엔트로피 개념에 의한 유량측정 기법
(표면유속을 이용한 평균유속공식 개발)

ㅇ추태호[1)]

1. 서 론

기존의 모든 유속공식이 평균유속 공식을 산정 하는데 맞추어 이루어 진 것이 현실이다 최근 들어 최대유속에 대한 관심이 집중되어 이에 대한 연구가 미국이나 중국에서 많은 진전을 보고있는 것은 매우 고무적이다 그러나 이 역시 홍수기에 평균유속이나 최대유속을 측정 할 수 있는 장비의 개발 한계와 인명에 대한 위험성이 상존 하여 유량측정에 큰 문제점으로 대두되고 있다. 본 연구에서는 이러한 문제점을 해결하고 보다 안전하고 편리하게 홍수 시 유량을 측정할 수 있는 전자파 표면 유속계의 장점을 최대한 살릴 수 있는 방법을 모색하고 나아가 표면 유속만 안다면 언제든지 평균유속을 산정 할 수 있는 평균유속공식을 개발하여 신뢰성 있는 유량 자료를 획득 할 수 있는 방안을 제시코져 한다. 이를 위하여 통계분야에서 사용되는 엔트로피 개념을 도입한 Chiu의 2차원 유속공식을 이용하여, 표면 유속으로부터 바로 평균유속을 산정 할 수 있는 유속공식을 개발하는데 주목적이 있다

2. Chiu의 유속 공식

Chiu(1989)에 의하면 아래와 같이 2차원 유속공식을 유도할 수 있다

$$u = \frac{u_{\max}}{M}\ln[1+(e^M-1)\frac{\xi-\xi_0}{\xi_{\max}-\xi_0}] \qquad (1)$$

여기서 M = $\lambda_2 u_{\max}$ (통상 엔트로피 계수라고 함)

u = 수로단면에 공간적으로 분포된 시간평균 유속

$u_{\max}$ = 최대유속

또한, 수직 평균유속(1차원)은 식(1)을 0에서 D까지 적분하면 다음과 같다(추 1990).

$$\overline{u_V} = \frac{1}{D}\int_0^D \frac{u_{\max}}{M}\ln[1+(e^M-1)\frac{\xi-\xi_0}{\xi_{\max}-\xi_0}]dy \qquad (2)$$

2차원 평균유속은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\overline{u} = \int_0^{u_{\max}} up(u)du = \phi\, u_{\max} \qquad (3)$$

여기서, $p(u)$ = 유속 확률밀도함수

여기서, $$\phi = \frac{e^M}{e^M-1} - \frac{1}{M} \qquad (4)$$

단면의 형상에 따라 주어진 단면의 평균유속을 이론적으로 나타내는 특징을 갖고 있기 때문에 2차원 유속 공식인 식(1) 과 2차원 평균유속 공식인 식(3)은 매우 유용한 공식이다.

---

1 한국수자원공사 수자원연구소 선임연구원

즉, 식(3)에서 알 수 있듯이 어떤 하천단면에서의 평균유속은 최대유속과 M과의 선형관계에서 바로 산정 할 수 있음을 의미하며, 만약 주어진 하천의 M값이 결정된다면 필요한 최대유속만을 측정하여 곧바로 필요한 평균유속 및 유량을 손쉽게 구할 수 있는 큰 장점이 있다. 마찬가지로 식(1)에서도 알 수 있듯이 이 2차원 유속공식은 주어진 단면에서 최대유속과 엔트로피 M값만 안다면 그 단면이 갖고있는 전체 유속분포형태를 완전하게 나타낼 수 있는 커다란 장점을 갖고 있다. 즉 수 표면이든 또는 1점법, 2점법 및 3점법에 의하여 측정된 각 수심별 점 유속이 있다면 이를 이용하여 그 단면의 2차원 평균 유속을 바로 산정 할 수 있음을 의미한다.(추 1990)

3. 유속의 공간적 분포(Chiu 1989)

개수로 에서는 최대유속이 수표면 아래에서 자주 일어나는 것은 주지의 사실이다. 따라서 유속의 공간적 분포를 모델링 하기 위하여 다음과 같은 식을 사용하였다.

$$\xi = \frac{y}{D+h}\exp\left(1-\frac{y}{D+h}\right) \tag{5}$$

여기서 D는 최대유속이 발생하는 지점의 수심

h는 수표면 근처의 유속분포형과 경사를 조절하는 계수

식 (5)은 다음과 같은 미 분식과 같다.

$$h_{\xi} d\xi = dy \tag{6}$$

여기서 h_{ξ} 는 Scale factor 또는 matric coefficient이다.

