등류수로의 양해적 해석

유 동 훈* 이 민 호**

1. 서론

장구간 단일 형태의 수로인 경우 수로기울기가 동일할 때 등류가 형성되며 개수로 설계에서도 단일관로 설계와 마찬가지로 표 1에 제시된 바와 같이 세가지 유형으로 구분하여 설계형식의 단순화를 기할 수 있다. 설계유형 A는 수로기울기를 결정해야 하는 경우이며, 설계유형 B는 유량 또는 유속을, 설계유형 C는 수로 단면적을 결정해야 하는 경우이다. 설계유형 C에서 수로폭 b와 측벽경사 r이 주어져 있을 경우 등류수심 h를 산정하여 제방의 높이나 교각의 높이를 결정해야 하며, 반대로 수심이 제한되어 있을 때는 등류수로폭을 산정하여 수로를 설계하여야 한다.

본고에서는 우선 간단한 지수형이지만 여러 흐름조건에 적합한 마찰계수 산정식을 적용하여 수로설계의 일반성을 확보하고자 한다.

표 1 단일 개수로 설계유형

<table>
<tr><th colspan="2">설계유형</th><th colspan="2">산정 요구치</th><th>주어지는 조건</th><th>관 련 식</th></tr>
<tr><td colspan="2">A</td><td colspan="2">기울기 i</td><td>$Q,\ b,\ h,\ r,\ k_w$</td><td>$i = CF_H^2$, $F_H = V/\sqrt{gH}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">B</td><td colspan="2">유속 V / 유량 Q</td><td>$b,\ h,\ r,\ k_w,\ i$</td><td>$F_H = (i_0/\alpha)^{\frac{1}{2+\beta}} N_H^{\frac{-\beta}{2+\beta}} H_r^{\frac{-\delta}{2+\beta}}$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">C</td><td>C-1</td><td rowspan="2">단면적 A</td><td>h</td><td>$Q,\ b,\ r,\ k_w,\ i$</td><td>$D = \eta D_0$</td></tr>
<tr><td>C-2</td><td>b</td><td>$Q,\ h,\ r,\ k_w,\ i$</td><td>$B = \xi B_0$</td></tr>
</table>

주) Q:유량, b:수로폭, h:수심, r:측벽경사, k_w:조고, i:수로경사($=i_0$), V:평균유속, C:마찰계수
H:동수반경, g:중력가속도, α,β,δ:마찰계수의 상수, $H_r(=H/k_w)$:조고비
F_H, N_H, D, B:동수반경후르두수, 동수반경 레이놀즈수대 후르두수, 수심유출수, 수로폭유출수
D_0, η, B_0, ξ:수심유출무차원수, 등류수심증감률, 수로폭유출무차원수, 수로폭증감률

2. 기본방정식과 마찰계수 산정식

개수로 설계의 기본방정식은 Chezy식이며 다음과 같다.

$$V = \sqrt{\frac{gHi}{C}} \tag{1}$$

여기서 V는 단면 평균유속, H는 동수반경, i는 에너지 경사이고 C는 마찰계수이다.

개수로 설계시 마찰계수 산정의 적합도가 최종 산정결과의 정밀도에 중요한 영향을 미치는데 여러 관측결과를 참조하여 식 (2)와 같은 형태의 지수형 마찰계수 산정식을 개발하였다.

* 아주대학교 토목설계공학과 교수
** 아주대학교 토목공학과 석사과정

$$C = \alpha R_H{}^{\beta} H_r{}^{\zeta} \tag{2}$$

여기서 C는 마찰계수이며, $R_H(=VH/\nu)$는 동수반경 레이놀수이고 $H_r(=H/k_w)$은 조고비이다. α, β, ζ는 수로형상과 조도에 따라 변이하는 계수로서 표 2에 제시된 바와 같다. 표 2에 제시된 계수들은 이종원(1997)이 정리한 Varwick(1945)과 Bazin(1865, 1897)의 실험자료로부터 추정되었다.

