

복합 정현파형 지형을 지나는 파랑의 반사

○ 조 용 식*, 이 창 훈**

1. 서론

임의로 변하는 지형을 통과하는 파랑의 반사율과 통과율의 정확한 산정은 해안구조물 설계에 매우 중요하다. 최근, 조와 이(1998)는 고유함수 전개법(eigenfunction expansion method)을 이용하여 수심이 임의로 변하는 지형을 지나는 파랑의 반사율을 계산하였다. 본 연구에서는 조와 이(1998)에서 사용했던 고유함수 전개법을 이용하여 수심이 복합 정현파형으로 변하는 지형(doubly-sinusoidally varying topography)을 통과하는 파랑의 Bragg 반사를 조사하였다.

먼저, Fig. 1과 같은 복합 정현파형 지형을 Fig. 2와 같이 일련의 작은 계단으로 분할하여 각 계단에 고유함수 전개법을 적용하여 파랑의 반사율을 계산한다. 본 연구에서 파랑은 해저지형에 평행하게 입사할 뿐만 아니라 경사지게 입사한다. 아울러, 소멸파(evanescent mode)의 영향을 조사하기 위해 소멸파를 고려한 경우의 반사율을 계산하며, 복합 정현파형 지형에 의해 발생하는 파랑의 Bragg 반사도 조사하여 기존의 수리모형실험 관측자료 및 환경사방정식의 수치해석 결과 등과 비교한다. 특히, 1차(first-order) 및 2차(second-order) Bragg 반사가 발생하는 파수에 대해서도 조사한다.

다음 장에서는 고유함수 전개법에 대하여 간략히 기술하며, 제3장에서는 복합 정현파형의 해저지형을 지나는 파랑의 반사율을 계산한다. 계산 결과는 수리실험 관측 자료 및 환경사방정식의 수치해석 결과와 비교한다. 끝으로, 제4장에서는 결론을 기술한다.

2. 고유함수 전개법

본 연구에서 유체는 비점성 유체로 가정되며, 흐름은 비압축성 및 비회전 흐름으로 가정된다. 따라서, 유체의 거동은 Laplace 방정식에 의해 지배된다. 또, 본 연구의 해저지형은 Fig. 2에서와 같이 x 축 방향으로 변하지만 y 축 방향으로 일정하며, 파랑은 x 축 방향에 대하여 입사각 θ 로 비스듬히 입사한다.

오른쪽으로 진행하는 파랑과 소멸파의 속도포텐셜(velocity potential)은 다음과 같이 나타낼 수 있으며

$$\Phi_m = \left\{ A_m^r e^{+i l_m x} \cosh k_m (h_m + z) + \sum_{n=1}^{\infty} B_{m,n}^r e^{+\lambda_{m,n} x} \cos K_{m,n} (h_m + z) \right\} e^{i(k, y - \omega t)} \quad (1)$$

왼쪽으로 진행하는 파랑과 소멸파의 속도포텐셜은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Phi_m = \left\{ A_m^l e^{-i l_m x} \cosh k_m (h_m + z) + \sum_{n=1}^{\infty} B_{m,n}^l e^{-\lambda_{m,n} x} \cos K_{m,n} (h_m + z) \right\} e^{i(k, y - \omega t)} \quad (2)$$

* 세종대학교 토목환경공학과 교수

** 한국해양연구소 연안·항만공학연구센터 선임연구원

속도포텐셜 식 (1)과 (2)에서 위 첨자 r 과 l 은 각각 오른쪽 및 왼쪽을 의미하며, 아래 첨자 $m = 1, 2, 3 \dots$ 은 서로 다른 수심을 갖는 영역을 나타내며, $n = 1, 2, 3 \dots$ 은 고려되는 소멸파의 수를 나타낸다. 식 (1)과 (2)에서 첫째 항과 둘째 항은 각각 진행파와 소멸파를 나타내며, 진폭 $A_m^l, B_{m,n}^l$ 및 $A_m^r, B_{m,n}^r$ 은 모두 복소수이다. 또, 진행파와 소멸파의 파수 k_m 와 $K_{m,n}$ 은 모두 실수이며, 분산방정식으로부터 계산할 수 있다.

