신뢰성 척도로서 Hydraulic-Connectivity를 이용한 상수관망의 최적화

신 현곤*, 박 희경**

1. 서론

선형, 비선형, 동적 Programing등을 이용한 관망의 최적화는 많이 행하여져 왔다. 그 중 관망에서 최소비용 관경을 결정하는 선형 Program Model을 Lai and Schaake (1969)가 최초로 제시하였고 Alperovits and Shamir(1977)는 Linear-Programing- Gradient (LPG) 라고 하는 최적화 방법을 도입하였는데 Quindary 등(1979, 1981)이 LPG model의 변화를 가하였다. 또, Fujiwara 등(1990)은 loop형 관망 최적화에 대하여 local 최적해를 점차적으로 개선해 나가는 더 나은 해법을 제시 하였으며, 유전자 연산(Genetic Algorithm: GA.)이 발전함에 따라 상수의 관망해석분야에서 G.A.를 이용한 연구가 Murphy and Simpson(1992)에 의해 비용의 최소화에 대한 최적화를 처음 시도하였으며 Savic and Walters(1997)는 더욱 개선 시켜 나갔다. 또한 보다 정량적인 신뢰성을 산정하고 그것을 최적화 과정에 도입하려는 많은 연구들이 행하여져 왔으며 연구자들은 시스템인자의 고장 가능성을 산정함으로써 긴급상황 특성들을 Simulate하였다. 이들중에는 시스템 고장의 빈도, 기간, 부족량에 기초한 시스템의 신뢰도를 산정하는 모델을 개발하기도 하였다. 일반적으로 관망에서의 신뢰도 산정은 주관적 정의에 따르므로 명확한 신뢰도의 정의가 없으며, 신뢰성의 방법이 만장일치로 수용되지는 않는다. Hobbs and Beim(1988)는 시스템 신뢰성에 관한연구를 수행하였는데 연구의 초점에 따라, Bulk supply와 Distribution network에 관한 2가지로 항목으로 분류하였다. 전체 공급과 수요의 관점에서 신뢰도를 측정하게 되면 첫 번째 경우이고 구성인자의 여러 가지 잘못에 대한 배수관망의 신뢰도에 초점이 맞추어지면 두 번째항목으로 분류하였다. Shamir(1981)는 상수관망의 일반적인 신뢰성 이론을 발표하였는데 신뢰성을 전체 부족량과 공급율 부족분으로 정의 하였다. 신뢰량의 인자와 유출량 신뢰인자는 이러한 2개의 정의에 따라 유도되며 시스템의 신뢰도는 2개의 평균치인 전체 신뢰인자로서 표현하였다. 또 Su et al(1987)은 신뢰성을 검증하는 minimum cuset method와 신뢰성 제한없이 네트워크를 최적화 하는 모델인 generlized reduced-gradient model (GRG2)로 구성된 heuristic method를 도입하였으며, Wagner et al(1986)는 2개의 가능한 신뢰척도, 즉 "reachability"와 "connectivity"를 계산하는 방법을 도입하였는데 이 방법들은 직렬연결과 병렬

* 신흥대학 환경관리과

** 한국과학기술원 토목공학과

연결의 축소를 행함으로서 계산 가능하다. 여기서 Reachability는 network의 특정 node가 최소한 1개 source에 연결될 가능성으로 정의하며, Connectivity는 모든 node가 최소한 1개 source에 연결될 가능성으로 정의 한다. 그리고, 최근에는 Park and Liebman(1993)은 신뢰성의 척도로서 예상부족량을 제시하고 이것을 제한조건으로한 신뢰성과 비용에 바탕을둔 다목적 관망 최적화를 시도하였다.

한편, 본 연구에서는 신뢰성의 척도로서 hydraulic-connectivity를 도입하였는데, source와 node사이의 물리적인 connection은 그 node에 충분한 유량과 적정 압력이 제공되지 않는다면 신뢰성을 보장하지 못하게 된다. 그러나 이러한 조건들을 만족하게 되는 connectivity라면 관망 신뢰도의 훌륭한 척도라고 할수 있을 것이다. 본 연구에서는 Genetic Algorithm을 이용하여 상기의 수리학적 조건을 만족시키는 모델을 개발하였으며 이 모델에서의 connectivity를 "Hydraulic Connectivity"라고 명명하고 이 hydraulic-connectivity를 신뢰성의 제한조건으로 하여 최소비용을 구하기 위한 최적화를 수행하였으며, 최적화의 방법으로서 GA를 사용하였다.