3. 수로경사와 유량

수로경사와 유량의 산정은 일반적으로 직접해를 구할 수 있는 것으로 알려져 있으나 흐름조건이 층류 또는 완난류인 경우에는 전처리과정을 거쳐야만 가능하다. 등류인 경우 에너지경사 i와 수로경사 i_0는 동일하다. 한편, 유량 Q=AV이므로 설계유형 A의 유량 Q를 소거하기 위하여 필요한 수로경사 i_0는 식 (1)로부터 다음과 같이 산정된다.

$$i_0 = i = \frac{C}{gH}\left(\frac{Q}{A}\right)^2 = CF_H{}^2 \tag{3}$$

여기서 $F_H = V/\sqrt{gH}$는 동수반경 후루드수이다.

기존의 마찰계수 C는 여러 형태의 산정식을 이용하여 구할 수 있는데 어느 형태의 경험식 또는 이론식이든지 단면과 유량이 결정되면 바로 산정할 수 있다. 수로경사를 구하고자 하는 설계유형 A에서는 어느 흐름 조건에서나 마찰계수를 바로 산정하여 필요한 수로경사를 결정할 수 있다.

설계유형 B의 요구치인 유량 Q는 관계식으로부터 바로 구할 수 있으며 다음과 같다.

$$Q = A\sqrt{\frac{gHi_0}{C}} \tag{4}$$

그림 1에 도시된 바와 같이 제형수로인 경우 수로밑변의 길이 b, 측벽경사 r, 수심 h가 주어질 때 단면적 A, 윤변 P, 동수반경 H는 형상계수 $s(=h/b)$의 함수로 표현되며 다음과 같다.

$$A = (b + rh)h = bh(1 + rs) \tag{5}$$
$$P = b + 2h\sqrt{1 + r^2} = b(1 + 2s\sqrt{1 + r^2}) \tag{6}$$
$$H = A/P = h(1 + rs)(1 + 2s\sqrt{1 + r^2})^{-1} \tag{7}$$

즉, 단면적 A와 동수반경 H는 수로폭과 수심이 주어지면 이들 산정식으로부터 바로 구해진다.

설계유형 B에서는 수로의 흐름조건에 따라서 전난류 흐름(rough turbulent flow)인 경우 양해법으로 마찰계수를 바로 산정할 수 있지만, 완난류인 경우 마찰계수가 동수반경 레이놀즈수의 함수이고 레이놀즈수는 설계유형 B에서 구하고자 하는 유속의 함수이므로 반복법으로 마찰계수와 유속을 함께 산정하여야 한다. 그러나 식 (2)에 제시된 지수형의 마찰계수 산정식일 경우 유속 또는 유량을 바로 산정할 수 있다.

주어진 조건으로부터 수로경사 i, 수로폭 b, 수심 h, 측벽경사 r, 조고 k_w가 주어질 경우 필요로 하는 유량 Q와 유속 V를 산정할 수 있다. 지수형 마찰계수 산정식 (2)를 식 (1)에 대입하고 이를 다시 정리하면 다음 식이 구해진다.

$$F_H = \sqrt{\frac{i}{C}} = (\alpha^{-1} i R_H^{-\beta} H_r^{-\zeta})^{1/2} \tag{8}$$

한편, 식 (9)와 같은 조합 무차원수를 도입하고 $R_H = N_H F_H$를 식 (8)의 우변에 대입하면 식 (10)이 구해진다.

$$N_H = \frac{R_H}{F_H} = \frac{H\sqrt{gH}}{\nu} \tag{9}$$

$$F_H = \left(\frac{i}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2+\beta}} N_H^{-\frac{\beta}{2+\beta}} H_r^{-\frac{\zeta}{2+\beta}} \tag{10}$$

F_H수는 식 (10)과 같이 전개되며 식 (10)에서 우변의 제 무차원수는 주어진 조건만으로도 바로 구할 수 있다. 여기에 $\sqrt{gH}$를 곱하여 유속 V를 산정하고, 산정된 평균유속에 수로단면적 A를 곱하여 유량 Q를 산정한다.

4. 등류수심과 수로폭

설계유형 C는 단면의 크기를 결정하는 문제로서 밑변의 길이 b와 측벽경사 r이 주어져 있을 때 수심 h를 구하거나, 수심과 측벽경사가 주어졌을 때 밑변의 길이 b를 산정하는 문제이다.