식 (1)과 (2)를 해석하기 위해서는 수심이 변하는 지점, 즉 Fig. 2에서 서로 다른 수심을 갖는 지형이 만나는 지점에서 각각 두 개의 접합조건이 필요하게 된다. 첫째 접합조건은 x 축 방향의 흐름율은 연속임을 나타내는 것으로 임의의 지점 $x = x_1$ 에서 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial x} = \frac{\partial \Phi_2}{\partial x}, \quad x = x_1, \quad \max(-h_1, -h_2) \leq z \leq 0 \quad (3)$$

둘째 접합조건은 다음과 같이 주어지며

$$\Phi_1 = \Phi_2, \quad x = x_1, \quad \max(-h_1, -h_2) \leq z \leq 0 \quad (4)$$

이는 자유수면에서의 압력이 연속임을 의미한다. 접합조건식 (3)과 (4)에 적절한 속도포텐셜을 대입하여 해석하면 모든 미지수를 A_1^r , 즉 입사파의 진폭으로 표시할 수 있으며, A_1^r 는 입사파의 조건으로 주어진다. 고유함수 전개법에 관한 상세한 설명은 조와 이(1998)를 참조할 수 있다.

3. 복합 정현파형 지형을 통과하는 파랑의 반사

본 절에서는 고유함수 전개법을 이용하여 복합 정현파형의 바닥을 통과하는 파랑의 반사율을 계산하여 Guazzelli 등(1992)의 수치실험 결과 및 Suh 등(1997)의 환경사방정식 수치해와 비교한다. 수치실험, 환경사방정식의 수치해석 및 고유함수 전개법에 사용된 수심은 다음과 같이 정의된다.

$$h(x) = \begin{cases} h_1, & x < x_1 \\ h_1 - b[\sin(l_1 x) + \sin(l_2 x)], & x_1 \leq x \leq x_2 \\ h_1, & x > x_2 \end{cases} \quad (5)$$

식 (5)에서 h_1 는 일정한 수심이며, b 는 정현파형 지형의 진폭, l_1 과 l_2 는 각각 파장이 λ_1 과 λ_2 인 복합 정현파형 지형의 파수를 나타내며 ($l_1 < l_2$), 복합 정현파형의 지형의 전체 길이는 $x_2 - x_1 = L$ 로 주어진다.

Guazzelli 등(1992)에 따르면 식 (5)로 정의되는 복합 정현파형 지형에서 1차 Bragg 반사는 $2k = l_1$ 와 $2k = l_2$ 에서 발생하며, $2k = 2l_1$, $2k = 2l_2$, $2k = l_1 + l_2$ 및 $2k = l_2 - l_1$ 에서 2차 Bragg 반사가 발생하는 것으로 알려졌다.

Fig. 3과 Fig. 4는 수심 h_1 이 각각 4.0cm와 2.5cm로 서로 다르고 다른 변수 $b_1 = 1\text{cm}$, $\lambda_1 = 12\text{cm}$, $\lambda_2 = 6\text{cm}$, $|x_2 - x_1| = 48\text{cm}$ 는 똑같은 경우에 복합 정현파형의 바닥을 통과하는 파랑의 반사율을 계산하여 Guazzelli 등의 수치실험결과와 Suh 등(1997)의 수치해와 비교한 것이다. 고유함수 전개법에 의한 결과는 소멸파를 2개 고려한 경우 ($n = 2$)에 대하여 계산하였다. 전체적으로 고유함수 전개법에 의한 결과는 Suh 등의 확장 환경사방정식(extended mild-slope equation)에 의한 결과와 잘 일치하나 수치실험 및 환경사방정식(mild-slope equation)의 결과와는 다소 차이를 보

이고 있다. Fig. 4의 반사율이 Fig. 3의 반사율보다 큰 것은 Fig. 4에 이용된 해저지형의 상대적인 진폭, 즉 b/h_1 이 크기 때문이다. Fig. 4에서 고차의 Bragg 반사가 발생하는 $2k=3l_1, 4l_1$ 에서 고유함수 전개법을 사용한 결과가 다른 모형의 결과에 비하여 실험치에 근접하였는데 이는 고유함수 전개법을 사용할 때 다른 모형에서 고려되지 않은 소멸파의 효과가 고려되었기 때문이다.