2. 신뢰성의 척도: Hydraulic-Connectivity

Hydraulic-Connectivity는 신뢰성의 척도로서 선택되어졌으며 이는 모든 node가 충분한 유량과 적정압력으로서 최소한 1개 source에 연결될 가능성을 말하는 것이다. 긴급상황 발생시, 수량공급을 위한 가장 중요한 필수조건은 수요 격점이 적정 압력으로서 한 개의 수원과 반드시 연결 되어 있어야 한다는 것이다. 이러한 관점에서, 긴급상황에 대비한 신뢰성의 증가는 hydraulic connectivity를 최대화하는 것이 가장 좋은 방법이 될 것이다. 이 것을 계산하기 위하여 관망은 공급 node 와 수요 node간에 link에 의해 연결 되어진다고 모델화 하며, node들은 완전히 신뢰되어지고 특정 link i가 특정 시점에서 작동할 확률을 p_i, 작동되지 않을 확률을 q_i(= $1-p_i$)라고 하게 되면, 어떤 특정 시점에서 시스템은 작동하든지 작동하지 않든지 둘중의 한가지 특성을 가지게 된다. 이 특성의 확률은 작동확률 p_i 와 작동되지 않을 확률 q_i 의 곱으로서 계산 되어질 것이다.

관망에서의 Connectivity는 직렬과 병렬 축소법으로 계산가능하며, Fig.1에서 보는 바와 같이, 직렬 축소인 경우 2개의 link(u-v and v-w)가 작동될 확률을 p_1, p_2라고 할 때 이것을 한 개의 link(u-w)로 연결하게 되면 그 확률은 p_1p_2가 된다. 또 병렬인 경우에는 각각의 link가 연결되지 못할 확률이 q_1 (= $1-p_1$), q_2 (= $1-p_2$)이므로 축소법에 의한 새 link의 작동확률은 $1- q_1q_2$ 가 될것이다. 이러한 축소법은 전체적인 작동 확률에 영향을 주지 않으면서 네트워크를 계속하여 줄일수 있게 되는 것이다. 비록 네트워크가 파이프, 탱크, 펌프, 밸브등의 많은 구성요소로 이루어져 있지만, 최적화를 단순화 하기 위하여 본 연구에서는 파이프만을 고려 하였다. 긴급상황시의 simulate를 위해, 특정 pipe 'i'가 작동하지 않을 확률(파손 확률) q_i는 관경의 함수로 생각하며, 각 파이프의 관경과 작동확률 p_i을 이용하여 네트워크가 특성화되고 connectivity는 계산 되어진다.

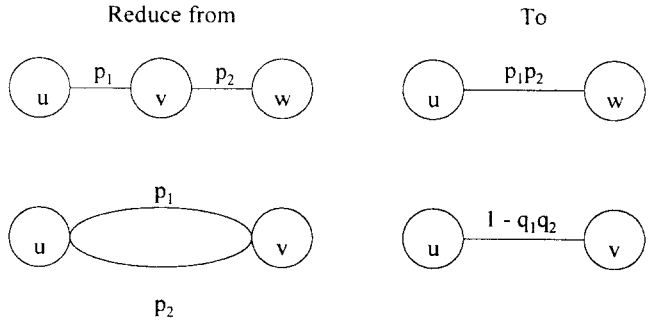

Fig. 1. Series and Parallel Reduction

한편, 많은 연구자들이 파이프 파손확률의 특성에 대하여 연구를 수행하였는데, 파손요인 분석결과는 작은 관경의 파이프에서 파손확률이 높다는 것이었다. Kettler와 Goulter(1985)는 선형회귀 분석을 사용하여 다음과 같은 파이프 크기의 일차함수로서 파손확률을 예견하는 모델을 제시하였다. Y = 2.002-0.0064 X (Y = failure/Km/year, X=diameter(mm), range 0-300 mm). 그리고 Wagner et al.(1986) 는 파손확률을 파이프 길이에 대한 함수로서 나타내었다: q_i = 1.557 x 10^{-6} L (L=pipe length (ft)). 따라서, 본 연구에서는 파손확률함수를 상기 사실들을 바탕으로 하여 connectivity의 함수를 산정하여 계산 하였다.

