBs 곡면에 결합

본 논문의 제안방법은 식(4)에서 일반 구간 경계 곡선과 관련된 제어점들 $P^1_{ij}(i=3,4,j=0,\cdots,4)$ 와 $P^2_{ij}(i=0,1,j=0,\cdots,4)$ 그리고 가중치 $w^1_{ij}(i=3,4,\ j=0,\cdots,4)$, $w^2_{ij}(i=0,1,j=0,\cdots 4)$를 적용시킨다. 만약, 제어점들 간의 벡터가 다음과 같이 경계면에 인접해 있다고 가정하자.

$$a_i=P^1_{4i}-P^1_{3i}\ ,\quad b_i=P^2_{1i}-P^2_{0i}\ ,\quad c_i=P^1_{j+1,4}-P^1_{j4} \quad (9)$$

단, $i=0,\cdots,4$, $j=0,\cdots,3$ 이다.

NSBIC 패치의 특징 중에서, U와 V 곡면들의 CBD는 독립적으로 정의 될 수 있다. 그러므로 경계면의 끝에 있는 b_0가 접선 평면(tangent plane)상에 놓여 있는 것까지도, 다음 경계 곡선 C_0의 미분계수와 일치하지 않아도 된다. P는 끝점 P^2_{00} 다음에 곡선 C_0을 포함하는 제어점이다. 벡터 b_4는 계산된 곡선 세그먼트들을 고정하여 결합하는 제어 벡터이다. 또한, 가중치 w^2_{10}는 w^1_{30}과 동일하게 고정되고 w^2_{14}는 w^1_{34}과 동일하게 고정된다.

$$\sum_{i=0}^{4}\sum_{j=0}^{4}B^4_i(v)B^4_j(v)\,w^2_{1i}w^2_{0j}(P^2_{1i}-P^2_{0j})$$
$$=k(v)\sum_{i=0}^{3}\sum_{j=0}^{4}B^4_i(v)B^4_j(v)\,w^1_{4i}w^1_{3j}(P^1_{4i}-P^1_{3j}) \quad (10)$$

5. NSBIC 패치들로 형태 설계

본 장에서는 본 논문에서 제안한 NSBIC 패치를 이용할 수 있는 응용분야를 설명한다. 첫 번째로, 본 논문에서는 두 곡면들이 결합하는데 사용되는 제어벡터 계산방법을 나타내고, 계산된 제어벡터에 의하여 자유 형태 곡면 형태에 제어 방법을 설명한다.

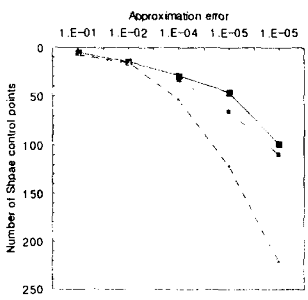
5.1 자유 형태 곡면 제어방법

1) 곡면의 제어점 계산

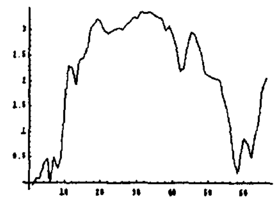
변경된 영역은 계산된 패치들과 NSBIC 패치에 의하여 보간하여 변형 패치들을 계산된다. 변형은 기하 모델링에 대한 경계 곡선만을 고려하고, 곡선 형태간에 관계성과 제어점들이 명확하게 계산되기 때문에 쉽게 변형과정에 이용할 수 있다. 그러나 제어점들을 이동하여 제어하는 곡면형태는 매우 어렵다. 이유는 사용자들이 인접한 곡면들간에 연속성을 고려해야만 하고, 또한 곡면형태와 제어점들간에 관계성이 명확하지 않기 때문이다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 본 논문은 곡면에 대한 새로운 제어점 계산방법을 제안한다. 본 논문에서는 각각의 제어점을 "형태 제어점(shape control point: SCP)" 이라 한다.

2) 구간 곡면 제어방법

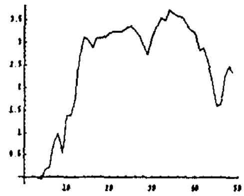
본 논문은 SCPs을 이용하여 곡면 형태를 변형하는 방법을 제안한다. 그러므로 그림 1 에서 SCP Q_1이 Q_1'로 이동된 것으로서 형태가 변형된 과정에 각 성능에 대한 오차를 나타낸다. 일반적으로, 만약 SCP가 이동된다면, 일반적으로 곡면과 곡면간의 경계 부분이 손실될 수 도 있기 때문에 연속성을 고려하지 않는다. 본 제안방법은 그림 2, 3에 결과에 의하여 곡면형태가 위의 처리과정에 의하여 변형되더라도 자유 형태 곡면의 연속성은 그대로 유지된다. 각 제어벡터는 내부에지들의 양끝에 미분계수들로 계산된다. 그 관련성에 의하여 좀 더 정확하게 계산하기 위하여, 본 논문은 교차곡선 패치와 NSBIC 패치 간에 최대거리를 비교한다. 이와 같은 경우에서 곡면크기는 10^3이고 확장된 범위의 최대거리는 1이다. 그러므로, 이들 곡면들간의 거리는 10^{-3}이다. 그림 4는 이와같이 처리된 과정으로서 형태 제어점에 의하여 구간변형된 결과를 나타낸다.



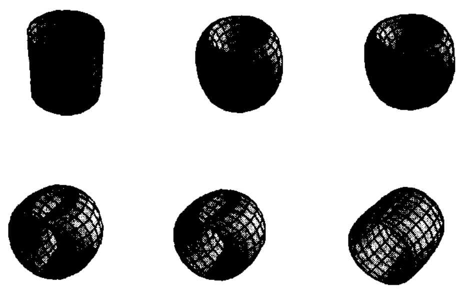
[그림 1] SCP에 의한 상대적 관계 성능의 오차 비교



[그림 2] 최소자승에 의한 NURBs 불규칙 메쉬의 곡률 변화량



[그림3] SCP를 이용한 NURBs 불규칙 메쉬의 곡률 변화량



[그림 4] SCP을 이용한 자유형태 변형 매칭 방법

6 결 론

본 논문은 NURBs 곡선들과 NURBs 곡면들을 포함하는 불규칙한 곡선 메쉬를 보간하여 자유형태 곡면을 구간 변형을 제안한다. 그러므로, 자유 형태 곡면 형태는 쉽고 직관적으로 직접 제어된다. 만약, 불규칙한 메쉬가 교차곡선 패치들과 유리 경계 교차곡선 패치들 그리고, 일반적인 경계 패치들과 NURBs 곡면들과 같은 곡면들이라면 서로 쉽게 결합된다. NURBs 경계 교차곡선 패치들일 경우, 설계자들은 연속성 혹은 경계 곡선/곡면들의 형태를 고려하지 않고 곡면형태를 제어할 수 있다. 향후 연구방향은 물체의 topology을 반영한 직접제어 기법과 nonuniform 데이터 보간법 등이 있다.

[참고문헌]

[Far93] Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Desgin: A Practical Guide, 3rd ed., Academic Press, San Diego, CA.

[Til90] Rational B-Splines for curve and surface reprensentation, IEEE Computer Graphics & Applications 3, pp61-69.

[CTKH95] G^1Suface interpolation over irregular meshes with rational curves : NURBS for Curves and Surface Design, SIAM, Philadelphia, pp15-34