

관로내 관·개수로 경계의 수리학적 모델에 관한 고찰

김 학수

1. 서 론

도심부 등에는 지표면이 대부분 콘크리트나 아스팔트로 덮여있기 때문에 특히, 여름철 호우시 우수는 지표면에 흡수되지 않고 하천이나 하수간선으로 흘러 들어가 범람 등 큰 재해를 일으키고 있다. 필자는 하수관내에 상정(想定)되어지는 관·개수로 경계의 거동(舉動) 등에 고려되어지는 수리학적 역학모델을 제시한다. 본 연구에는 급구배 관로내 사류(射流)에 대한 상류측에서 만관부가 발생하여 하류로 밀어내어 흐르는 현상을 상정하여 이에 따르는 수리학적 모델을 제시하고 있음을 보인다.

그림 1에 나타낸 것처럼 구배 1/50, 관경 10cm, 전장 14.6m의 관로 양단에 정류수조가 설치 되어, 관로내 No.1 에서 No.5까지의 저항선식 수위계를 설치하였으며, 검정수조(檢定水槽)와 상류 및 하류측의 정류수조(整流水槽)에는 각각 서보식(Servo-type) 수위계를 설치하였다. 관로 유입구에는 ball mouth를 설치하고 있다. 실험에는 개수로 비정상류(非定常流)(사류)의 상태에서 상류측 정류수조에서 유량을 증가시킴에 따라서 관로내의 흐름을 만관(滿管)으로 이행(移行)시켜, 각 수위계의 출력은 직기식(直記式) 전기(電磁)오시(計)에 기록하였다.

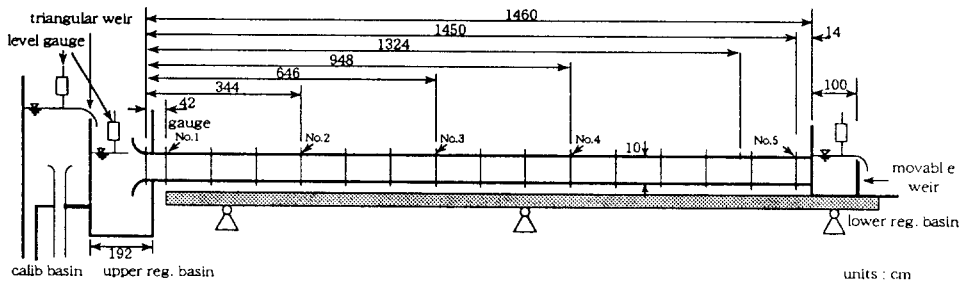


그림 1 실험장치

발표자 소속 : 명지전문대학 토목과 조교수

2. 본 론

2.1 기본방정식

개수로 비정상류의 기초방정식은 다음과 같은 가정 하에 식으로 나타내어진다.

$$\left\{ \frac{\partial Q}{\partial t} + (V \pm c) \frac{\partial Q}{\partial x} \right\} + B(-V \pm c) \left\{ \frac{\partial z}{\partial t} + (V \pm c) \frac{\partial z}{\partial x} \right\} = \left\{ Bi + \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)_h \right\} V^2 - \frac{gA}{K^2} \cdot |Q| \cdot Q \quad (1)$$

단, Q :유량, V :유속, A :유수단면적, B :수면폭, z :수위, x :관측좌표, t :시간, i :수로상구배, K :통수능,

$y(h)$:수심, $c = \sqrt{\frac{gA}{B}}$

2.2 경계조건

수로내는 사류이므로 상류단 이외는 기초방정식의 전방, 후방특성곡선에 따른 조건식을 이용한 다. 그것에 대하여 상류단에는 한계수심의 조건과 Bernoulli의 정리를 적용시킨다.

한계수심의 조건식은

$$\frac{\alpha Q^2 B}{g A^3} = 1 \quad (2)$$

(2)식을 차분화하면

$$2\alpha Q dQ + \left\{ \frac{2(1-2y)}{B^3} A - 3 \right\} A^2 dy = 0$$

Bernoulli의 정리는

$$E = y + \frac{\alpha Q^2}{2gA^2} \quad (3)$$

단, E : 정류수조수위, α : 에너지보정계수

(3)식을 차분화하면

$$dE = \frac{\alpha Q}{A^2} dQ + \left(1 - \frac{\alpha Q^2 B}{A^3} \right) dy$$

2.3 초기치 문제

개수로 비정상류의 초기조건은 먼저 부등류 계산을 하여 이것으로 얻어진 결과를 각 절점에 내삽(內插)한다. 다음으로 공급유량을 일정하게 하여 비정상류의 계산을 행하여 그것을 진짜의 초기치로 정하여 지게 된다.

2.4 관·개수로 혼성류

개수로에서 만관으로 이행(移行)하는 흐름에는 상류측 정류수조 수위변화 dE/dt , 피압관내(被壓管內) 비정상류의 방정식 dQ_1/dt , 경계의 이동속도 $D=d\zeta/dt$ 의 연립미분방정식으로 표시된다.