3. HYdraulic-Connectivity Constrained Optimal DEsign Model: HYCCODEM

(1) Objective

최적화 설계의 목적은 connectivity로 나타낸 신뢰도를 만족하면서 최소비용의 관경을 찾아내는 것이다. 최소비용을 구하는 방법은 GA에서의 적합도를 검토하므로서 구할수 있으며이 적합도는 다음과 같이 나타내어진다.

$$\text{Fitness} = \text{Cost}_{max} - \text{Cost} \qquad (1)$$

여기서, Cost_{max} = 전체비용중 최대값

Cost = 각 설계치의 전체비용

즉, 낮은 비용이 높은 적합도를 가지며, 이 설계값들이 다음세대에서 생존할 확률을 크게 가지는 것이다. GA는 선택, 복제, 교배, 변종의 과정을 거치면서 다음세대에서 더욱 최적화된 해를 구하게 되고 이러한 과정이 반복수행됨으로서 최소비용의 해를 찾아나가는 것이다. 한편, GA의 각 string는 모든 link에 대한 파이프 관경으로 구성되며 각string의 비용은 다음과 같이 계산되어진다.

$$Cost = \sum_{i,j} \beta_{ij} l_{ij} d_{ij}^{2.63} + pc \qquad (2)$$

여기서, pc = 최소수두 위반시의 벌칙 비용, l_{ij} = pipe i에서 j로의 길이

β_{ij}= 단위 $d_{ij}^{2.63}$와 pipe i에서 j로의 단위 길이당 비용,

(2) Check up Connectivity

파이프의 파손확률(q_{ij})은 최적화의 목적을 위하여 단지 파이프 길이와 관경의 함수로서 다음과 같이 나타내었다:

$$q_{ij} = 8.14124 \times 10^{-6} \cdot \frac{l_{ij}}{d_{ij}^{1/2}} \qquad (3)$$

여기서, l_{ij} = length of pipe (m), d_{ij} = pipe diameter (cm).

한편, 파이프의 작동확률(p_{ij})과 파손확률(q_{ij})에 관련있는 connectivity는 다음과 같이 나타내어진다;

$$\text{Connectivity}_{ij} = \text{Function}\ (\ p_{ij}\ ,\ q_{ij}) \ \geq \ \text{Giv. Connectivity} \qquad (4)$$

여기서, p_{ij} = node i와 node j사이의 파이프 작동확률

q_{ij} = node i와 node j사이의 파이프 파손확률, $\quad p_{ij} + q_{ij} = 1$

(3) Check up Hydraulic Connectivity

각 string은 network solver에 의해 해가 구해지는데, 이때의 수두는 주어진 최소수두(H_{min})를 만족하여야 한다. 즉, $H_{min} \leq H_i$ (5)

만약 각 node에서 이 요구조건의 위반시에는 (2)식과 같은 목적함수에 penalty가 부과되어 비용이 상승되고 그 결과 적합도가 낮아지게 된다. 그러므로 이러한 설계값들은 다음세대에서의 생존확률이 낮아지게 된다. 이런 방법으로 각 string들은 수리학적 요구 조건을 만족시키는 것만이 생존하게 되어 다음세대로 이어지게 되므로 hydraulic connectivity가 이 모델에서 설정되어지는 것이다.

(4) Optimization Procedure

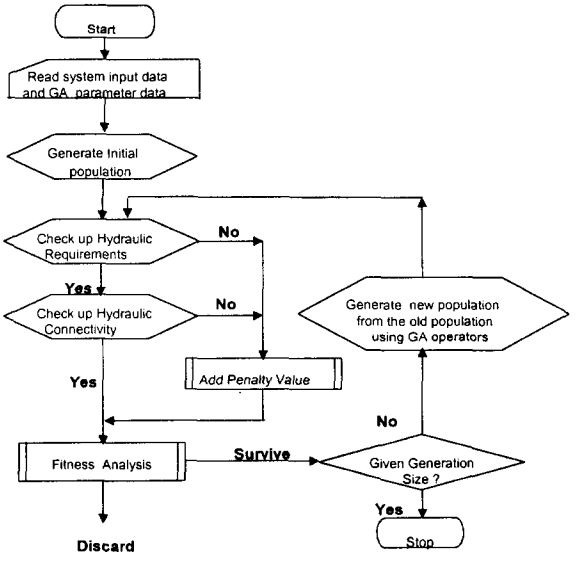

Fig. 2. Flowchart of the main program

4. 적용

모델의 적용은 Fig. 3에서 보는 바와 같이 New York City water supply tunnel system에 적용하였으며 여기에 대한 data는 Tables 1, 2에 나타내었고, Table 3은 비용에 관한 자료이다. GA를 이용한 최적화 수행시, 각 파이프의 관경은 0-457.2 cm에서 선택하며 기타 GA parameter 는 Table 4에 나타낸바와 같다.

