

# 고유치 수치기법을 이용한 지하공동주변의 용질이동해석

정일문\*, 조원철\*\*, 김지태\*\*\*

## 1. 서론

지하암반층에 핵폐기물을 존치시켰을 때 핵종(核種)은 지하수를 따라 이동하며 모의기간이 보통 수천년에서 수만년에 이르기 때문에 일반적인 수치기법으로 모의한다면 엄청난 시간이 소비되며 시간대별 결과 데이터의 저장이나 복원에 있어서도 비효율적이다. 1980년대 고준위 핵폐기물 저장시 핵종이동의 모의는 당시로서는 거의 불가능한 일이었지만 해결방안으로 제시된 고유치기법(Eigenvalue technique)에 의해 가능케 되었다. 이 기법은 공간에 대해서는 일반적인 수치근사방법을 이용하지만, 시간에 대해서는 해석적 기법을 이용하는 반해석적(半解釋的) 특성을 가지므로, 오염물 이동 매개변수의 변화를 여러가지로 고려하기 쉽고 임의의 위치에서 임의의 시간에 대한 농도를 바로 계산할 수 있어 모의발생기간과는 무관하게 위치에 따른 오염농도를 구해낼 수 있는 특별한 장점이 있다. 본 연구는 인접한 오염원이 지하유류저장공동에 미치는 영향을 평가함에 있어 저투수성 암반내의 장기간에 걸친 오염물의 이동문제에 고유치기법이 적합하다고 판단하여 이 기법을 선택하였다.

Sahuquillo(1983)는 1,2,3차원 피압 및 누수대수층의 양수문제에 고유치 기법을 적용하여 시간의존적 지하수 관리문제에 적절하게 사용될 수 있음을 확인하였다. Cho(1983)는 공간적으로 근사화된 다공매질속의 용질이동방정식을 고유치기법을 이용한 선형동력학적 시스템으로 전환하여 시간에 대해 연속적으로 푸는 해법을 개발하였으며, Hwang 등 (1984)은 이상적인 수평 2차원 균일유속장에 대해 고유치기법을 적용하여 해석해 및 유한요소모형의 결과와 비교하였다.

저투수암반층에 설치되는 유류저장 공동의 효율적인 유지관리를 위한 안전성 평가는 주로 수리학적인 기밀조건을 결정함으로써 수행되고 있다(정일문 등, 1998). 그런데 최근들어 공동주변의 토양 및 지하수 오염과 지하공동의 안전성과의 관계에 대한 문제가 제기되고 있다. 예를 들면 지하공동 인접지역에 매립지를 설치하고자 하는 경우 매립지의 오염물질이 공동으로 유입되는지의 여부에 따라 유류오염을 방지할 수 있는 방법을 검토해 보아야 한다. 지하수는 일단 오염이 되면, 회복하기가 어렵고 회복하기 위해서는 매우 오랜 시간이 소요되므로 지하공동의 장기적인 유지관리를 위해서는 인접한 환경유해시설(環境有害施設)로부터의 안전성 또한 검토되어야 한다. 이와 관련하여, 한일영 등(1996)은 AQUA모형(1992)을 이용하여, 공동 인접매립지에서의 침출수의 이동예측을 통한 수리학적 안전거리를 설정한 바 있다.

공동주변의 매질은 저투수성으로 용질이동시간이 느리므로 모의기간이 매우 오래 걸리는 난점이 있다. 이런 경우 용질이동방정식에 포함된 여러 가지 매개변수의 변화에 따른 수치실험에는 많은 계산시간이 소요될 뿐 아니라, 출력결과를 복원 정리하는 작업 또한 방대해 진다. 이에 본 연구에서는 고유치기법의 장점을 살려서 매개변수별 민감도 분석과 오염물의 도달시간을 예측하는 모의실험을 수행하였다.

---

\* 한국건설기술연구원 선임연구원  
\*\* 연세대학교 사회환경·건축공학부 교수  
\*\*\* 연세대학교 대학원 토목공학과 박사과정

## 2. 고유치 기법을 이용한 해법

포화다공매질에서 2차원 용질이동의 지배방정식은 다음과 같다.

$$nR \frac{\partial c}{\partial t} = n \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( D_{xx} \frac{\partial c}{\partial x} + D_{xy} \frac{\partial c}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_{yx} \frac{\partial c}{\partial x} + D_{yy} \frac{\partial c}{\partial y} \right) \right] - \left[ \frac{\partial}{\partial x} (V_x c) + \frac{\partial}{\partial y} (V_y c) \right] - n \lambda R c + c^* \quad (1)$$