Fig. 5와 Fig. 6은 정현파형의 사련의 수를 증가시킨 후 반사율을 계산하였다. Fig. 3과 Fig. 4의 경우와 비교하여 파장의 길이가 각각 12cm와 6cm에서 6cm와 4cm로 짧아졌으며, 사련의 수는 4개와 8개로부터 8개와 12개로 증가하였다. Fig. 3과 Fig. 5를 비교할 경우 단일 정현파형의 반사율과는 달리 사련의 수가 증가할수록 Bragg 반사율은 단순히 커지지 않았다. 이는 Fig. 5와 Fig. 6의 경우 사련의 수는 증가하였지만 파장은 그만큼 줄어 전체적으로 수심이 변하는 거리는 똑같아서 상대적으로 반사가 더 크다는 보장이 없기 때문이다. 그러나, 사련의 수가 증가함으로써 Fig. 3과 Fig. 4에 비교하여 Fig. 5와 Fig. 6의 반사율은 매우 빠르게 변화하고 있음을 알 수 있다. 전체적으로, 고유함수 전개법에 의한 결과는 확장 환경사방정식의 결과와 비교적 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 3-Fig. 6에 도시된 것과 같이 복합 정현파형의 지형을 통과하는 파랑의 반사율의 계산에서 고유함수 전개법에 의한 결과는 확장 환경사방정식의 결과와 비교적 잘 일치하고 있다. 그러나, Fig. 3과 Fig. 5에 나타난 것과 같이 심해역으로 접근할 경우 본 연구에 의한 반사율은 0으로 접근하는 반면에 확장 환경사 방정식에 의한 반사율은 커지는데 이는 확장 환경사방정식은 적용의 한계를 나타내는 것이다. 따라서, 고유함수 전개법이 확장 환경사방정식과 비교하여 보다 넓은 범위에 적용할 수 있음을 알 수 있다. 특히, 고유함수 전개법에 의한 1차 및 2차 Bragg 반사를 발생시키는 파수는 Guazzelli 등에 의해 예측된 파수와 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

4. 결론

고유함수 전개법을 이용하여 수심이 복합 정현파형으로 변하는 지형을 통과하는 파랑의 반사율을 계산하였다. 반사율 계산에는 진행파 뿐만 아니라 소멸파도 포함하였다. 계산결과를 수리 실험 관측자료 및 환경사방정식의 수치해와 비교한 결과 Bragg 반사는 잘 일치하였다. 그러나, 심해역으로 접근할수록 고유함수 전개법에 의한 결과는 예상했던 것과 같이 반사율이 0으로 접근하는 반면에 확장 환경사방정식에 의한 반사율은 발산하는 경향을 보여주고 있다. 따라서, 고유함수 전개법이 확장 환경사방정식에 비하여 더욱 넓은 수심지역에 적용할 수 있을 뿐만 아니라 정확한 해를 제공하고 있음을 알 수 있다.

감사의 글

본 연구는 한국과학재단의 연구비(과제번호: 981-1204-012-2) 지원으로 수행하였기에 이에 감사드립니다.

참고문헌

- 조용식, 이창훈. (1998). "수심이 변하는 지형을 통과하는 파랑의 반사율과 통과율 산정," 대한토목학회 논문집, Vol. 18, No. 2-4, pp. 351-358.
- Guazzelli, E., Rey, V. and Belzons, M. (1992). "Higher-order Bragg reflection of gravity surface waves by periodic beds," *J. of Fluid Mechanics*, Vol. 245, pp. 301-317.
- Suh, K.D., Lee, C. and Park, W.S. (1997). "Time-dependent equations for wave propagation on rapidly varying topography," *Coastal Engineering*, Vol. 32, pp. 91-117.