등류 조건에서 수면경사는 수로경사와 동일하고 각 단면의 평균유속도 동일하며 일정한 수심을 유지한다. 이때 나타나는 수심을 등류수심이라 하며 대부분의 개수로 설계에서 등류수심의 산정이 주요 관건이 된다.

폭이 제한된 수로의 등류수심 산정에 있어 아무리 간단한 형의 평균유속 산정식이나 마찰계수 산정식을 사용하더라도 일반형 개수로에 대하여 전통적인 방법으로는 반복 시산과정이 필요하다. 그러나 지수형 산정식을 사용할 경우 측면의 영향이 무시될 수 있는 광폭수로에 대하여 양해법 산정식 개발이 가능하다. 광폭수로 등류수심을 기준치로 이용하여 일반형 개수로의 등류수심을 양해적으로 산정할 수 있다.

식 (1)로부터 마찰계수 산정식은 다음과 같이 표기된다.

$$C = \frac{gHi}{V^2} = \frac{gA^2Hi}{Q^2} \tag{11}$$

한편, 구하고자 하는 등류수심 h에 대한 이의 전개 과정은 다음과 같다. 유량 Q, 수로경사 , 측벽경사 r과 수로바닥 폭 b 등은 주어진다고 가정하면 다음과 같이 정리된다.

$$\frac{gA^2Hi}{Q^2} = \alpha\left(\frac{QH}{\nu A}\right)^{\beta}\left(\frac{H}{k_w}\right)^{\zeta} \tag{12}$$

위와 같이 좌변과 우변을 일치시킨 후, 무차원수들을 도입하여 등류수심을 구하도록 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$D = (\alpha F_{bi}^{\,2} B^{3-\beta} K^{-\zeta})^{\frac{1}{3-\zeta}} (1 + rs)^{-1} (1 + 2s\sqrt{1 + r^2})^{\frac{1-\beta-\zeta}{3-\zeta}} \tag{13}$$

여기서, D, B, K, F_{bi}는 무차원수로서 각각 수심유출수, 수로폭유출수, 조고유출수, 유출경사-수로폭수라 칭하며 다음과 같다.

$$D=\frac{\nu h}{Q}\ ,\ B=\frac{\nu b}{Q}\ ,\ K=\frac{\nu k_w}{Q}\ ,\ F_{bi}=\frac{Q}{\sqrt{gb^5 i}}$$

만일 폭이 수심보다 매우 크다면, 형상비 s는 0에 가까워지므로 무차원수 D는 반복과정을 거치지 않고 바로 산정할 수 있으며, 이 때의 등류수심을 광폭등류수심 h_0로 정의한다. 광폭수심일 때, 수심유출 무차원수 D_0는 다음과 같다.

$$D_0=\left(\alpha F_{bi}{}^2 B^{3-\beta} K^{-\zeta}\right)^{\frac{1}{3-\zeta}} \tag{14}$$

한편, 광폭수로의 등류수심에 대한 증감률 η, 즉 $h=\eta h_0$을 도입하면 $D=\eta D_0$이며 $s=\eta s_0$이다. 이들을 식 (13)에 대입하여 정리하면 η에 관하여 다음과 같이 유도된다.

$$\eta=(1+rs_0\eta)^{-1}\left(1+2s_0\eta\sqrt{1+r^2}\right)^{\frac{1-\beta-\zeta}{3-\zeta}} \tag{15}$$

여기서 s_0는 광폭수로 형상비 즉 $s_0=h_0/b$이다. 식 (15)로부터 등류수심 증감률을 구하고 $D=\eta D_0$로 임의단면의 수심유출수 D를 구한 후 등류수심을 산정한다.

한편, 식 (15)에서 알 수 있듯이 η는 광폭수심일 때의 형상비 s_0, 측벽경사 r, 마찰계수 산정식의 β와 ζ에 관한 함수이므로 이들의 조합으로 양해법 근사식을 개발할 수 있다. 계산된 정밀해의 분포곡선으로부터 식 (16)과 같은 양해법 근사식이 도출되었다. 정밀식과 근사식의 비교는 그림 2에 도시된 바와 같다.

$$\eta=as_0^2+bs_0+1 \tag{16}$$

여기서 비례상수 a와 b는 측벽경사 r에 관한 관계식으로 표현할 수 있으며, 표 2에 제시된 바와 같다.