아래와 같이 h_{ξ} 는 식 (5)에서부터 구할 수 있다.

$$h_{\xi} = (D+h)\left[\left(1-\frac{y}{D+h}\right)\exp\left(1-\frac{y}{D+h}\right)\right]^{-1} \tag{7}$$

따라서, 2차원 유속 분포에 사용할 수 있는 ξ식은 다음과 같다.

$$\xi = Y\,(1-Z)^{\beta}\exp[\,\beta_i z - Y + 1] \tag{8}$$

여기서 $$Y = \frac{y+\delta_y}{D+\delta_y+h} \tag{9}$$

$$Z = \frac{|z|}{B_i+\delta_i} \tag{10}$$

또한 η curve는 ξ curve의 직교궤도이며, 식 (8)로부터 구하면 다음과 같다.

$$\eta = \pm\frac{1}{Z}\,(|1-Z|)^{\beta_i\{(D+\delta_i-h)/(\beta_i+\delta_i)\}^2}\exp\left[Z+\beta_i\left(\frac{D+\delta_i-h}{\beta_i+\delta_i}Y\right)\right] \tag{11}$$

따라서, $\xi-\eta$ curve의 Network은 2차원의 유속분포, 전단분포 및 관련된 분포 등을 산정 하는데 사용될 수 있다.

4. 추의 평균유속공식(표면유속으로부터)

Chiu의 2차원 유속공식을 표면유속만의 관계로 유도하면 다음과 같이 2 차원 유속공식을

다음과 같이 정리할 수 있다.

$$u_{surf} = \frac{u_{\max}}{M} \ln[1 + (e^M - 1)\frac{\xi_{surf} - \xi_0}{\xi_{\max} - \xi_0}] \tag{12}$$

여기서 u_{surf} : 수 표면유속

ξ_{surf} : 수표면 유속이 발생되는 곳의 값(식(5) 또는 식(8) 참조)

또한, 수직 평균유속(1차원)은 식(12)을 0에서 D까지 적분하면 다음과 같다.

$$\overline{u_V} = \frac{1}{D}\int_0^D \frac{u_{\max}}{M} \ln[1 + (e^M - 1)\frac{\xi_{surf} - \xi_0}{\xi_{\max} - \xi_0}]dy \tag{13}$$

식(12)을 식(3)에 대입하면

(1) 매개변수 h가 0 일 때: ($u_{surf} = u_{\max}$)

<u>**표면유속에 의한 2차원 평균유속은**</u> 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\bar{u} = \phi' u_{surf} \tag{14}$$

여기서, $u_{surf} = u_{\max}$ 및 $\phi' = [\frac{e^M}{e^M - 1} - \frac{1}{M}]$ (15)

(2) 매개변수 h가 0이 안일 때: ($u_{surf} \neq u_{\max}$)

<u>**표면유속에 의한 2차원 평균유속은**</u> 우선 먼저 매개변수 h를 산정한 후 식(14) 와 (15)에 대입하여 구할 수 있으며, 여기서 매개변수 h는 다음과 같은 절차를 이용하여 산정 한다. 주어진 단면에서 단면평균유속이 발생되는 지점은 식(12)에서 $\xi = \xi_m$ 하여 다음과 같이 구할 수 있다(Chiu 1989).

$$\frac{\xi_m - \xi_0}{\xi_{\max} - \xi_0} = \frac{\exp[Me^M(e^M - 1)^{-1} - 1] - 1}{e^M - 1} \tag{16}$$

여기서 $\xi_m = \frac{y_m}{D+h}\exp\left(1 - \frac{y_m}{D+h}\right)$

또한, 주어진 단면에서 단면표면유속이 발생되는 지점은 식(12)에서 $\xi = \xi_{surf}$ 하여 다음과 같이 구할 수 있다(추 1999).

$$\frac{\xi_{surf} - \xi_0}{\xi_{\max} - \xi_0} = \frac{\exp[\frac{U_{surf}}{U_{\max}} \cdot M] - 1}{e^M - 1} \tag{17}$$

여기서 $\xi_{surf} = \frac{D}{D+h}\exp\left(1 - \frac{D}{D+h}\right)$

따라서 필요한 매개변수인 h는 식(16)과 (17)를 동시에 만족하여 구하면 된다. 위의 산정방법을 다시 정리하면, 우선 표면유속을 실측한 후 식(16)과 (17)에 대입하여 이를 동시에 만족하는 h를 구한 다음 2차원 표면유속공식인 식(12)에 U_{surf} 와 h를 대입하여 $U_{\max}$를 산정하고 이를 식(14)에 대입하여 필요한 그 단면의 단면평균유속을 구하면 된다. 따라서, 표면유속으로부터 주어진 단면의 단면평균유속을 이론적으로 나타내는 특징을 갖고 있기 때문에 표면유속으로부터 2차원 유속 공식인 식(12) 과 2차원 평균유속 공식을 산정하는 식(14)에서 식(17)은 매우 유용한 공식들이다. 즉, 식(14)에서 알 수 있듯이 어떤 하천단면에서의 평