여기서,  $c$  : 오염물의 농도(mg/L)

$R = 1 + \frac{\rho_s k}{n}$  : 지연계수(retardation factor)

$\rho_s$  : 다공매질의 bulk 밀도

$k$  : 오염물의 분배계수(distribution coefficient)

$n$  : 다공매질의 간극율

$D_{xx}, D_{xy}, D_{yx}, D_{yy}$  : 분산텐서(dispersion tensor)의 성분

$V_x, V_y$  : Darcy 속도성분

$\lambda$  : 1차 소멸상수

$c^*$  : 오염원유체(source fluid)의 질량

용질이동해석을 위해 고유치기법을 이용하기 위해서는 수치모형을 이용한 공간의 이산화이 이루어져야 한다. 이 경우 어떤 수치기법이든지 사용이 가능하며, 본 연구에서는 유한요소법을 이용하여 공간을 이산화하였다. 용질이동방정식에 대한 Galerkin 유한요소정식화는 다음과 같다. 지배방정식인 식(1)의 참해  $c$  대신 근사해  $\tilde{c}$ 를 대입하면 다음과 같은 잔차  $R(x, y, t)$ 를 얻을 수 있다.

$$R(x, y, t) = -nR \frac{\partial \tilde{c}}{\partial t} + n \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( D_{xx} \frac{\partial \tilde{c}}{\partial x} + D_{xy} \frac{\partial \tilde{c}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_{yx} \frac{\partial \tilde{c}}{\partial x} + D_{yy} \frac{\partial \tilde{c}}{\partial y} \right) \right] - \left[ \frac{\partial}{\partial x} (V_x \tilde{c}) + \frac{\partial}{\partial y} (V_y \tilde{c}) \right] - n \lambda R \tilde{c} + \tilde{c}^* \neq 0 \quad (2)$$

임의의 요소에 대해 가중함수를 도입하면 다음 식과 같이 표현된다.

$$\int_{\Omega} R(x, y, t) N_i^e d\Omega = 0 \quad (3)$$

(3)을 적분하면, 행렬과 벡터의 표기로 나타낼 수 있다(Yeh와 Ward, 1981).

$$\tilde{c}^T [M\dot{c} + (K - A + E)\tilde{c} - p] = 0 \quad (4)$$

여기서,  $\dot{c} = \frac{d\tilde{c}}{dt}$  를 의미하며, 각 항은 다음 식(5)~식(9)와 같다.

$$K = \int_{\Omega} \left[ nD_{xx} \left\{ \frac{\partial N^e}{\partial x} \right\} \left\{ \frac{\partial N^e}{\partial x} \right\}^T + nD_{xy} \left\{ \frac{\partial N^e}{\partial x} \right\} \left\{ \frac{\partial N^e}{\partial y} \right\}^T + nD_{yx} \left\{ \frac{\partial N^e}{\partial y} \right\} \left\{ \frac{\partial N^e}{\partial x} \right\}^T + nD_{yy} \left\{ \frac{\partial N^e}{\partial y} \right\} \left\{ \frac{\partial N^e}{\partial y} \right\}^T \right] d\Omega \quad (5)$$

$$A = \int_{\Omega} \left[ V_x \left\{ \frac{\partial N^e}{\partial x} \right\} \{ N^e \}^T + V_y \left\{ \frac{\partial N^e}{\partial y} \right\} \{ N^e \}^T \right] d\Omega \quad (6)$$

$$E = \int_{\Omega} n\lambda R \{ N^e \} \{ N^e \}^T d\Omega \quad (7)$$

$$M = \int_{\Omega} nR \{ N^e \} \{ N^e \}^T d\Omega \quad (8)$$

$$p = \int_{\Omega'} c^* \{ N^e \} d\Omega + \oint_{\Gamma} \left[ (nD_{xx} \frac{\partial c}{\partial x} + nD_{xy} \frac{\partial c}{\partial y} - V_x c) n_x + (nD_{yx} \frac{\partial c}{\partial x} + nD_{yy} \frac{\partial c}{\partial y} - V_y c) n_y \right] \{ N^e \} d\Gamma \quad (9)$$

식(9)에서 우변의 첫 항은 오염원의 부하를 의미하며, 두 번째 항의 선적분은 경계조건을 나타낸다.  $n_x, n_y$ 는  $x, y$ 축에서 법선방향으로 나가는 방향코사인을 나타낸다. 식(4)는 다음 식(10)과 같이 나타내어도 무방하다.