표 2 등류수심 근사식의 비례상수 a와 b

흐름 형태	$r < 0.2$				$0.2 \le r$			
	$a=a_1 r+a_2$		$b=b_1 r+b_2$		$a=a_1 \ln r+a_2$		$b=b_1 \ln r+b_2$	
	a_1	a_2	b_1	b_2	a_1	a_2	b_1	b_2
완난류	$4.814\beta-0.567$	$-0.219\beta-0.095$	$0.429\beta-1.743$	$-1.088\beta+0.674$	$-0.002\beta+0.123$	$0.199\beta+0.047$	$0.082\beta-0.344$	$-0.597\beta-0.203$
전난류	$2.995\zeta-0.464$	$-0.161\zeta-0.109$	$-0.029\zeta-1.852$	$-0.532\zeta+0.708$	$-0.001\zeta+0.124$	$0.073\zeta+0.028$	$0.041\zeta-0.346$	$-0.296\zeta-0.186$

삼각형 수로인 경우에는 어느 경우나 직접해가 가능하다. 삼각형 수로의 단면적 A, 윤변 P와 동수반경 H는 다음과 같다.

$$A=rh^2\ ,\quad P=2h\sqrt{1+r^2}\ ,\quad H=0.5rh(1+r^2)^{-0.5} \tag{17}$$

삼각형 수로에 대하여 Chezy의 평균유속 공식으로부터 유도된 식 (11)에 이들 관련치를 도입하면 다음과 같은 식이 도출된다.

$$D=\left(\alpha \times 2^{1-\beta-\zeta} r^{\zeta-3}(1+r^2)^{\frac{1-\beta-\zeta}{2}} K^{-\zeta} G^{-5}\right)^{\frac{1}{5+\beta-\zeta}} \tag{18}$$

여기서 유출경사수 G는 확장무차원수로서 $G=\sqrt[5]{Q^3 gi}/\nu$와 같이 정의되며, 삼각형 수로인 경우 식 (18)로부터 $h=DQ/\nu$와 같이 직접 산정할 수 있다.

한편, 수로 설계에 있어 지형조건이나 기타 인위적인 조건 때문에 수심의 제한을 받는 경우가 있다. 이때에는 제한 수심조건에서 요구되는 수로의 최소폭을 산정할 필요가 있으며, 구하고자 하는 등류수로폭 b는 유량 Q, 수로경사 i, 측벽경사 r과 수심 h 등이 주어진다고 가정하면 다음과 같이 산정할 수 있다.

$$\frac{gA^3 i}{PQ^2}=\alpha\left(\frac{Q}{P\nu}\right)^{\beta}\left(\frac{A}{Pk_w}\right)^{\zeta} \tag{19}$$

위와 같이 좌변과 우변을 일치시킨 후, 무차원수들을 도입하여 수로폭을 구하도록 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$B=\left(\alpha F_{hi}^{\ 2} D^{2+\zeta} K^{-\zeta}\right)^{\frac{1}{2+\zeta}}(1+rs)^{\frac{\zeta-3}{2+\beta}}\left(1+2s\sqrt{1+r^2}\right)^{\frac{1-\beta-\zeta}{2+\beta}} \tag{20}$$

여기서, $F_{hi}=Q/\sqrt{gh^5 i}$는 무차원수로서 유출경사-수심수라 칭한다.