균유속은 표면유속과 M과의 선형관계에서 바로 산정 할 수 있음을 의미하며, 만약 주어진 하천의 M값이 결정된다면 필요한 표면유속만을 측정하여 곧바로 필요한 평균유속 및 유량을 손쉽게 구할 수 있는 최대의 장점이 있다. 마찬가지로 식(12)에서도 알 수 있듯이 이 2차원 유속공식은 주어진 단면에서 표면유속과 엔트로피 M값만 안다면 그 단면이 갖고있는 전체 유속분포형태를 완전하게 나타낼 수 있는 커다란 장점을 갖고 있다. 즉 수 표면에서 측정된 점 유속이 있다면 그 단면의 2차원 평균 유속을 바로 산정 할 수 있음을 의미한다.

5. 유속 분포 산정

식(12) 및 매개변수 M, h와 표면유속을 이용하면 주어진 단면에서의 유속분포를 완전하게 그릴 수 있다. 즉 위의 값들과 식(12)을 사용 바닥수심 0에서부터 수표면 D까지의 유속분포를 완벽하게 나타내줌을 의미한다. 그림 1은 식(12)과 M, h 및 표면유속을 이용하여 구한 유속분포와 실험수로에서 실측한 유속분포(Brooks Experiment 1954)를 비교하기 위하여 도시하였으며, 구한 단면에서의 유속분포가 실제 실측한 유속분포와 동일함을 알 수 있다. 부연 설명하면, 그 단면에서의 매개변수 M, h와 표면유속 값을 안다면, 2차원 유속공식인 식(12)을 사용하여 주어진 단면의 전체 유속분포를 완벽하게 나타낼 수 있음을 의미한다. 그림 2 역시 위의 값들과 식(12)을 사용하여 구한 유속분포와 실측한 유속분포(Enoree River 1941)를 비교하기 위하여 함께 도시하였다, 역시 두 유속분포가 동일함을 쉽게 알 수 있다.

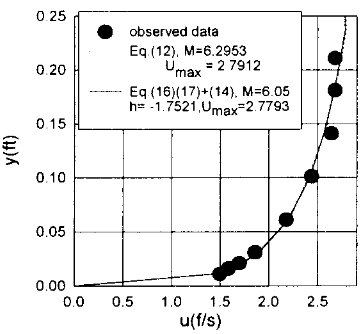

Fig.1 Measured and computed flow velocity for Brooks Experiment (Run 21,1954)

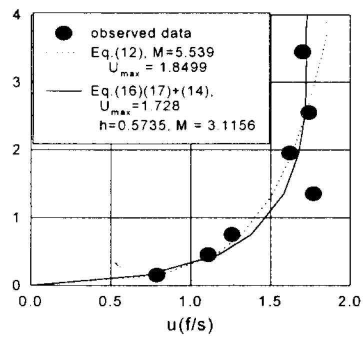

Fig.2 Measured and computed flow velocity for Enoree River (E7-7,1941)

6. 표면유속 산정

기존의 모든 연구가 대부분 평균유속을 산정 하는데 만 치중하여, 상대적으로 최대유속 또는 표면유속에 대한 중요성이 거의 등한시된 것이 사실이며, 이에 대한 이론적 연구나 실측에 관한 연구가 도외시된 것은 아마도 최대유속 또는 표면유속을 측정해야 할 필요성이나 동기 등이 거의 없었기 때문이기도 한 것 같다. 그러나 최대유속 또는 표면유속은 최소유속이 영이 되므로 유속의 범위를 한정하는 중요한 통계적 매개변수이며, 평균유속과 확률밀도 함수와 함께 최대유속 또는 표면유속은 유속분포를 지배하는 확률법칙을 완전히 나타낼 수