Fig. 1. A doubly-sinusoidally varying topography

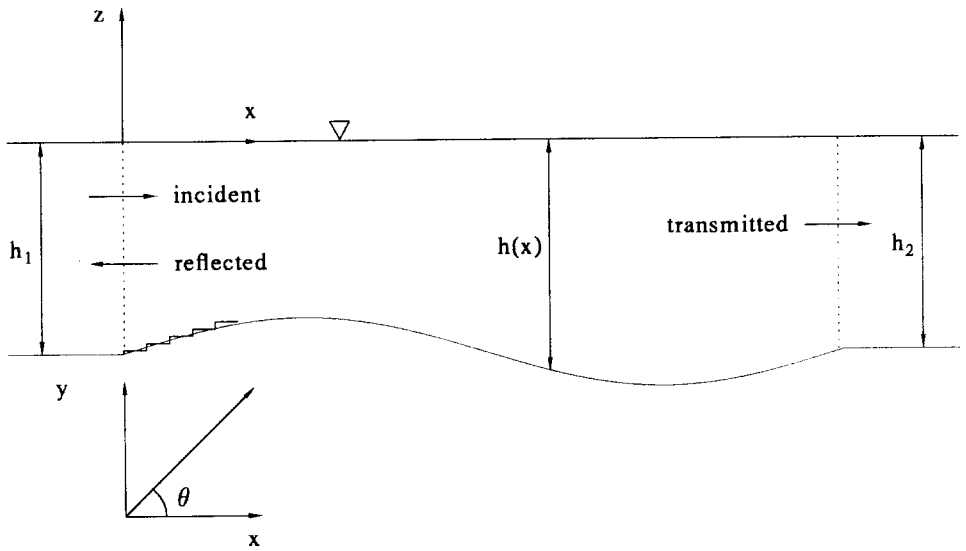


Fig. 2. A schematic sketch of an arbitrarily varying topography

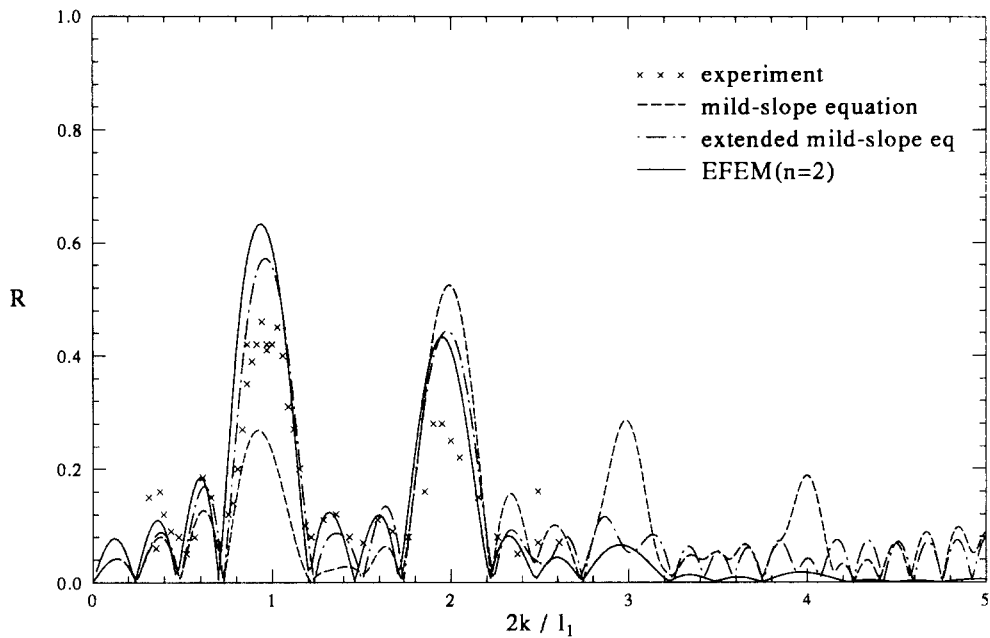


Fig. 3. Reflection coefficients over a doubly-sinusoidally varying topography ($h_1 = h_2 = 4.0$ cm, $b = 1$ cm, $\lambda_1 = 12$ cm, $\lambda_2 = 6$ cm, $|x_2 - x_1| = 48$ cm)

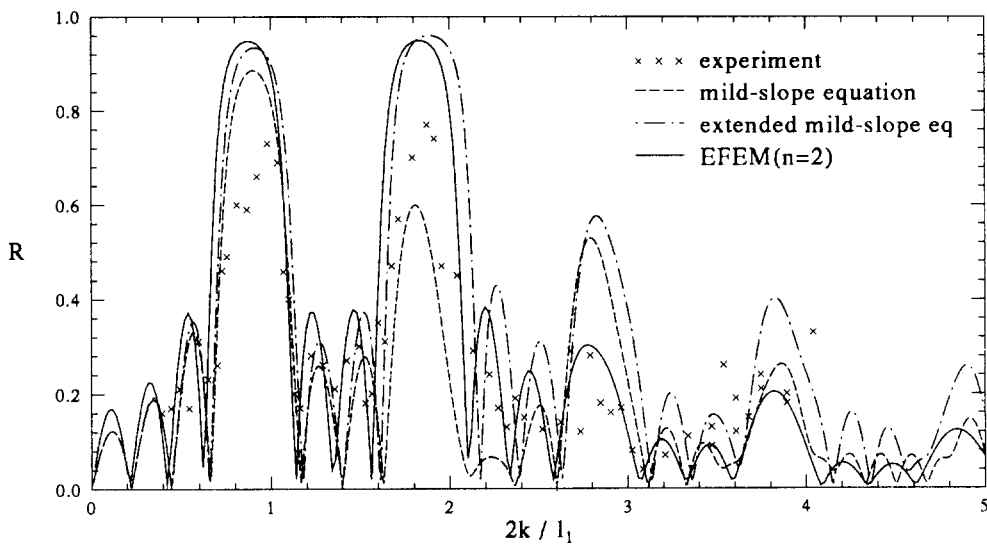


Fig. 4. Reflection coefficients over a doubly-sinusoidally varying topography ($h_1 = h_2 = 2.5$ cm, $b = 1$ cm, $\lambda_1 = 12$ cm, $\lambda_2 = 6$ cm, $|x_2 - x_1| = 48$ cm)