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{S}(Q_0(t) - Q_1) \quad (4)$$

$$\frac{dQ_1}{dt} = gA_1(I - I_f) \quad (5)$$

$$\frac{d\zeta}{dt} = D = \frac{Q_1 - Q_2}{A_1 - A_2} \quad (6)$$

여기서, Q_0 는 삼각위어에서의 공급유량, I_f 는 마찰구배를 나타낸다. Q_i, A_i 는 각각 그림 2에 나타낸 관·개수로 경계를 끼고있는 지배단면 (1), (2)에 대한 유량과 유수단면적을 나타낸다. 또한 I 는 동수구배로써 다음 식으로 나타낸다.

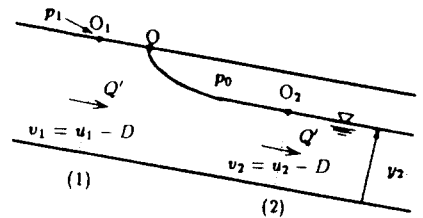


그림 2 관·개수로 경계

$$I = \frac{1}{\zeta} \left(E - \frac{\alpha Q_1^2}{2gA_1^2} + S_0 \zeta - d - \frac{p_1}{\rho g} \right) \quad (7)$$

단, S_0 는 수로상구배, ζ 는 이동하는 경계의 좌표, α 에너지 보정계수를 나타내며 p_1 는 지배단면(1)의 관정(管頂)압력을 나타낸다.

식(4)~(6)의 연립방정식에는 A_2, Q_2, p_1 인 3개의 미지수가 있으므로 이에 만족할 만한 조건이 필요하다. 그림 2에 대하여 경계부 이동속도로 이동하는 좌표계에서 부터 관찰하면 정상(定常)운동으로 간주되어진다. 그 이동 좌표계에 대한 유속과 유량은 각각 v_i, Q' 로 나타내면 지배단면 (1),(2) 사이의 운동량방정식과 연속식 및 관정에 따라 유성상의 정지점 O 와 O_1 에 베르누이의 정리를 적용한다. 또한 지배단면(2)에 대하여 수심 y_2 가 한계수심으로 가정한다면 조건식은 각각 다음의 식으로 나타낼 수 있다.

$$\rho Q'(v_2 - v_1) = P_1 - P_2 + A_1(p_1 - p_0) \quad (8)$$

$$\alpha \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1 - p_0}{\rho g} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\alpha Q^2 B_2}{g A_2^3} = 1 \quad (10)$$

$$Q' = A_1 v_1 \quad (11)$$

식(8)에서 (11)을 무차원화하여, $(p_1 - p_0)$ 를 소거하고 연속식을 고려하여 Q' 를 소거하면 개수로측 수심 y_2 에 관하여 조건식이 유도된다.

$$\left(\frac{1}{B_2}\right)\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \left\{1 - \left(\alpha \frac{1}{2}\right)\left(\frac{A_2}{A_1}\right)\right\} = \left(\alpha \frac{P_1}{A_1^2}\right)\left(1 - \frac{P_2}{P_1}\right) \quad (12)$$

윗식을 수치적으로 풀면 Q' (상대 무차원 유량)와 개수로측의 미지항이 수치적으로 다음과 같이 결정되어 진다.

$$\frac{y_2}{d} = 0.6879, \quad \frac{Q'}{\sqrt{g d^5}} = 0.446, \quad \frac{A_2}{d^2} = 0.570, \quad P_2 = 0.171 \quad (13)$$

한편, 정지좌표계의 유량은 $Q_i = Q' + A_i D$ 로부터 D 를 소거하면 Q_1 와 Q_2 의 식으로 나타내어지며 식(4)~(6)은 연립미분방정식으로서 수치적으로 용이하게 풀 수가 있다.

3. 비교고찰

수치계산을 수행함에 있어서 처음단계로 초기조건의 산정이 필요하며, 그림 3은 초기수심의 계산치와 실험치를 나타내고 있다. 이것은 구배 1/50의 급경사로 초기유량은 약 4.8(l/sec)로 정할 경우 실선이 계산치이며, 검정점은 실험치인 계산치이다. 상류단에 한계수심에서 하류단으로 흐름에 따라 등류수심에 접근하는 S_2 의 수면형을 나타내며, 실험치와 좋은 근사치를 나타내고 있다고 말할 수 있다.

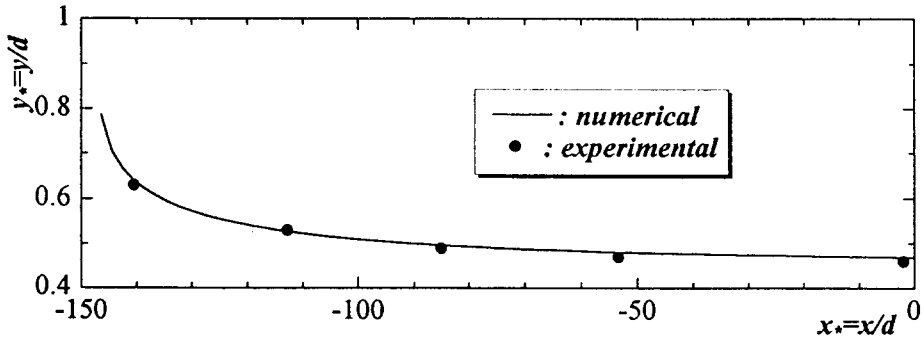


그림 3 초기수심의 계산치와 실험치의 비교

최초로, 상류측의 수면형이 다소 가파르게 나타내고 있으나, 음적차분해석을 사용 반복계산을 하여 최종적으로 매끄러운 부등류(不等流)의 배수계산(背水計算)이 얻어졌다.