만일 폭이 수심보다 매우 크다면, 형상비 s는 거의 0에 가까워지므로 무차원수 B는 반복과정을 거치지 않고 바로 산정할 수 있으며, 이 때의 수로폭을 광폭조건의 수로폭 b_0로 정의한다. 광폭조건에서의 수로폭유출수 B_0는 다음과 같다.

$$B_0=\left(\alpha F_{hi}^{\ 2} D^{2+\zeta} K^{-\zeta}\right)^{\frac{1}{2+\beta}} \tag{21}$$

상기식 (20)에 $s_0=h/b_0$, $\xi=b/b_0$, $s=h/b=s_0/\xi$를 대입하여 수로폭 증감률 ξ에 관하여 정리하면 다음과 같은 형태로 표기된다.

$$\begin{aligned}\xi &=\left(1+r\frac{s_0}{\xi}\right)^{\frac{\zeta-3}{2+\beta}}\left(1+2\frac{s_0}{\xi}\sqrt{1+r^2}\right)^{\frac{1-\beta-\zeta}{2+\beta}} \\ &=\left(\xi+2s_0\sqrt{1+r^2}\right)^{\frac{1-\beta-\zeta}{2+\beta}}-rs_0\end{aligned} \tag{22}$$

여기서 ξ는 수로폭 증감률이라 칭한다. 식 (22)로부터 수로폭 증감률을 구하고, $B=\xi B_0$로 임의 단면의 수로폭유출수 B를 구한 후 등류수심산정과 같은 방법으로 최소수로폭을 산정한다.

등류수심증감률과 같은 방법으로 정밀해를 회귀분석하여 형상비와 측벽경사, 마찰계수 산정식의 β와 ζ에 관한 함수로 근사식 ξ를 도출하면 다음과 같으며, 정밀식과 근사식의 비교는 그림 3에 도시된 바와 같다.

$$\xi = as_0^2 + bs_0 + 1 \tag{23}$$

여기서 비례상수 a와 b는 측벽경사 r에 관한 관계식으로 표현하면 표 3에 제시된 바와 같다.

표 3 수로폭 근사식의 비례상수 a와 b

흐름 형태	$a = a_1 r^2 + a_2 r + a_3$		
	a_1	a_2	a_3
완난류	$-5.256\ \beta^2 - 1.865\ \beta - 0.275$	$47.461\ \beta^2 + 18.273\ \beta\ + 1.705$	$-34.432\ \beta^2 - 13.113\ \beta - 1.310$
전난류	$-0.121\ \zeta^2 - 0.212\ \zeta - 0.189$	$-7.523\ \zeta^2 - 6.191\ \zeta - 1.146$	$5.439\ \zeta^2 + 4.498\ \zeta + 0.722$
흐름 형태	$b = b_1 r^2 + b_2 r + b_3$		
	b_1	b_2	b_3
완난류	$1.244\ \beta^2 + 0.430\ \beta + 0.072$	$-10.958\ \beta^2 - 4.485\ \beta - 1.241$	$9.363\ \beta^2 + 2.700\ \beta + 0.850$
전난류	$-0.407\ \zeta^2 - 0.361\ \zeta - 0.038$	$2.365\ \zeta^2\ \ 1.836\ \zeta - 0.456$	$-1.753\ \zeta^2 - 1.912\ \zeta + 0.277$

5. 결론

지수형 마찰계수 산정식과 Chezy의 평균유속공식을 이용하여 여러 조건에 따라 단일 개수로의 설계방법을 유형별로 구분하여 제시하였다. 마찰계수 산정식에 있어 동수반경 레이놀즈수의 지수승인 β와 조고비의 지수승인 ζ로 흐름의 종류를 표현하였다.

수로경사를 산정하는 설계유형 A는 기존의 산정식을 이용하여도 구할 수 있다. 유속 또는 유량을 산정하는 설계유형 B는 완난류(smooth turbulent flow)인 경우 마찰계수가 레이놀즈수의 함수이므로 반복법으로 유속과 마찰계수를 함께 산정하여야 한다. 그러나 지수형의 마찰계수 산정식을 이용하면 유속과 유량을 바로 산정할 수 있다. 단면을 설계하는 C의 경우에는 등류수심과 제한된 수심에서 수로폭을 산정하는 경우로 제형수로에 대하여 각각의 산정식을 제안하였다.

등류수심 산정식과 수로폭 산정식은 수심유출수, 수로폭유출수, 조고유출수, 유출수심수 등의 새로운 무차원수를 도입하여 등류수심과 수로폭을 산정하고, 광폭수로에서의 등류수심과 수로폭을 기준으로 등류수심 증감률과 수로폭 증감률을 제시하였으며 직접해를 구하는 근사식을 개발하였다.