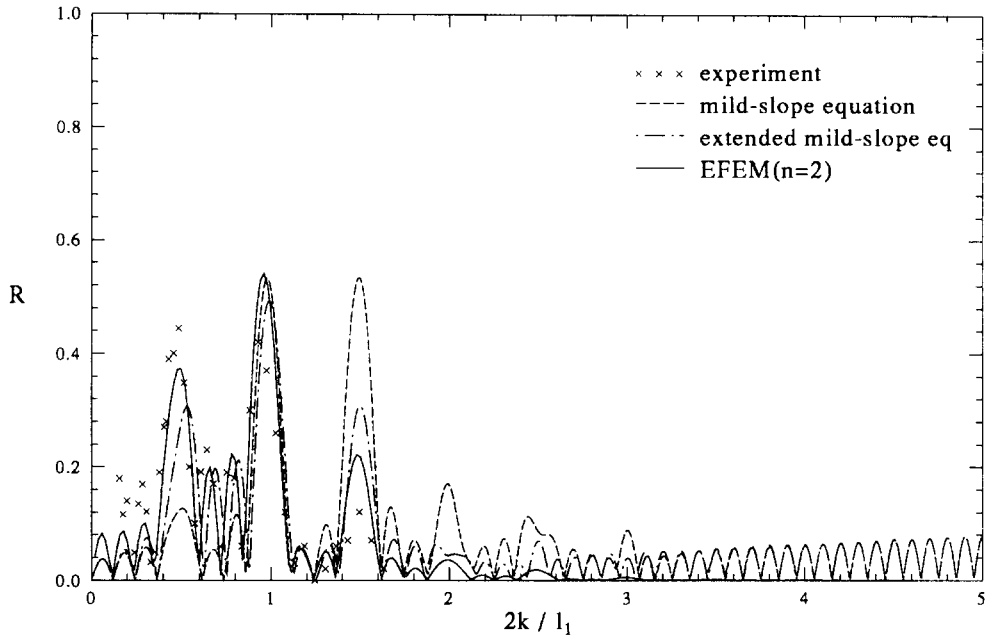


Fig. 5. Reflection coefficients over a doubly-sinusoidally varying topography ($h_1 = h_2 = 4.0$ cm, $b = 1$ cm, $\lambda_1 = 6$ cm, $\lambda_2 = 4$ cm, $|x_2 - x_1| = 48$ cm)

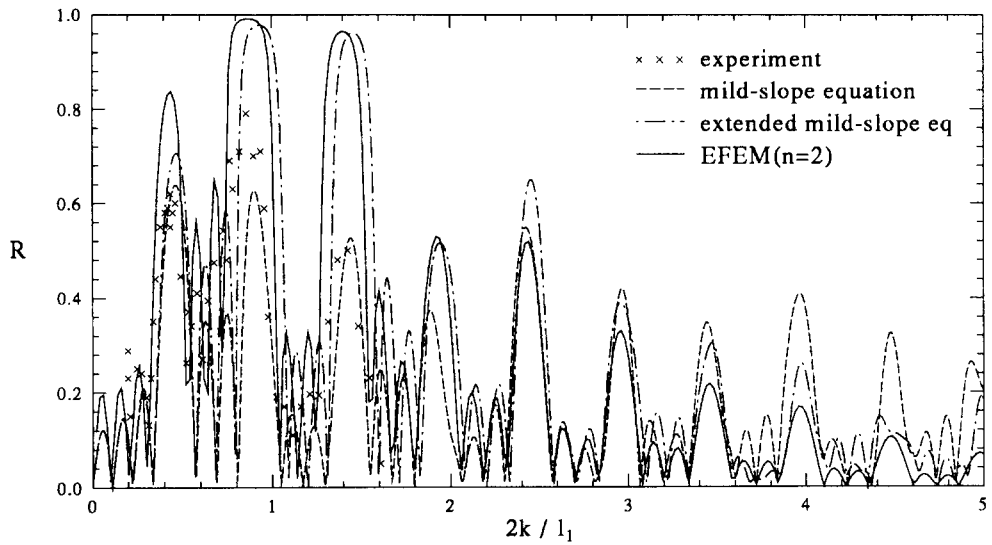


Fig. 6. Reflection coefficients over a doubly-sinusoidally varying topography ($h_1 = h_2 = 2.5$ cm, $b = 1$ cm, $\lambda_1 = 6$ cm, $\lambda_2 = 4$ cm, $|x_2 - x_1| = 48$ cm)