가 있다. 따라서, 평균유속을 직접 구하는 것보다는 최대유속 또는 표면유속을 구하여 평균유속을 구하는 방법이 더 합리적이고 효과적이며 손쉬운 방법이기 때문이다. 좀더 부연 설명하자면, 식(14)에서 $\overline{u}$는 2차원 평균유속이고 u_{surf}은 2차원 유속분포 내의 최대유속이 발생되는 지점에서 일어나는 표면유속이므로, 기존의 방법처럼 하천단면을 여러 소 단면으로 나누고, 수심 및 유속측정을 할 필요가 없음을 의미한다. 즉 평균유속을 구하기 위해서는 최대유속 또는 표면유속이 발생하는 지점에서의 수심 및 유속측정만이 필요하므로, 유량측정에 획기적인 전기가 마련될 수 있다. 대체로 u_{surf}을 산정 하는 방법은 두 가지가 있다. 첫째는 유속 샘플을 이용하여 최대유속을 산정한 후 식(3)에 대입하여 구하는 방법과 둘째는 전자파 표면 유속계를 사용하여 직접 측정하는 방법이 있다.

7. 매개변수 M 산정

가장 중요한 매개변수인 M은 갈수기와 평수기때 측정된 자료로부터 다음과 같이 산정한다. 첫째는 최대유속이 발생하는 지점에서 측정된 3개 이상의 유속 샘플을 이용하는 방법과 둘째는 기존의 2점법에 의하여 측정된 자료를 그대로 이용하는 방법이 있다. 첫 번째 방법은 신규 유량관측지점이나 과거의 관측기록이 없는 지점에서 사용할 수 있으며 비 선형 회귀분석을 이용하여 식(1)으로부터 구할 수 있다. 두 번째 방법은 기존의 유량측정 방법인 2점법에 의해서 최대유속을 산정 한 후 측정된 평균유속($\overline{u}$)과 함께 선형회귀분석 또는 그래프에 plotting하여 산정 할 수 있다.

8. 유량산정

따라서, 표면유속을 이용하여 하천유량을 산정하는 과정을 요약하면 다음과 같다.

가) 첫 번째 방법 : 측정된 3개이상의 점 유속을 이용할 경우

① 식(1)을 사용하여 3가지 매개변수인 M, $u_{\max}$, h를 구한다.

② 구한 M과 $u_{\max}$값을 식(3)에 대입하여 평균유속 $\overline{u}$을 구한다.

③ 측정 또는 알고있는 단면적 A에 $\overline{u}$을 곱하여 유량을 산정 한다.

나) 두 번째 방법 : 표면 유속을 사용할 경우

① 갈 평수시에 측정된 자료로부터 그 단면의 매개변수인 M을 산정한다.

② 구한 M과 u_{surf}값을 식(16) 및 (17)에 대입하여 매개변수 h를 구한다.

③ 구한 h, M과 u_{surf}값을 식(12)에 대입하여 최대유속 $u_{\max}$을 구한다.

④ 구한 M과 $u_{\max}$값을 식(14)에 대입하여 평균유속 $\overline{u}$을 구한다

⑤ 측정 또는 알고있는 단면적 A에 $\overline{u}$을 곱하여 유량을 산정 한다.

즉 기존의 유량측정 방법처럼 하천단면을 세분하여 유속을 측정할 필요가 없어 예산 및 인력을 획기적으로 절감할 수 있으며, 수자원 종사자들의 오랜 숙원인 실시간 유량계측

시스템을 구축 완성하여 광범위한 수자원분야에 매우 유용하게 활용할 수 있다.

참고문헌

1. Chiu, C.-L., and Chiou, J. -D." Structure of 3-D. Flow in Rectangular Open Channels." Journal of Hydraulic Engineering. ASCE. Vol.112, No.11(1986),pp.1050-1068.
2. Chiu, C.-L." Entropy and 2-D. Velocity Distribution in Open Channel Flows." Journal of Hydraulic Engineering. ASCE. Vol.114, No.7(1988),pp.738-756.
3. Chiu, C.-L." Velocity Distribution in Open Channel Flows." Journal of Hydraulic Engineering. ASCE. Vol.115, No.5(1989),pp.576-594.
4. Chiu, C.-L., Murray, D. W.,and Choo T. H." Variation of Velocity Distribution in Non-Uniform Open Channel Flows." Journal of Hydraulic Engineering. ASCE. Vol.118, No.7(1992),pp.989-1001.
5. Choo Tai Ho."Estimation of Energy Momentum Coefficients in Open Channel Flow by Chiu's Velocity Distribution Equation." (M.S. Thesis, Dep.of Civ.Engrg.,Univ. of Pittsburgh,Pittsburgh,1990).
6. Choo Tai Ho."An Efficient Method of Discharge Measurement in Sandy Rivers." (Ph.D. Dissertation, Dep. of Civ.& Envir. Engrg., Univ.of Pittsburgh, Pittsburgh,1998).