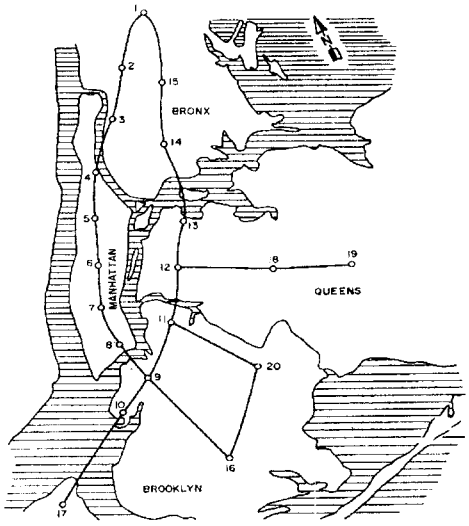

Fig. 3. New York City Water Supply Tunnels

Table 1. Node data for New York City Water Supply Tunnels Network

Node	Min. Head (m)	Demand (m^3/sec)	Node	Min. Head (m)	Demand (m^3/sec)
1	91.44	-57.129	11	77.724	4.814
2	77.724	2.616	12	77.724	3.316
3	77.724	2.616	13	77.724	3.316
4	77.724	2.498	14	77.724	2.617
5	77.724	2.498	15	77.724	2.617
6	77.724	2.498	16	79.248	4.814
7	77.724	2.498	17	83.14944	1.628
8	77.724	2.498	18	77.724	3.316
9	77.724	4.814	19	77.724	3.316
10	77.724	0.028	20	77.724	4.814

Table 2. Pipe data for the New York City Water Supply Tunnels (Hazen-Williams Coefficient for all tunnels = 100)

Pipe #	From Node #	To Node #	Length m	Pipe #	From Node #	To Node #	Length m
1	1	2	3535.68	12	13	12	3718.56
2	2	3	6035.04	13	14	13	7345.68
3	3	4	2225.04	14	15	14	6431.28
4	4	5	2529.84	15	1	15	4724.40
5	5	6	2621.28	16	10	17	8046.72
6	6	7	5821.68	17	12	18	9509.76
7	7	8	2926.083	18	18	19	7315.20
8	8	9	810.00	19	11	20	4389.12
9	9	10	2926.08	20	20	16	11704.32
10	11	9	3413.76	21	9	16	8046.72
11	12	11	4419.60				

Table 3. Coefficients for Linear Cost Function : $C = \beta_{ij} l_{ij} X_{ij}$ ($X = d^{2.63}$)

Diameter Range cm	β_{ij} \$/m/$cm^{2.63}$
$0 \le d_{ij} \le 152.4$	1.0515×10^{-5}
$152.4 < d_{ij} \le 304.8$	2.756×10^{-1}
$304.8 < d_{ij} \le 457.2$	1.3681×10^{-1}

Table 4. Genetic Algorithm Parameters

Population size	Generation size	Probability of Crossover (Pc)	Probability of Mutation (Pm)	Probability of Recombination (Pr)
80	120	0.8	0.01	0.03

5. 적용 결과

본 모델(HYCCODEM)로서 New York network에 대하여 connectivity를 고려하지 않은 상태에서의 최적화 수행 결과치를 Quindry의 결과치와 비교하여 보면, Quindry의 26.822 million $보다 더 적은 22.6766 million $의 값을 얻을수 있었다. 이것은 GA가 관망해석의 최적화에 널리 적용될 수 있음을 보여 주는 것이며 이때의 connectivity는 0.9818 이었다. 최적화의 결과는 Tables 5,6과 Fig. 4에서 보여주는 바와 같다. 또, 본 모델을 이용한 connectivity 변화에 따른 최적화 수행결과는 Table 6과 Fig. 5에 나타낸바와 같으며, connectivity를 0.9818에서 0.988로 증가시킨 결과, 예상한 바와 같이 신뢰도가 증가할수록, 즉 connectivity가 증가함에 따라 비용이 상승되었다.

Table 5. The Optimization Results: Residual Nodal Heads.