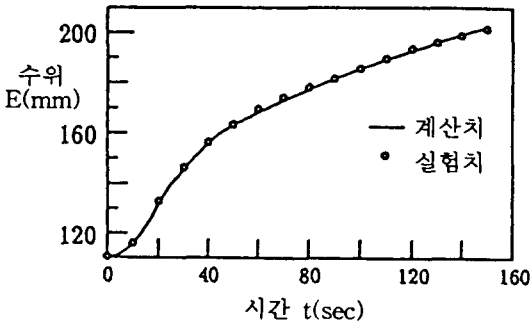


그림 4 E-t 곡선

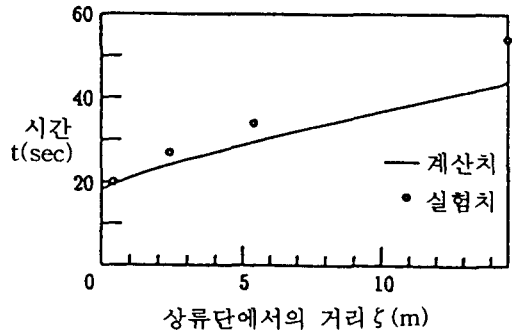


그림 5 zeta-t 곡선

관로 상류단의 관저 높이를 기준으로 하는 상류측 정류수조수위 이기도하는 비(比)에너지 E 에 대하여 Runge · Kutta · Gill법에 의해 수치적으로 구한 결과를 실험치와 함께 그림 4에 나타내고 있으며 식(5)에 대한 비정상류(非定常流)인 외부로부터의 유량 Q_0 를 4.857(l/sec)에서 11.709(l/sec)로 증가시킬 경우 그림 4에 나타난 검정수조(檢定水槽)수위의 시간곡선으로부터 직각 삼각위의 유량공식을 이용하여 입력되어 지는 것을 고려한다면 그림 4에서 얻어지는 E 에 관하여 일치하는 피압관내 유량 Q 가 역시 좋은 정확도로 계산되어짐을 나타내는 것이라고 판단되어진다.

4. 결론

관·개수로 경계를 끼고있는 만관측과 개수로측의 지배단면에 경계와 동속도의 정지화된 좌표계에 의거하여 운동량 방정식과 2개의 베르누이 조건식을 적용하는 Benjamin의 모델은 개수로측 무차원수심 $y_2=0.563$ 을 나타내고 있으나 필자의 현상의 적용에는 극소치를 나타내고 있다.

관정(管頂)을 통과하는 유선(流線)이 정지하는 점을 경유해서 개수로 측으로 이행(移行) 할 때 정지점과 개수로측 지배단면의 베르누이의 조건식 대신에 한계수심의 조건식으로 대체한 결과 필자의 모델은 개수로측 무차원수심 $y_2=0.681$ 로 주어져 수치계산을 시행하여 실험치와 일치하는 신뢰할 만한 좋은 결과를 얻을 수 있었다.(그림 4)

관·개수로 경계의 이동을 나타내는 곡선 zeta-t곡선(그림 5)에는 만족할 만한 일치를 나타내지 않는다. 이것은 이동 좌표계의 유량이 한계수심의 조건식에 의해 결정되어 진 것에 기인하는 것으로 생각되어진다. 그것에 대신할 만한 방법의 도입을 금후의 과제로 한다.

5. 기호

A : 유수 단면
 B : 수면 폭
 c : 단파(段波)
 E : 상류측 정류수조수위
 g : 중력가속도
 K : 통수능
 I : 동수구배
 I_f : 마찰구배
 P_i : 단면(i)에 대한 수심 y_i 의 수압
 p_i : 관정부 압력
 S : 상류측 정류수면적 수조
 Q : 유량
 Q_0 : 공급유량
 Q' : 상대유량
 V, v : 유속
 z : 수위
 t : 시간
 S_0, i : 수로상 구배
 $y(h)$: 수심
 α : 에너지 보정계수
 ξ : 경계부의 이동좌표

6. 참고문헌

- (1) 川口 士郎·安川 浩、「下水道渠内水流管理 システムに関する研究」東京都立大學、pp.175-181 1984
- (2) 安川 浩·宇井 正和、「隔壁の瞬間的消去に伴う gravity current に関する基礎的研究」第28回 水理講演會論文集, pp.839-844 1984.
- (4) 安川 浩·金 學秀·宇井 正和·村越 重紀、「急勾配管渠における開水路から被壓水路への移動モデル」、pp. 649-654 1995.
- (5) Benjamin, T. B., Gravity current and related phenomena, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 31, pp.214-217 1968.