참고문헌

유동훈, 이종원 (1995). “개수로 완난류 마찰흐름.” 한국수자원학회 학술발표회 논문집, pp.79-84.

이종원 (1997). “개수로 마찰계수 산정식 개발.” 아주대학교 석사학위논문.

이민호 (1999). “개수로 간편설계.” 아주대학교 석사학위논문.

Bazin, H.E. (1865). "Recherches experimentales sur lecoulement de leau dans les canaux decouverts." Memoires presentes par divers savants al Academie des Sciences, Paris, Vol.19.

Bazin, H.E. (1897). "Etude d'Une Nouvelle Formule pour Calauler le Debit des Canaux De'couverts." Memorie No.41, Annales des Ponts et Chausses, 14, pp.20-70.

Varwick, F. (1945). "Zur Fliess formel fur offene Kunstliche Gerinne." These inedite, Dresden University.

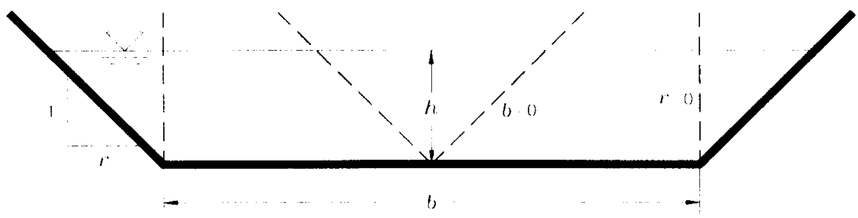

그림 1 재형수로 단면

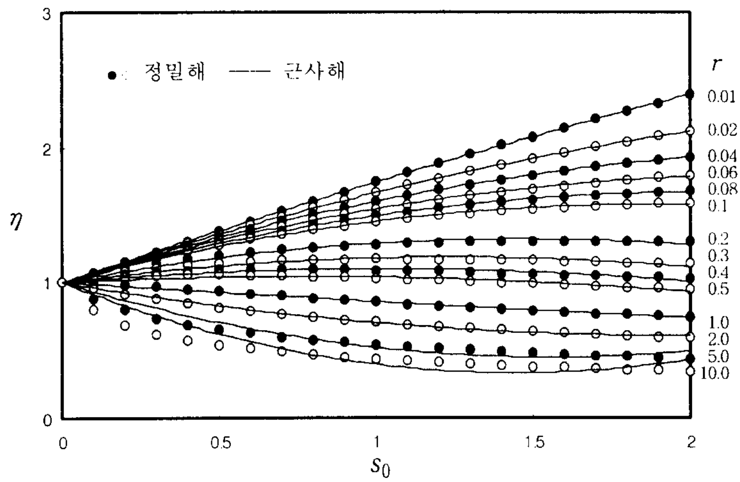

그림 2 등류수심 증감률(η)의 정밀해와 근사해의 비교

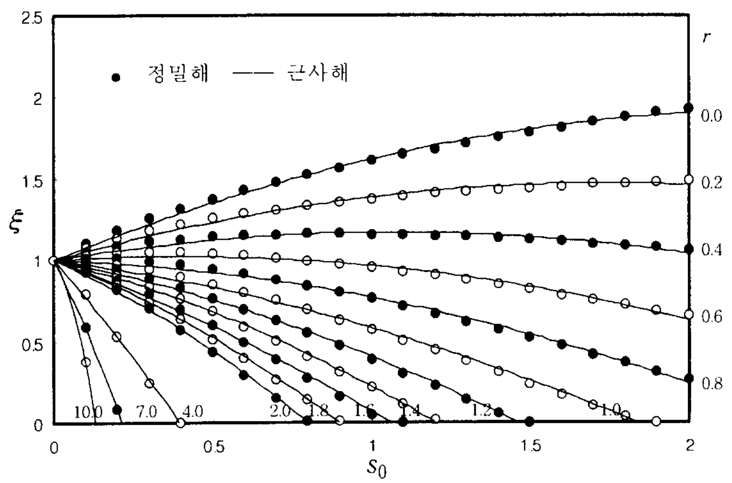

그림 3 수로폭 증감률(ξ)의 정밀해와 근사해의 비교