$$M\dot{c} + (K - A + E)\tilde{c} - p = 0 \quad (10)$$

유한요소법을 이용한 공간이산화를 거친 식 (10)은 다음 식(11)과 같이 변형할 수 있다(Hwang 등, 1984).

$$\dot{c} = -Bc + Fp \quad (11)$$

로 나타낼 수 있으며, B와 F는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$B = M^{-1}(K - A + E) \quad (12)$$

$$F = M^{-1} \quad (13)$$

식 (11)의 일반해는 Bellman (1960)에 의해 다음과 같이 제시되었다.

$$c = e^{Bt}c_0 - (B^{-1}e^{-Bt} - B^{-1})Fp \quad (14)$$

여기서,  $c_0$ 는 초기농도이다. 식 (14)를 보면 지수항이 행렬임을 주목할 수 있다. 매시간별로 이러한 지수항을 계산하는 것은 매우 어렵다. 일반적으로 지수항은 멱급수형태로 전환될 수 있으며, 확장된 계산이 요구되지만 만일 행렬 B가 대각행렬이면, 각각의 고유치인  $\lambda_i$ 는 대각선 요소가 되며, 계산은 매우 간단해 질 수 있다. 고유치기법이라는 이름도 바로 이러한 계산효율성에서 연유되었다.

### 3. 공동주변의 수리지질학적 분석

공동주위 오염물 이동으로 인한 공동의 안정성 문제를 모의하기 위해 A저장공동을 선택하였다(한국석유개발공사, 1991). 암반내 LPG저장시설을 설치하기 위한 기본조건은 기반암의 암질, 풍화대의 심도, 적절한 지하수면의 높이 등이며 이러한 조건들이 만족되면 LPG와 지하수의 불용해성, 불혼합성 및 비증차에 의하여 저장된다. 기본조사시 시추공에서 구간별 수압시험이 실시되어 기반암 상부구간 및 기반암의 수리전도도가 측정되었다. 이러한 측정 및 조사를 통해 LPG 저장공동이 장시간동안 저장기능을 유지하는가를 판단하는데 필요한 기본적 설계자료로 삼으며, 이를 위하여 조사구역내의 암석학적 및 구조지질학적 특성을 규명하고 지하수의 부존상태, 대수층의 수평적, 수직적 분포상태 및 경계조건과 대수층의 수리지질학적 특성 및 지하수의 충전, 배출상태가 공동주변 지하수체에 미치는 영향을 조사하고 분석한다(한국석유개발공사, 1985).

정상흐름상태에서의 용질이동을 모의하기 위해서 먼저 흐름장의 계산을 수행하였다. 흐름방정식은 식 (1)과 같고 해석단면은 다음 그림 1과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial x} (K_x \frac{\partial \phi}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (K_y \frac{\partial \phi}{\partial y}) = 0 \quad (1)$$

그림 1에 나타난 단면도와 같이 저장공동이 양쪽에 존재한다. 그중 우측공동에서 오른쪽으로 150m 지점의 지표면(EI. 18.0m)에 오염원이 존재한다고 가정하였다. 지하공동은 오염유해 지역으로부터 보호되어야 하며 수리학적 안전거리를 설정하므로써 이를 보호해야 한다.

공동상부에는 수막(water curtain)시설이 설치되어 있어 일정수두조건( $\phi = EI.5.0m$ )이 적용되며, 공동경계 상부와 하부에는 위치수두인  $\phi = EI.-115.0m, EI.-135.0m$ 가 각각 주어진다. 상부의 경계조건은 자유수면의 표고

로서, 가장 낮은 곳은 좌측상부로서 El. -4.0m이며, 상부 중앙의 가장 높은 지하수위는 El. 24.0m 이고, 오른쪽 상부는 El.18.0m로서 중앙에서 좌우측으로 동수경사가 존재하며, 좌측으로의 흐름이 더 발달된 상태이다.

유한요소망은 1050개의 격점과 962개의 요소로 구성하였으며, 단면에 대한 불균일 유속장의 계산은 기 확립된 흐름수치모형(정일문 등, 1997)을 이용하였으며, 그림 2에 나타내었다. 그림 2에 나타난 바와 같이 유속은 수막위에서 공동쪽으로 매우 크게 나타나며 공동내로 유입되는 형상을 나타내고 있다. 현재 상태는 공동에 유류가 저장되어 있지 않아 수막과의 압력차가 가장 크게 나타나는 경우이다. 유류가 충만하게 저장된다면 압력차가 줄어들므로써 공동으로 향하는 유속의 크기도 줄어들게 되며 이에따라 오염원의 도달시간은 더욱 길어질 것으로 예측된다.