Node	Min. Head (m)	Head (m)
1	91.440	91.440
2	77.724	83.110
3	77.724	81.040
4	77.724	83.542
5	77.724	85.125
6	77.724	82.829
7	77.724	83.496
8	77.724	83.460
9	77.724	83.067
10	77.724	83.203
11	77.724	81.034
12	77.724	79.828
13	77.724	79.049
14	77.724	79.473
15	77.724	83.637
16	79.248	82.912
17	83.14944	83.180
18	77.724	82.822
19	77.724	83.058
20	77.724	82.717

Table 6. The Optimization Results: Pipe Diameter and Costs

Diameter (cm), Cost (Million $)

Pipe #	Connectivity							
	0.9818	0.982	0.983	0.984	0.985	0.986	0.987	0.988
1	165.1	193.04	172.72	172.72	170.18	208.28	220.98	335.28
2	157.48	154.94	157.48	175.26	157.48	160.02	160.02	322.58
3	175.26	182.88	160.02	177.8	165.1	317.5	447.04	213.36
4	215.9	167.64	187.96	157.48	218.44	220.98	154.94	187.96
5	154.94	167.64	223.52	210.82	160.02	241.3	259.08	231.14
6	165.1	167.64	160.02	162.56	167.64	177.8	187.96	246.38
7	190.5	154.94	238.76	162.56	185.42	172.72	157.48	233.68
8	187.96	175.26	177.8	172.72	162.56	177.8	226.06	264.16
9	162.56	198.12	180.34	200.66	337.82	360.68	281.94	276.86
10	157.48	154.94	162.56	190.5	177.8	195.58	233.68	160.02
11	165.1	157.48	167.64	167.64	175.26	264.16	330.2	276.86
12	187.96	246.38	175.26	215.9	180.34	350.52	195.58	307.34
13	182.88	175.26	185.42	182.88	177.8	193.04	185.42	353.06
14	187.8	195.58	193.04	193.04	198.12	187.96	177.8	213.36
15	198.12	177.8	167.64	182.88	177.8	220.98	353.06	170.18
16	165.1	154.94	203.2	185.42	307.34	345.44	317.5	388.62
17	167.64	177.8	198.12	198.12	314.96	226.06	353.06	424.18
18	160.02	187.96	175.26	314.96	172.72	314.96	330.2	411.48
19	160.12	195.58	154.94	162.56	167.64	337.82	157.48	241.3
20	157.48	154.94	157.48	154.94	160.02	182.88	195.58	193.04
21	157.48	157.48	167.64	175.26	177.8	198.12	182.88	193.04
Cost	22.6766	24.5180	26.0959	28.2735	30.1898	43.7596	46.0806	64.1583

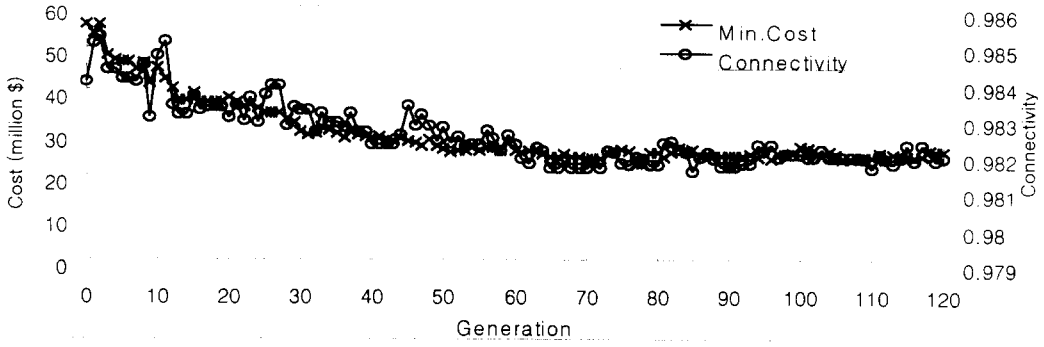

Fig. 4. Optimal cost and connectivity with varying generations using G.A.