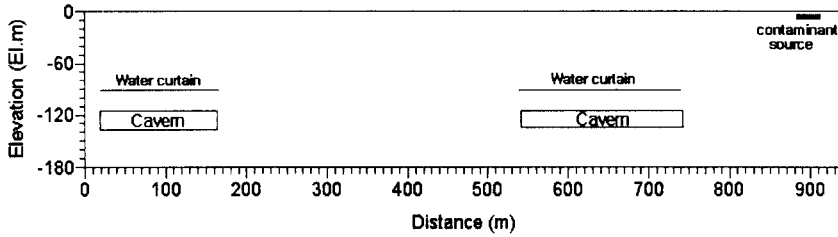


그림 1 지하공동과 수막 및 오염원의 위치도

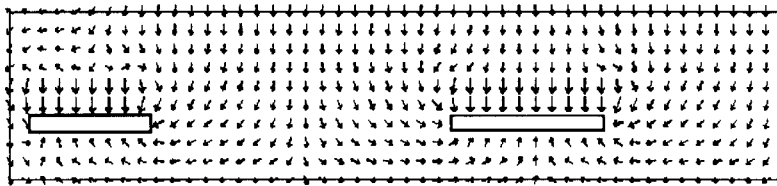


그림 2 공동주변의 용질이동모의를 위한 불균일 유속장  
(최대유속=2.906E-03 m/sec, 최소유속=7.321E-08 m/sec)

#### 4. 민감도 분석 및 오염원의 도달시간예측

예측에 사용한 매개변수로 간극율은 0.005로 가정하여 매질 내의 유효유속을 계산하였으며, 흡탈착을 무시하였다. 용질이동문제에서 가장 영향이 큰 매개변수인 분산지수의 선정에는 현장에서 얻은 추적자(tracer) 시험자료가 필요하나 대상지역인 A공동주변에서는 이에 대한 자료가 전무하여 종분산지수( $\alpha_L$ )가 10m, 30m, 50m, 횡분산지수( $\alpha_T$ )는 각각의 1/10인 1m, 3m, 5m인 세가지 경우에 대하여 민감도 분석을 실시하였다.

민감도분석에서는 오염원의 하부 60m지점에서 각각의 분산지수에 대하여 시간에 따른 농도변화를 모의하였고(그림 3), 오염원의 아래쪽 방향으로 200m의 거리에 대해 20년이 경과된 후의 농도변화를 분석하였다(그림 4).

그림 3에 나타난 바와 같이 상대농도가 약 0.6 이상일 경우에는 분산지수가 클수록 농도의 도달시간이 빨라지며 그 이하일 경우에는 분산지수가 작을수록 도달시간이 빨라지는 것으로 나타났다. 또한 그림 4에서도 고농도범위에서는 분산지수가 큰 경우의 상대농도가 높고 저농도범위에서는 분산지수가 작을수록 상대농도가 높은 것을 알 수 있다.

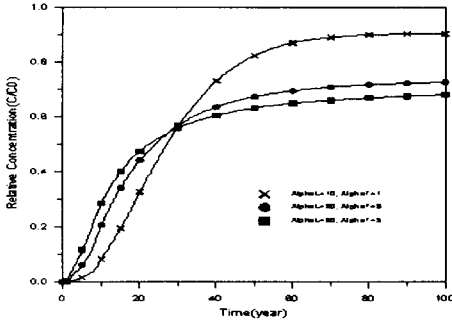


그림 3 분산지수에 대하여 시간에 따른 상대농도 변화

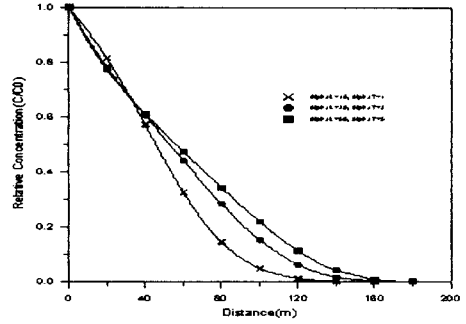
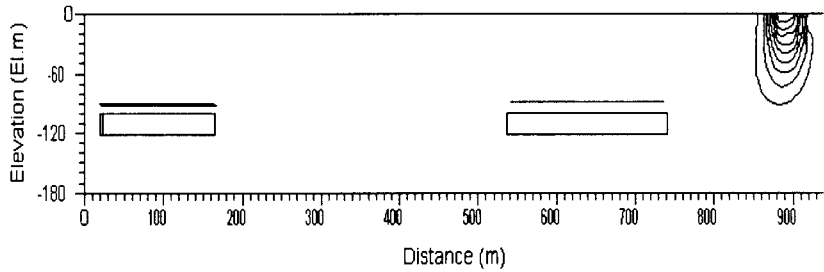
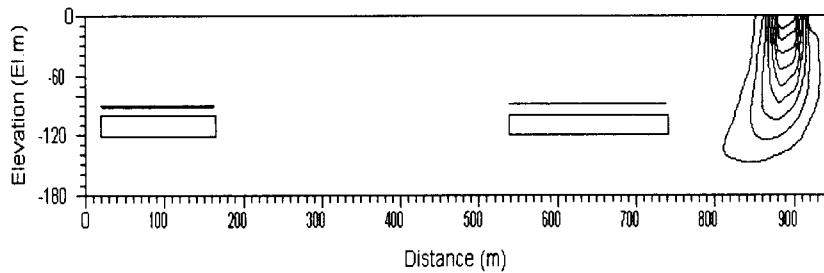