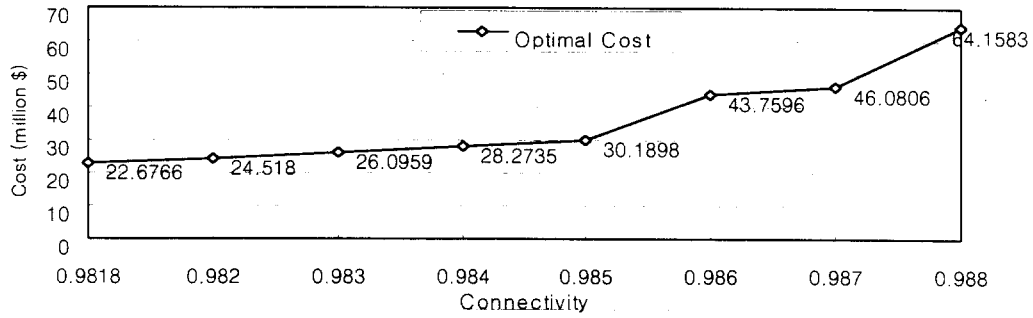

Fig. 5. Optimal costs with varying connectivities with a single source.

6. 요약 및 결론

Hydraulic connectivity를 신뢰성의 척도로 하여 G.A로서 상수관망의 신뢰최적설계를 수행한 본 연구에서의 결과를 다음과 같이 요약 할 수 있다

1) Hydraulic connectivity는 긴급상황에 대비한 신뢰성의 척도로서 이용될수 있으며, 주어진 신뢰도 요구에 따라 관망을 설계할수 있을것이다.
2) HYCCODEM은 cost 와 connectivity간의 주요 정보를 제공할수 있으므로, 설계자와 결정권자는 비용과 신뢰도에 관한 좀 더 정량적인 자료에 바탕을 둔 결정을 할수 있을 것이다.
3) 만일 긴급상황 발생시, 설계인자가 파이프의 파손 확률의 함수라면, 이러한 긴급상황에 대비한 관망의 최적 설계의 해를 구하기 위하여 HYCCODEM을 이용할 수가 있을것이다.
4) 또한, 본 연구의 결과는 Quindry의 LP model의 결과치보다 더 낮은 비용의 해를 구할수 있었으므로, GA로서 관망의 최적화에 널리 이용할수 있는 가능성을 보여 주었다.

참고문헌

1. Lai, D., and J. Schaake, Linear Programming and dynamic programming application to water distribution network design, Report 116, Department of Civil Engineering, MIT, Cambridge, 1969.
2. Alperovits, E., and Shamir, U., Design of optimal water distribution systems, Water Resources Research, Vol. 13, No. 6, pp. 885-900, 1977.
3. Quindry, G., E.D. Brill, and J.C. Liebman, Water distribution system design criteria, Department of Civil Engineering, University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana, Il, 1979.
4. Quindry, G., E.D. Brill, and J.C. Liebman, "Optimization of looped water distribution systmes," J. Envirmmental Eng. Div., ASCE, Vol. 107, No.4, pp. 665-679, 1981.
5. Fujiwara, O., and Khang, D.B. "A two-phase decomposition method for optimal design of looped water distribution networks." Water Resources Research, Vol. 26, No.4, 539-549, 1990.
6. L. J. Murphy and A. R. Simpson, Genetic Algorithms in pipe network optimization, Research Report No. R93, Department of Civil Engineering, The University of Aldelaide, June, 1992.
7. Savic, D.A. and Walter, G.A. "Genetic Algorithms for least-cost design of water distribution Networks" Journal of Water Resources planning and management, Vol. 123, No. 2. 67-77, 1997.
8. Hobbs, B.F., and G.k. Beim, Analytical simulation of water system capacity reliability, 1. Modified frequency-duration analysis, Water Resources Research, 24(9), pp. 1431-1444, 1988.
9. Shamir, U., Water supply reliability theory, J. AWWA, pp. 379-384, 1981.
10. Su, Y.C., L.W. Mays, and K.E. Lansey, Reliability-based optimization model for water distribution systems, J. Hydraulic Eng., ASCE, Vol. 114, No. 12, pp. 1539-1556, 1987.
11. Wagner, J.M., U. Shamir, and D.H. Marks, Reliability water distribution systems, Report 312, Ralph M. Parson Lab., MIT, Cambridge, Mass., 1986.
12. Heekyung Park and Jon C. Liebman, "Redundancy-constrained minimum-cost design of water-distribution Nets" Journal of water resources planning and management, Vol. 119, No. 1, pp. 83-98. 1993.
13. Kettler, A.J., and I.C. Goulter, An analysis of pipe breakage in urban water distribution networks, Can.J. Civ. Eng., 12, pp. 286-293, 1985.