그림 4 분산지수에 대하여 거리에 따른 상대농도 변화

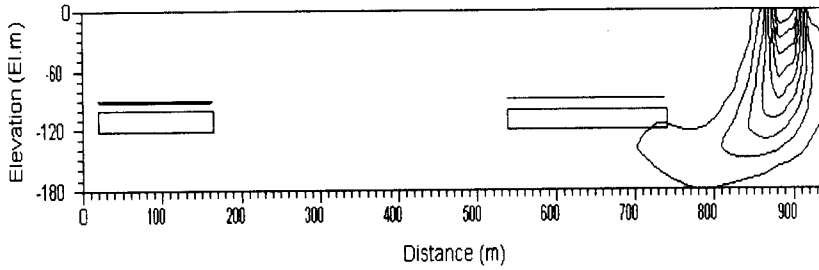
공동으로부터 150m 위치에 오염원이 존재하는 경우 분산지수에 따른 농도분포의 변화를 살펴보았으며, 민감도분석의 결과에서와 같이 상대농도가 0.6보다 큰 경우에는 분산지수가 작은 경우가 빨리 도달하고 그보다 작은 경우에는 분산지수가 큰 경우가 빨리 도달하는 것을 확인할 수 있었다. 따라서 중분산지수가 50m인 경우에 가장 빨리 공동에 도달하여 50년이 경과된 후에는 오염원이 공동에 도달하는 것으로 평가되었다.



(a) : T=10년



(b) : T=30년



(c) T=50년

그림 5  $\alpha_L=50$ ,  $\alpha_T=5$ 인 경우 오염원의 거동예측

## 5. 결론

고유치기법을 이용한 용질이동해석은 계산시간의 단축으로 다양한 매개변수 변화를 고려하는 민감도 분석에 편리하게 사용될 수 있으며, 본 연구에서와 같이 저투수성 매질내에서 이동하는 오염원의 도달시간을 모의하는데 유리한 기법으로 확인되었다.

## 참 고 문 헌

- 정일문, 조원철, 허준행 (1998). "지하저유공동의 기밀성을 위한 수막시설의 수리학적 분석." 대한토목학회 논문집, 제18권, 제II-2호, pp.131 ~ 139
- 정일문, 조원철, 배덕효 (1997). "지하공동주변의 지하수 흐름해석을 위한 수치모형의 확립." 한국수자원학회 논문집, 제30권, 제1호, pp.63 ~ 73
- 한국석유개발공사 (1991). A비축기지 기본설계보고서.
- 한국석유개발공사 (1985). A사업조사설계용역 기본설계보고서.
- 한일영, 서일원, 오경택 (1996). "수치모의를 통한 지하 LPG저장시설에 인접한 폐기물 매립지에서의 침출수 이동 예측 및 제어공법검토." 한국지하수환경학회지, 제3권, 제2호, pp.51 ~ 59.
- Bellman, R. E. (1960). **Introduction to Matrix Analysis**, McGraw Hill.
- Cho, W.C. (1983). **Linear Dynamic System Approach to Groundwater Solute Transport Equation**, Ph.D. Thesis, Drexel University.
- Hwang, J. C., Cho, W.C., and Yeh, G.T. (1984). "An eigenvalue solution continuous in time to the spatially discretized solute transport equation in steady groundwater flow." **Water Resources Research**, Vol. 20, No.11, pp.1725 ~ 1732.
- Sahuquillo, A. (1983). "An eigenvalue numerical technique for solving unsteady linear groundwater models continuously in time." **Water Resources Research**, Vol. 19, No. 1, pp.87 ~ 93.